



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DELL'AQUILA
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA E SCIENZE DELL'INFORMAZIONE E MATEMATICA

Dottorato di Ricerca in Matematica e Modelli
XXXV ciclo

Il costrutto dello Scaffolding come chiave per uno studio qualitativo di attività
matematiche proposte sia in un ambiente cartaceo sia in uno tecnologico

SSD MAT/04

Dottoranda
Cintia Scafa Urbaez Vilchez

Coordinatore del corso
Prof. Davide Gabrielli

Relatrice
Dott.ssa Alice Lemmo

Tutor
Prof. Leonardo Guidoni

a.a. 2021/2022

Indice

Indice	i
Elenco delle figure	v
Elenco delle tabelle	viii
1 Introduzione	1
I Inquadramento teorico	7
2 Scaffolding	8
2.1 Introduzione	8
2.1.1 Evoluzione della <i>metafora del ponteggio</i>	8
2.2 Definizioni di <i>scaffolding</i>	12
2.3 Caratteristiche dello <i>scaffolding</i>	15
2.3.1 <i>Strategie di scaffolding</i>	19
2.4 Tipologie di interazione	25
2.4.1 <i>Whole-class scaffolding</i>	25
2.4.2 <i>Reciprocal e self scaffolding</i>	28
2.5 <i>Material scaffold</i> : introduzione	30
2.5.1 Supporti cartacei	34
2.5.2 Supporti tecnologici	36
2.6 <i>Strand di scaffolding</i>	54
2.7 Sintesi	61
3 Ambito matematico di riferimento	64
3.1 Introduzione	64
3.2 Il pensiero algebrico	64
3.3 Il pensiero relazionale	66
3.3.1 Interpretare il simbolo “=”	67
3.3.2 Individuare relazioni fra numeri ed operazioni per semplificare o evitare calcoli . .	73

3.3.3	Rendere esplicite relazioni generali basate su proprietà fondamentali delle operazioni	75
3.4	Sviluppare il pensiero relazionale	77
3.5	Sintesi	83
4	Predisporre discussioni di classe	87
4.1	Introduzione	87
4.2	L'importanza di preparare discussione matematiche e le principali sfide	87
4.3	Fondamenta teoriche delle cinque pratiche	91
4.4	Cinque pratiche per pianificare discussioni matematiche efficaci	92
4.4.1	Anticipare le risposte degli apprendenti	93
4.4.2	Monitorare le risposte degli apprendenti	95
4.4.3	Selezionare le risposte degli apprendenti	96
4.4.4	Disporre in sequenza le risposte degli apprendenti	97
4.4.5	Creare delle connessioni fra le risposte degli apprendenti	98
4.5	Domande di ricerca	98
4.6	Sintesi	99
II	Progettazione ed implementazione del <i>case study</i>	101
5	Descrizione dei <i>material scaffold</i> e dei <i>task</i>	102
5.1	Introduzione	102
5.1.1	Primo <i>material scaffold</i> : le <i>schede</i>	102
5.1.2	Secondo <i>material scaffold</i> : il videogioco educativo <i>Matematica Superpiatta</i>	107
5.2	Sintesi	128
6	Descrizione dell'assetto metodologico	130
6.1	Introduzione	130
6.2	Metodologia di riferimento	130
6.3	Individuazione dell'insieme di partecipanti	132
6.4	Contesto socio-culturale delle scuole partecipanti	133
6.4.1	Istituto comprensivo "Gianni Rodari" – Plessi di Roio Poggio e Pianola	133
6.4.2	Istituto comprensivo "Paganica" – Plesso "Torretta"	134
6.5	Assetto metodologico e calendario delle attività proposte	135
III	Descrizione e discussione dei dati raccolti	141
7	Interazioni fra pari	142
7.1	Introduzione	142
7.2	Organizzazione dei dati raccolti	142

7.3	Analisi dei dati raccolti	143
7.4	Descrizione dei risultati ottenuti dallo <i>scaffold tecnologico</i>	145
7.4.1	<i>Means</i> di risposta alla proposta di <i>task</i>	146
7.4.2	<i>Means</i> di risposta alla richiesta di motivazione	150
7.4.3	Uso dei tipi di <i>feedback</i> in caso di risposta corretta	153
7.4.4	<i>Means</i> di risposta rilevati in caso di errore	155
7.4.5	<i>Means</i> di risposta attivati in seguito all'intervento di esperti	158
7.5	Descrizione dei risultati ottenuti dallo <i>scaffold schede</i>	165
7.5.1	<i>Means</i> di risposta alla selezione dei <i>task</i>	166
7.5.2	<i>Means</i> di risposta alla disposizione dei <i>task</i>	170
7.5.3	<i>Means</i> di risposta alla richiesta di motivazione	171
7.5.4	<i>Means</i> di risposta in seguito all'intervento di esperti	174
7.6	Discussione dei risultati	178
7.7	Sintesi	185
8	Descrizione della procedura di predisposizione delle discussioni	187
8.1	Introduzione	187
8.1.1	Anticipare le risposte degli apprendenti	188
8.1.2	Monitorare le risposte degli apprendenti	191
8.1.3	Selezionare le risposte e i <i>task</i>	196
8.1.4	Disporre in sequenza le risposte degli apprendenti	197
8.1.5	Creare delle connessioni fra le risposte e alcune idee matematiche rilevanti	198
8.2	Discussione dei risultati	203
8.3	Sintesi	205
IV	Conclusioni e possibili scenari futuri	207
9	Aspetti conclusivi e nuove strade	208
9.1	Introduzione	208
9.2	Risposta alla prima domanda di ricerca	209
9.2.1	<i>Means</i> e sequenze di risposta ottenuti dalla somministrazione dello <i>scaffold cartaceo</i> 212	
9.2.1.1	Selezione dei <i>task</i>	213
9.2.1.2	Disposizione ordinata dei <i>task</i>	216
9.2.1.3	Richiesta di motivazione	219
9.2.1.4	Interventi degli esperti	225
9.2.1.5	Considerazioni finali	227
9.2.2	<i>Means</i> e sequenze di risposta ottenuti dalla somministrazione dello <i>scaffold digitale</i> 229	
9.2.2.1	Proposta di <i>task</i>	230
9.2.2.2	Risposta errata	234
9.2.2.3	Richiesta di motivazione	242

9.2.2.4	Risposta corretta	247
9.2.2.5	Interventi degli esperti	251
9.2.2.6	Considerazioni finali	256
9.3	Risultati ottenuti dai due <i>material scaffold</i>	257
9.4	Risposta alla seconda domanda di ricerca	260
9.5	Risultati della ricerca e prospettive future	265
	Ringraziamenti	276
	Bibliografia	279
	Appendice A Test	287
	Appendice B Schede	293

Elenco delle figure

2.1	Rappresentazione delle tre caratteristiche dello <i>scaffolding</i> . Immagine tratta dall'articolo di van de Pol et al. (2010).	17
2.2	I cinque <i>strand</i> visti come una corda intrecciata. Immagine tratta dall'articolo di Kilpatrick et al. (2001)	62
4.1	Rappresentazione a "cipolla" del modello proposto, in cui ogni pratica dipende dalle precedenti. Immagine tratta dall'articolo di Stein et al. (2008)	94
5.1	Esempio di scheda	104
5.2	Schermata di login, in cui inserire username e password	109
5.3	Lobby	110
5.4	Cartello per ottenere istruzioni	110
5.5	Inventario	111
5.6	Dettaglio portali della lobby	112
5.7	Panoramica minigame presenti in un'attività	112
5.8	Portale di accesso ad un minigame	113
5.9	Feedback risposta corretta	114
5.10	Messaggi ottenuti in caso di risposta corretta	115
5.11	Feedback risposta errata	115
5.12	Feedback risposta errata	116
5.13	Conversione del punteggio in denaro	116
5.14	Portale speciale chiamato negozio	117
5.15	Esempio di minigame di Parkour Uguaglianze	117
5.16	Task presenti in un minigame	118
5.17	Esempio di uguaglianza nel primo minigame di Parkour Uguaglianze	119
5.18	Esempio di messaggio restituito in caso di risposta errata	119
5.19	Altro esempio di messaggio in caso di risposta errata	120
5.20	Risposta corretta: i cancelli scompaiono	120
5.21	Messaggi ricevuti una volta completato un minigame di Parkour Uguaglianze	121
5.22	Ambientazione minigame Piscine Uguaglianze	122
5.23	Risposta corretta	123

5.24	Risposta errata	124
5.25	Pagina con dati generali sui progressi dei giocatori nella piattaforma.	126
5.26	Pagina del dettaglio delle risposte	127
6.1	Schema delle attività proposte nella condizione con lo <i>scaffold cartaceo</i>	140
6.2	Schema delle attività proposte nella condizione con lo <i>scaffold digitale</i>	140
9.1	Frequenza di ogni <i>means</i> di risposta alla selezione dei <i>task</i> . Totale <i>means</i> = 883, totale sequenze = 119	213
9.2	Confronto fra i <i>means</i> rilevati in ogni ciclo di incontri. Totale <i>means</i> = 343, totale sequenze = 42	217
9.3	Frequenza di ogni <i>means</i> di risposta alla disposizione dei <i>task</i> . Totale <i>means</i> = 42, totale sequenze = 4	218
9.4	Confronto fra i <i>means</i> rilevati per ogni tipologia di <i>task</i>	220
9.5	Frequenza di ogni <i>means</i> di risposta alla richiesta di motivazione dei <i>task</i> . Totale <i>means</i> = 293, totale sequenze = 37	221
9.6	Confronto fra i <i>means</i> di risposta alla richiesta di motivazione rilevati in ogni ciclo di incontri. Totale <i>means</i> = 41, totale sequenze = 4	224
9.7	Esempio di una relazione uno-a-molti tra uno dei <i>means</i> presente nelle schede e l'insieme dei <i>means</i> di risposta	229
9.8	Frequenza di ogni <i>means</i> di risposta alla proposta di <i>task</i> in Matematica Superpiatta. Totale <i>means</i> = 501, totale sequenze = 84	231
9.9	Confronto fra i <i>means</i> rilevati in ogni ciclo di incontri	235
9.10	Frequenza di ogni <i>means</i> di risposta al <i>feedback errato</i> in Matematica Superpiatta. Totale <i>means</i> = 84, totale sequenze = 16	236
9.11	Confronto fra i <i>means</i> di risposta rilevati nei due cicli di incontri	238
9.12	Frequenza di ogni <i>means</i> di risposta alla sostituzione dei <i>task</i> in Matematica Superpiatta. Totale <i>means</i> = 111, totale sequenze = 21	239
9.13	Confronto fra i <i>means</i> rilevati nei due cicli di incontri	243
9.14	Frequenza di ogni <i>means</i> di risposta alla richiesta di motivazione in Matematica Superpiatta. Totale <i>means</i> = 87, totale sequenze = 14	244
9.15	Confronto fra i <i>means</i> rilevati nei due cicli di incontri	246
9.16	Frequenza di ogni <i>means</i> di risposta al <i>feedback</i> di risposta "corretta" in Matematica Superpiatta. Totale <i>means</i> = 22, totale sequenze = 6	247
9.17	Confronto fra i <i>means</i> rilevati nei due cicli di incontri	249
9.18	Frequenza di ogni <i>means</i> di risposta al <i>feedback</i> di aggiornamento del punteggio in Matematica Superpiatta. Totale <i>means</i> = 13, totale sequenze = 2	250
9.19	Confronto fra i <i>means</i> rilevati in ogni ciclo di incontri	252
9.20	Esempio di una relazione uno-a-molti tra uno dei <i>means</i> presenti in Matematica Superpiatta e l'insieme dei <i>means</i> di risposta	256

9.21	Percentuali delle coppie della classe di Pianola che hanno documentato i <i>task</i> proposti nel primo giorno di attività	262
9.22	Percentuali delle coppie della classe della Torretta che hanno documentato i <i>task</i> proposti nel primo giorno di attività	262
9.23	Percentuali delle coppie della classe di Pianola che hanno documentato i <i>task</i> proposti nell'ultimo giorno di attività	263
9.24	Percentuali delle coppie della classe della Torretta che hanno documentato i <i>task</i> proposti nell'ultimo giorno di attività	264
9.25	Confronto fra i <i>means</i> rilevati nei due <i>material scaffold</i>	267
9.26	Confronto fra i <i>means</i> generati dalla richiesta di motivazione rilevati nei due <i>material scaffold</i>	268
9.27	Risultati relativi alla sostituzione del <i>task</i> di partenza con un altro matematicamente equivalente	270
9.28	Risultati relativi al <i>feedback</i> di risposta corretta	270
9.29	Risultati relativi al messaggio di aggiornamento del punteggio	271

Elenco delle tabelle

2.1	<i>Scaffolding intentions</i> , tratta da van de Pol et al. (2010)	23
2.2	Tabella riassuntiva	49
5.1	Esempio di sequenza di <i>task</i> assegnata in una delle schede	103
5.2	Secondo esempio di sequenza di uguaglianze vero/falso	105
5.3	Esempio di sequenza di uguaglianze con un termine incognito	106
5.4	Task presenti nel minigioco 2, con <i>means</i> di risposta e <i>task</i> alternativi	121
5.5	Task presenti nei primi 7 minigiochi, con <i>means</i> di risposta e <i>task</i> alternativi	124
6.1	Calendario classi Torretta	137
6.2	Calendario classi Roio Poggio e Pianola	138
8.1	Codici descrittivi usati per classificare le risposte alla prima domanda del test	189
8.2	Codici descrittivi usati per classificare le risposte ai <i>task</i> del test	189
8.3	Percentuali dei codici relativi al primo <i>task</i>	190
8.4	Percentuali dei codici associati ai <i>task</i>	191
8.5	Numero di coppie che hanno risolto ciascun <i>task</i> e tentativi falliti/totali nei minigiochi Parkour	192
8.6	Numero di coppie che hanno risolto ciascun <i>task</i> e tentativi falliti/totali nei minigiochi Piscine	193
8.7	<i>Task</i> critici rilevati dall'esame sulle risposte corrette/errate	194
8.8	Tabella che riassume il primo esempio	200
8.9	Tabella che riassume il secondo esempio	201
8.10	Tabella che riassume il terzo esempio	202
8.11	Tabella che riassume il quarto esempio	203
9.1	<i>Means</i> , sequenze e risposte più frequenti relativi alla selezione di uguaglianze V/F presenti nelle schede	214
9.2	<i>Means</i> , sequenze e risposte più frequenti relativi alla selezione delle uguaglianze V/F nelle schede	215
9.3	<i>Means</i> , sequenze e risposte più frequenti relativi alla disposizione delle uguaglianze V/F nelle schede	218

9.4	<i>Means</i> , sequenze e risposte più frequenti relativi alla disposizione di uguaglianze incomplete presenti nelle schede	219
9.5	<i>Means</i> , sequenze e risposte più frequenti relativi alla richiesta di motivazione ai <i>task</i> V/F delle schede	222
9.6	<i>Means</i> , sequenze e risposte più frequenti relativi alla richiesta di motivazione ai <i>task</i> incompleti delle schede	223
9.7	Percentuali di ogni tipo di intervento degli esperti presenti durante lo svolgimento di attività matematiche con le schede	225
9.8	Percentuali di ogni tipo di intervento, suddivise in base al tipo di attività proposta nella condizione con <i>scaffold cartaceo</i>	225
9.9	<i>Means</i> e sequenze attivati dagli esperti che hanno portato ad uno scambio fra pari nel corso del <i>case study</i>	228
9.10	<i>Means</i> , sequenze e risposte più frequenti relativi alla proposta di <i>task</i> V/F in Matematica Superpiatta	231
9.11	<i>Means</i> , sequenze e risposte più frequenti relativi alla proposta di <i>task</i> incompleti in Matematica Superpiatta	233
9.12	<i>Means</i> , sequenze e risposte più frequenti in seguito alla comparsa del <i>feedback</i> di risposta errata durante lo svolgimento di <i>task</i> V/F	236
9.13	<i>Means</i> , sequenze e risposte più frequenti in seguito alla comparsa del <i>feedback</i> di risposta errata durante lo svolgimento di <i>task</i> incompleti	237
9.14	<i>Means</i> , sequenze e risposte più frequenti in seguito alla comparsa di un nuovo <i>task</i> V/F	240
9.15	<i>Means</i> , sequenze e risposte più frequenti in seguito alla comparsa di un nuovo <i>task</i> incompleto	241
9.16	<i>Means</i> , sequenze e risposte più frequenti relativi alla richiesta di motivazione della risposta ai <i>task</i> V/F in Matematica Superpiatta	244
9.17	<i>Means</i> , sequenze e risposte più frequenti relativi alla richiesta di motivazione per i <i>task</i> incompleti in Matematica Superpiatta	245
9.18	<i>Means</i> , sequenze e risposte più frequenti relativi alla comparsa del <i>feedback</i> di risposta corretta dopo la risoluzione di <i>task</i> V/F	248
9.19	<i>Means</i> , sequenze e reazioni più frequenti relativi alla comparsa del <i>feedback</i> di risposta corretta dopo lo svolgimento di <i>task</i> incompleti	248
9.20	<i>Means</i> , sequenze e risposte più frequenti relativi all'aggiornamento del punteggio dopo lo svolgimento di <i>task</i> V/F	250
9.21	<i>Means</i> , sequenze e risposte più frequenti relativi all'aggiornamento del punteggio durante lo svolgimento di <i>task</i> V/F in Matematica Superpiatta	251
9.22	Percentuali relative ad ogni tipo di intervento degli esperti durante lo svolgimento di attività con Matematica Superpiatta	251
9.23	Percentuali di ogni tipo di intervento suddivise in base al tipo di attività proposta	253

9.24	<i>Means</i> e sequenze attivati dagli esperti che hanno portato ad uno scambio fra pari nel corso del <i>case study</i>	255
9.25	<i>Means</i> e sequenze più frequenti attivati dalle coppie in risposta ai <i>means</i> previsti in entrambi i <i>material scaffold</i>	258

Abstract

The aim of the thesis is to understand which characteristics of an educational video game can support students in solving mathematical problems. From the analysis of the literature, we have identified how feedback is a common element in such media and is considered by many scholars as a scaffolding strategy. The latter term refers to the type of support offered by a more knowledgeable individual to a less experienced one in order to achieve specific goals. Drawing from various works on scaffolding, it has emerged that strategies can be activated both through the interaction between two individuals and through the use of material or a device. In order to investigate the potential of an educational video game, it became necessary to introduce another form of support, a traditional paper-based one, free from any dynamics related to the novelty and immersiveness typical of technology-based approaches. To this end, we initially designed a set of mathematical tasks that could be incorporated into two support materials, an educational video game, and a set of paper worksheets.

Subsequently, we conducted a field study involving four fourth-grade classes in primary school, with two of them experimenting with the video game in pairs, while the others worked on the same exercises in pairs using the worksheets. In addition to administering tasks, we also organized classroom discussions to clarify and establish connections between the exercises and important mathematical concepts. Our goal was to investigate the scaffolding strategies activated by students during the resolution of tasks presented in the two support materials, both of which already incorporate some strategies, as well as to identify the characteristics of these materials that facilitate classroom discussions. The latter were structured based on the written responses on the paper materials and the game data.

From the analysis of peer interactions, it emerged that in both conditions, the majority of pairs activated almost the same set of scaffolding strategies to solve mathematical problems. However, there are dynamics more closely related to the technological medium, such as the desire to achieve a higher score, competition, and, above all, the engaging aspect of the gaming experience, which may have discouraged students from activating additional scaffolding strategies. In addition, we found that the feedback from the video game provided a sense of security, which, in many cases, led students not to seek expert intervention. Finally, it appears that active monitoring during the resolution of exercises is effective in understanding students' procedures, while game data provides more information for selecting students' responses.

Sunto della tesi

L'intento di questa tesi è comprendere quali caratteristiche di un videogioco educativo possano supportare gli studenti nella risoluzione di quesiti matematici. Dall'analisi della letteratura abbiamo rilevato come il *feedback* sia un elemento comune a tali mezzi e sia considerato da molti studiosi una strategia di *scaffolding*. Quest'ultimo termine designa il tipo di supporto offerto da un soggetto più esperto ad un altro meno esperto per raggiungere determinati obiettivi. Partendo da diversi lavori sullo *scaffolding*, è emerso come si possano attivare strategie sia nell'interazione fra due soggetti sia tramite l'uso di un materiale o dispositivo. Per poter indagare sulle potenzialità di un videogioco educativo, si è rivelato necessario introdurre un altro materiale di supporto, uno cartaceo, tradizionale, nonché libero da qualsiasi dinamica legata alla novità e all'immersività tipiche delle tecnologie coinvolgenti. A tal proposito, dapprima abbiamo strutturato un insieme di compiti matematici da poter inserire in due materiali di supporto, un videogioco educativo e un insieme di schede su carta. Successivamente, abbiamo condotto una prova sul campo che ha coinvolto quattro classi quarte di scuola primaria, due delle quali hanno sperimentato a coppie il videogioco, le restanti, invece, hanno svolto a coppie i medesimi esercizi sulle schede. Oltre alla somministrazione di compiti, abbiamo anche previsto delle discussioni di classe per chiarire e creare collegamenti fra gli esercizi ed importanti idee matematiche. Il nostro obiettivo era di indagare sulle *strategie di scaffolding* attivate dagli studenti durante la risoluzione di *task* presenti nei due materiali di supporto, che già incorporano alcune strategie, nonché su quali caratteristiche dei suddetti materiali permettano di preparare delle discussioni di classe. Queste ultime sono state strutturate a partire dalle risposte scritte sui materiali cartacei e dai dati di gioco. Dall'analisi delle interazioni fra pari è emerso come, in entrambe le condizioni, la maggior parte delle coppie abbia attivato lo stesso insieme di *strategie di scaffolding* per risolvere i quesiti matematici. Tuttavia, esistono delle dinamiche più strettamente legate al mezzo tecnologico, quali la volontà di acquisire un punteggio sempre maggiore, la competizione e, soprattutto, l'aspetto coinvolgente dell'esperienza di gioco, che avrebbero spinto gli studenti a non attivare ulteriori *strategie di scaffolding*. In aggiunta, abbiamo riscontrato come il *feedback* del videogioco dia una percezione di sicurezza, che, in molti casi, li ha portati a non richiedere l'intervento di esperti. Infine, sembrerebbe che il monitoraggio attivo eseguito durante la risoluzione degli esercizi risulti efficace per conoscere le procedure degli studenti, mentre i dati di gioco permettano di avere maggiori informazioni per selezionare le risposte degli studenti.

Capitolo 1

Introduzione

Al giorno d'oggi, la pervasività delle tecnologie dell'informazione influenza diversi aspetti della vita quotidiana e comporta delle importanti sfide di innovazione del sistema pubblico, in particolare quello scolastico. Tra i suoi vari obiettivi, il Piano Nazionale Scuola Digitale (2015) si prefiggeva lo sviluppo della *competenza digitale*, che implica una vera e propria costruzione dell'Educazione nell'era digitale. Le sfide imposte da un mondo che evolve molto rapidamente richiedono "agilità mentale, competenze trasversali e un ruolo molto più attivo dei giovani" (Piano Nazionale Scuola Digitale, p. 8). Per lavorare in tal senso, è necessario un investimento culturale da parte di tutto il personale scolastico, a cominciare dai docenti, che dovrebbero misurarsi con metodologie didattiche che siano al passo con i tempi.

Da ormai qualche decennio, stanno prendendo piede prospettive educative, come il *digital game-based learning*, che coniugano una delle tecnologie più familiari ai nativi digitali, con i contenuti di una determinata disciplina. Tra le varie tecnologie coinvolgenti, in letteratura si distinguono numerosi studi relativi all'introduzione di videogiochi educativi in classe. La scelta di proporre tali tecnologie in classe è legata alla loro *immersività*, che, in altre parole, consiste nella capacità di catturare l'attenzione degli utenti anche per diverse ore (Cairns et al. 2014; Dondlinger 2007). Pertanto, il carattere ludico e motivazionale dei videogiochi può essere sfruttato per esortare gli apprendenti a svolgere attività educative.

Anche la ricerca in Educazione Matematica, di pari passo con le indicazioni ministeriali, sta rivolgendo sempre più interesse nei confronti dei benefici relativi all'impiego di tali mezzi digitali. Difatti, numerose sono le ricerche che ne evidenziano i risvolti positivi sulla sfera della motivazione e dell'attitudine verso la disciplina Matematica (Demirbilek e Tamer 2010; Denis e Jouvelot 2005; Ke 2008a,b).

Nella maggior parte di questi articoli sono presentate delle tassonomie dei videogiochi, in cui questi ultimi sono divisi in diverse categorie, fra cui tipologia, che descrive l'esperienza di gioco (avventura, strategia, azione, puzzle o altro) e genere, riferito al contenuto narrativo (finzione, horror, mistero ed altro). Oltre a queste categorie, i videogiochi educativi si distinguono per contenuto (Matematica, Scienze, Medicina ed altro) e per obiettivo di apprendimento (acquisizione di conoscenze

ed abilità, comprensione dei contenuti e motivazione). Stando a Dondlinger (2007), i videogiochi educativi si suddividono in due macro-aree: *edutainment* ed *educational* videogame. Secondo Denis e Jouvelot (2005), gli *educational* videogame sono caratterizzati da elementi che permettono la scoperta, l'applicazione di strategie e la risoluzione di problemi sempre diversi. Gli *edutainment* videogame, invece, sono basati sulla pratica dello *skill and drill*, o *drill and practice*, ovvero, la ripetizione di schemi di azione che consentono di memorizzare fatti e procedure, non dando spazio all'adozione di altre strategie. Cionondimeno, negli ultimi tempi sono stati sviluppati dei videogiochi *skill and drill* che presentano degli elementi tipici degli *educational* videogame, quali l'interattività, il sistema di punteggio e un'ambientazione. Dopo una prima analisi della letteratura, la nostra opinione è che la presenza di tali peculiarità in entrambi i generi illustrati non consenta di tracciare agevolmente una linea di demarcazione netta. A giudicare dalle ricerche sul *game design*, però, sembra che attualmente ci sia la tendenza a progettare videogiochi con caratteristiche prese da vari generi. Di conseguenza, si sta assistendo alla nascita di *videogame* di cui non è sempre possibile inquadrare la natura, se non per pochi elementi, quali l'ambientazione o l'argomento trattato. In buona sostanza, stabilire se un videogioco appartenga ad una di queste due categorie sta diventando sempre più arduo. La nostra indagine non ha riguardato la classificazione di un videogioco educativo in particolare, data la difficoltà nel determinarne il genere.

Alcune rassegne della letteratura (Boyle et al. 2016; Connolly et al. 2012), mostrano un panorama della letteratura in merito piuttosto vasto e variegato. Infatti, nel corso del tempo sono state battute diverse strade, che hanno fatto emergere studi sulla motivazione (Denis e Jouvelot 2005; Molins-Ruano et al. 2014), sulla progettazione di videogiochi educativi (Dondlinger 2007; Katmada et al. 2014), sui potenziali benefici dal punto di vista dell'*engagement* (Belland et al. 2013; Chang et al. 2016; Gresalfi e Barnes 2016), delle prestazioni (Block et al. 2018; Delacruz 2012; Novak e Tassell 2015) e, persino, sull'uso dei log file per la valutazione formativa (van den Heuvel-Panhuizen et al. 2011). Tuttavia, gran parte delle ricerche in questo ambito sembrano essere principalmente scritte da *game designer* (Amory 2007; Novak e Tassell 2015; Turkey et al. 2014), piuttosto che da ricercatori in Educazione Matematica, o, generalmente, in ambiti che riguardano l'Educazione, in quanto focalizzate sulla pianificazione e strutturazione di videogiochi. In altri casi, si rilevano studi, incentrati sulle prestazioni e pubblicati su riviste non legate all'Educazione Matematica o all'ambito educativo, da cui traspare una certa ingenuità, essendo fondate su sperimentazioni di breve durata (Block et al. 2018; Chang et al. 2016; Ke 2008a,b). In poche parole, sono pochi gli studi che indagano in modo sistematico sullo sviluppo dell'effettivo apprendimento di una disciplina, in termini di conoscenze, competenze ed abilità. Da questa analisi della letteratura sui videogiochi è emersa la mancanza di una ricerca legata allo scopo educativo e didattico del mezzo tecnologico, nel quale siano stati inseriti dei compiti matematici. Pertanto, da nessuna di queste evidenze appare chiaro quale sia l'effettiva peculiarità di un videogioco educativo o degli esercizi/problemi in esso inclusi. Invero, sembrerebbe mancare una ricerca che ponga l'accento sui compiti/problemi presenti in un videogioco educativo, che potrebbero essere strumenti anche per la valutazione formativa (van den Heuvel-Panhuizen et al. 2011).

In questa tesi abbiamo scelto di non orientarci sulle potenzialità didattiche di un videogioco

educativo. Per poter osservare l'efficacia di uno strumento in termini di insegnamento/apprendimento di una disciplina, è necessario strutturare delle prove sul campo di ampio respiro, che coinvolgano campioni di ricerca consistenti e che siano realizzate in un arco temporale lungo. In aggiunta, la scelta di tale tema avrebbe richiesto una riflessione critica e accurata circa il significato di efficacia in termini educativi e didattici.

Tuttavia, a prescindere dal problema di ricerca, l'aspetto che maggiormente accomuna tutti gli studi, citati e non, è la presenza del *feedback*. In sostanza, questo elemento permette all'utente di interagire con il mezzo tecnologico e rappresenta un valore aggiunto nello studio dei processi di insegnamento/apprendimento della Matematica. Secondo Belland et al. (2013), il *feedback* si configura come una forma particolare di *scaffolding*, che, in poche parole, è un concetto che descrive come supportare soggetti meno esperti affinché raggiungano determinati obiettivi educativi. Dall'analisi della letteratura in merito, abbiamo riscontrato che i videogiochi educativi possono effettivamente prevedere *strategie di scaffolding*, in quanto "forniscono informazioni costanti al giocatore sul livello di qualità delle loro prestazioni" (Gresalfi e Barnes 2016, p. 2, trad. autrice). Una peculiarità dello *scaffolding* è la bidirezionalità. Quando un esperto o un qualsiasi soggetto interagisce con un altro allo scopo di supportarlo, quest'ultimo potrebbe reagire con una risposta di qualunque natura, come una domanda, un'affermazione o altro. In questa prospettiva, si potrebbe generare un processo di *scaffolding* tra i soggetti fino al raggiungimento dello scopo per cui il supporto è stato attivato. Pertanto, abbiamo tracciato il nostro orizzonte di ricerca individuando un obiettivo specifico: analizzare come alcune *strategie di scaffolding*, incorporate in un videogioco educativo, possano supportare un esperto nell'avviare *processi di scaffolding* con soggetti meno esperti all'interno di un processo di insegnamento/apprendimento. Nel già citato articolo di van den Heuvel-Panhuizen et al. (2011), la visualizzazione dei log file generati da un videogioco viene considerata una fonte preziosa per effettuare una valutazione formativa sulle risposte dei solutori. Effettivamente, nell'ottica di voler avviare *processi di scaffolding*, i log file possono supportare gli esperti nell'individuare le difficoltà degli apprendenti. Tuttavia, da questi ultimi è possibile raccogliere solamente i prodotti degli apprendenti, come, per esempio, il risultato finale di un'operazione oppure un'opzione scelta, ma non i processi risolutivi. A tal proposito, abbiamo convenuto di considerare l'importanza dei log file, per ottenere informazioni sui prodotti, ma di non utilizzarli per scopi legati alla valutazione formativa, poiché il costruito dello *scaffolding* è basato prevalentemente sul supporto degli apprendenti nei processi risolutivi.

Dato che i log file non permettono di identificare tali informazioni, uno dei modi per saperne di più potrebbe essere di interrompere il solutore durante il gioco e di porre delle domande specifiche. Infatti, una caratteristica dei videogiochi è l'immersività (Cairns et al. 2014): svolgere un'attività particolarmente coinvolgente ha il potere di isolare i soggetti da qualsiasi stimolo proveniente dall'esterno. Pertanto, tali interventi potrebbero invalidare l'osservazione, in quanto un esperto oppure un compagno potrebbero avviare delle *strategie di scaffolding*, interferendo, di fatto, con l'attività svolta dagli apprendenti. Una seconda soluzione potrebbe prevedere la cattura, tramite apparecchiature audio e video, dei momenti di risoluzione degli compiti matematici. Si tratta di un'attività gravosa e poco fattibile, visto che impone di tener traccia dei comportamenti di tutti gli apprendenti contemporaneamente. Pertanto,

nella prospettiva di poter offrire un ipotetico strumento agli esperti, intendiamo riprodurre una generica condizione in cui questi ultimi potrebbero imbattersi nel momento in cui propongono un videogioco educativo in classe. Per poter indagare sui processi risolutivi degli apprendenti, potrebbe essere utile esortarli ad annotare le procedure applicate nel videogioco su un materiale cartaceo. Naturalmente, siamo consapevoli del fatto che strutturare attività didattiche che coinvolgono due tipologie diverse di mezzi comporti un'interruzione nel passaggio dall'uno all'altro. Di fatto, nel momento in cui gli apprendenti, dopo aver risolto un compito nel videogioco, si interrompono per rielaborare il processo risolutivo adottato, avviene un *transfert*, che può interferire con l'osservazione.

Infatti, l'inserimento di un videogioco educativo prevede aspetti che esulano dall'obiettivo didattico, quali, ad esempio, il desiderio di voler giocare, la novità data dall'insolita proposta di giocare ad un videogioco in classe, il doversi spostare dall'aula, e così via, ed altri, più strettamente legati alla disciplina, come il compito/problema assegnato. A causa dell'insorgere di tali fattori, non è sempre possibile comprendere se l'insieme delle strategie attuate dagli apprendenti sia imputabile alla novità data dall'uso di un videogioco in classe, alla motivazione, agli esercizi matematici assegnati, al *transfert* oppure ad altro. Per esempio, se in un videogioco educativo viene chiesto di trovare il numero che soddisfa la seguente uguaglianza, $5 + 7 = \dots + 2$, non vi è certezza che un'eventuale riflessione sul significato del simbolo uguale oppure sulle relazioni fra i numeri coinvolti si possano attribuire unicamente alle potenzialità del compito assegnato, all'ambiente in cui quest'ultimo è stato inserito oppure ad altro. In base allo studio di diversi lavori sullo *scaffolding*, abbiamo realizzato che persino assegnare uno specifico compito/problema matematico rappresenta una strategia di *scaffolding*. Precisiamo che questa ricerca non è mirata a definire le potenzialità di un compito/problema matematico, poiché quest'ultimo potrebbe essere facilmente incluso in ambienti diversi da un videogioco educativo, come una calcolatrice, una pascalina, un gioco da tavolo e così via.

Creare una situazione di osservazione completamente libera da queste componenti potrebbe permettere di individuare le *strategie di scaffolding* tipiche del videogioco che portano a particolari circoli virtuosi. Per poter osservare in che modo un mezzo digitale ludico possa supportare gli esperti nell'avviare *processi di scaffolding*, abbiamo ritenuto necessario proporre le medesime attività matematiche in un altro tipo di ambiente, nel quale non intervenissero le dinamiche legate all'inserimento di un videogioco educativo in classe o di un qualsiasi altro strumento che includa *strategie di scaffolding*. Fra i vari materiali di supporto, quali la calcolatrice, la pascalina, i dispositivi software di Geometria dinamica e molto altro, quelli cartacei forniscono un ambiente di insegnamento/apprendimento molto tradizionale, avulso da uno qualsiasi dei fenomeni menzionati e da specifiche *strategie di scaffolding* fornite dal mezzo. Dallo studio della letteratura sullo *scaffolding* (van de Pol et al. 2010, Bakker et al. 2015, Belland et al. 2013), si evince come il costrutto presenti varie sfumature. Non si tratta solo di una semplice interazione fra esperti ed apprendenti, ma consiste anche nel considerare il contesto e i compiti/problemi proposti. Per di più, in questi lavori le attività su carta si configurano come materiale di supporto, nelle quali è presente un'unica *strategia di scaffolding*, data dal compito matematico.

Alla luce di ciò, abbiamo stabilito di predisporre due ambienti didattici diversi: il primo include un videogioco educativo, che incorpora delle *strategie di scaffolding*, come *feedback*, domande, suggerimenti

menti e indicazioni, il secondo, invece, è molto familiare in ambito scolastico ed è privo di uno qualsiasi dei fattori predetti. Per poter conoscere i processi risolutivi applicati nel videogioco, abbiamo ricorso ad un materiale cartaceo su cui gli apprendenti potessero annotarli. Il nostro scopo è determinare, a parità di attività matematica, se le *strategie di scaffolding* che avvengono fra gli apprendenti in entrambi i casi siano mediate solo dal compito matematico, dalle *strategie di scaffolding* insite nel videogioco oppure dall'insieme composto da questi due fattori oppure da altro. Puntualizziamo che la nostra indagine non è volta a confrontare le due condizioni illustrate. La proposta di attività matematiche, già presenti nel videogioco considerato, in un materiale cartaceo è dettata dall'esigenza di rimuovere qualsiasi componente, come, ad esempio, il compito, la novità, la motivazione, il *feedback*, le domande e via di seguito, che possa interferire con l'osservazione, allo scopo di potersi focalizzare solamente su quelle *strategie di scaffolding* proprie del videogioco educativo.

Per affrontare questo problema di ricerca, nel capitolo *Scaffolding* abbiamo presentato una selezione di lavori sul costrutto di *scaffolding*, al fine di costruire un modello teorico che ci permettesse di inquadrare le strategie e gli ambienti che possono fornire supporto. Grazie a questo studio, abbiamo realizzato che tale concetto ha delle caratteristiche specifiche, come la bidirezionalità, diverse forme e, in particolare, una natura bidimensionale, in quanto formata da modalità e obiettivi di supporto (Belland et al. 2013; van de Pol et al. 2010). Essendo i secondi fortemente connessi alla disciplina affrontata, abbiamo sentito la necessità di aggiungere a questa visione una terza dimensione, data dal riferimento matematico del *pensiero relazionale* descritto nel capitolo Ambito matematico di riferimento. Per poter sviluppare il pensiero relazionale, è stato essenziale strutturare non solo dei compiti/problemi adeguati, ma anche organizzare delle discussioni efficaci. In virtù di ciò, nel capitolo Predisporre discussioni di classe abbiamo proposto il modello composto dalle cinque pratiche per preparare delle discussioni matematiche efficaci, a partire dagli elaborati degli apprendenti. Successivamente, nel capitolo Descrizione dei *material scaffold* e dei *task* abbiamo illustrato i due materiali di supporto utilizzati per indagare su quali *strategie di scaffolding*, presenti nel mezzo tecnologico, permettano di assistere gli esperti nell'avviare *processi di scaffolding*. Nello specifico, si considerano un videogioco educativo che consta di *feedback* sulle prestazioni e sul punteggio, e delle schede, cioè, semplici materiali cartacei su cui sono stati riportati i medesimi compiti assegnati nel videogioco. In entrambi i materiali, abbiamo inserito sia degli esercizi matematici per stimolare il pensiero relazionale sia delle *strategie di scaffolding*, come la selezione e la disposizione in sequenza di specifici compiti matematici e la richiesta di motivazione. Nel capitolo Descrizione dell'assetto metodologico illustriamo l'insieme di partecipanti e l'organizzazione del *case study*, condotto in tre diverse scuole primarie della città dell'Aquila (AQ). Più precisamente, abbiamo suddiviso l'insieme dei partecipanti in due gruppi, uno al quale è stato proposto di risolvere i compiti nel videogioco, un altro, invece, a cui sono state somministrate le schede contenenti gli stessi esercizi matematici. A causa della natura bidirezionale dello *scaffolding*, abbiamo ritenuto interessante far svolgere le attività a coppie, di modo che i processi risolutivi venissero discussi e condivisi. In seguito, nel capitolo Interazioni fra pari abbiamo riportato e commentato i risultati provenienti dai due materiali di supporto. In particolare, abbiamo osservato come ad ogni strategia di supporto inserita in entrambi i materiali non corrisponda una specifica strategia di risposta né una

particolare sequenza. In aggiunta, dai dati emerge come alcune *strategie di scaffolding* siano state attivate dagli apprendenti, a prescindere dall'ambiente utilizzato. Ipotizziamo che queste ultime siano riconducibili alla selezione e alla disposizione dei compiti. Abbiamo notato come alcuni scambi di *strategie di scaffolding* siano fortemente legati a caratteristiche del videogioco, come l'immersività, che, probabilmente, avrebbe portato gli apprendenti ad essere superficiali nella scrittura delle motivazioni e a voler ottenere un punteggio sempre maggiore. Infine, nella condizione con materiale cartaceo, abbiamo rilevato un numero significativo di richieste di aiuto. Questo ci ha fatto supporre che, nell'altra situazione, la presenza del *feedback* abbia dato la sicurezza di poter adempiere alle attività proposte senza l'aiuto degli esperti. Nel capitolo Descrizione della procedura di predisposizione delle discussioni, invece, abbiamo descritto il modo in cui abbiamo utilizzato del modello delle cinque pratiche per strutturare le discussioni di classe. In questo caso, i due materiali di supporto sono stati decisivi per mettere in atto due delle cinque pratiche del modello descritto. Nel dettaglio, abbiamo messo in evidenza come il materiale cartaceo sia stato determinante nel monitorare i processi risolutivi degli apprendenti, poiché nella condizione con supporto digitale abbiamo potuto esaminare solo un numero ristretto di procedure, che risultavano essere poco chiare e scritte frettolosamente. Per contro, i log file del videogioco ci hanno permesso di selezionare un sottoinsieme di compiti da discutere e di individuare quelli che hanno generato maggiori tentativi falliti, che non possono essere facilmente rilevati nei materiali cartacei. Infine, nel capitolo Aspetti conclusivi e nuove strade abbiamo provato a rispondere alle domanda di ricerca e a delineare nuove piste per il futuro.

Parte I

Inquadramento teorico

Capitolo 2

Scaffolding

2.1 Introduzione

La ricerca in Educazione Matematica poggia le sue basi sul paradigma socio-costruttivista per interpretare il processo di insegnamento-apprendimento, secondo cui gli “studenti costruiscono attivamente significati partecipando in modi sempre più significativi alla rievocazione di pratiche matematiche consolidate” (Cobb et al. 2000, p. 21, trad. autrice). Secondo Anghileri (2006), il ruolo dell’esperto deve essere riconsiderato nel passaggio da un approccio didattico più tradizionale ad uno di guida reattiva per lo sviluppo del pensiero degli studenti. Questo secondo tipo di approccio richiede un supporto da parte dell’esperto, che mira a sviluppare la riflessione individuale e favorire la generazione di una comprensione valida da un punto di vista matematico. Pertanto, possiamo raccogliere tutte le pratiche didattiche necessarie per implementare gli obiettivi descritti in un’unica parola: *scaffolding*.

2.1.1 Evoluzione della *metafora del ponteggio*

Scaffolding è un termine preso in prestito dal campo dell’edilizia e deriva dalla parola inglese *scaffold* che si può tradurre letteralmente con “impalcatura” o “ponteggio”. L’origine dell’uso di questa parola deriva dalla metafora che Wood, Bruner et al. (1976) hanno utilizzato per descrivere il supporto dato da un adulto a dei bambini nella risoluzione di problemi. Più precisamente, così come un ponteggio è una struttura temporanea che aiuta nella costruzione o nella modifica di un edificio, il supporto temporaneo dato da un adulto, o da un pari più esperto, aiuta un bambino nel completamento di un compito che altrimenti non sarebbe in grado di svolgere individualmente. Tale supporto può essere fornito in diversi modi, ad esempio proponendo dei modelli di comportamento da imitare oppure ponendo delle domande. Dato che si tratta di un costrutto dinamico, basato sui progressi degli apprendenti, “il sostegno di un esperto dovrebbe essere fondato su due modelli, o teorie: ovvero uno del *task* e di come dovrebbe essere completato; l’altro dell’apprendente, cioè legato alle sue performance e caratteristiche” (Wood, Bruner et al. 1976, p. 10, trad. autrice). Pertanto, essendo sempre diversa in ogni situazione, non è una pratica che può essere applicata allo stesso modo in qualsiasi contesto.

Come riportato da Bakker et al. (2015), il costrutto dello *scaffolding* affonda le sue radici nella teoria socio-costruttivista. Anche se Wood e colleghi sono stati i primi ad applicare la metafora del ponteggio al contesto didattico e a descrivere le cosiddette *strategie di scaffolding* (che tratteremo più diffusamente in seguito), l'idea era già emersa nel decennio precedente. Infatti, nel 1963 Ausubel aveva coniato l'espressione *ideational scaffolding* (Ausubel 1963, p. 5) in riferimento agli "organizzatori propedeutici o anticipatori" per cui divenne celebre. Secondo Ausubel, l'uso di schemi, illustrazioni, mappe concettuali o semplici testi mostrati come introduzione all'argomento principale possono agevolare gli studenti ad organizzare concetti già appresi e nel creare connessioni fra tali concetti e nuovi. In seguito, la parola *scaffolding* apparve in diverse pubblicazioni di Bruner prima del 1976, nelle quali analizza i modi di interazione fra una madre e il suo bambino, il cui compito era costruire una piramide tridimensionale con blocchi di legno. Per descrivere ciò che avviene durante lo *scaffolding*, Bruner ha usato l'espressione "prestito di coscienza" (*loan of consciousness*) e, più formalmente, quella di "forma indiretta di coscienza e di controllo" (Bruner 1985, trad. autrice). A partire da questa breve introduzione storica, possiamo affermare che si tratta di un concetto analitico per descrivere il corso di una particolare interazione (Wood e Middleton 1975). Infatti, Wood e Middleton definiscono la cosiddetta "regione di sensibilità all'istruzione" nel modo seguente:

"idealmente, dovrebbe essere richiesto all'alunno di aggiungere un'operazione o una decisione in più a quelle che sta attualmente eseguendo. Abbiamo chiamato questo livello di intervento *regione di sensibilità all'istruzione* e la nostra ipotesi è che gli insegnanti più validi concentreranno la loro attività didattica all'interno di questa regione." (Wood e Middleton 1975, p. 182, trad. autrice)¹

Secondo Bakker et al. (2015), questa regione sembra essere una variante della Zona di Sviluppo Prossimale (ZPD) di Vygotskij, definita come

"la distanza tra il livello di sviluppo effettivo del bambino, determinato attraverso la risoluzione indipendente di problemi, e il livello di sviluppo potenziale, determinato attraverso la risoluzione di problemi sotto la guida di un adulto o in collaborazione con compagni più esperti." (*Mind in Society: The Development of Higher Psychological Processes*. L. S. Vygotsky. 1978, p. 86, trad. autrice)²

In altre parole, si tratta della distanza tra l'attuale livello di sviluppo di un bambino, che rappresenta la sua capacità di risolvere i problemi individualmente, e il suo potenziale sviluppo, visto come la sua abilità a risolvere problemi con un il sostegno di un adulto o esperto.

Stone (1998a) propone un'analisi dello *scaffolding* di ispirazione vygotkiana, per cui i processi cognitivi avvengono prima a livello sociale (interpsicologico) per poi passare a livello individuale (intrapsicologico). Stone (1998a) definisce lo *scaffolding* come un processo fluido, interpersonale in cui i soggetti che interagiscono sono delle figure attive. Sia apprendente che esperto costruiscono

¹ Citazione originale: "Ideally, the child should be asked to add one extra operation or decision to those which he is presently performing. This level of intervention we have termed the *region of sensitivity to instruction* and our hypothesis is that the most effective instructors will concentrate their instructional activity within this region."

² Citazione originale: "the distance between the child's actual developmental level as determined by independent problem solving and the higher level of potential development as determined through problem solving under adult guidance and in collaboration with more capable peers."

attivamente una comprensione comune o un'intersoggettività attraverso un sistema interattivo di scambio, in cui l'apprendente acquisisce il punto di vista della persona più esperta.

Nel corso del tempo, la nozione di *scaffolding* è divenuta popolare principalmente grazie alla metafora del ponteggio, che sottintende "l'attivo e leggero coinvolgimento dell'insegnante nell'apprendimento degli studenti" Mercer e Littleton (2007, p. 18, trad. autrice). Infatti, tale concetto si è ampiamente diffuso sia nella ricerca in Psicologia che in Pedagogia ed è stato applicato a diversi livelli di istruzione (dalla scuola dell'infanzia all'università), tipologie di studenti (ad esempio, a studenti con bisogni educativi speciali), per lo sviluppo di alcune competenze (argomentazione e *problem solving*) e a diverse materie (Letteratura, Scienze). Pertanto, negli ultimi decenni si è assistito anche ad un'evoluzione delle ricerche sullo *scaffolding*: in base all'articolo di Stone (1998a), si è passati da studi che si limitavano a descrivere ed osservare il costruito (Greenfield 1984; Langer e Applebee 1986) a studi in cui vengono progettate, strutturate e messe in atto pratiche e supporti in grado di aiutare gli apprendenti a raggiungere un apprendimento autonomo. Tuttavia, il suo utilizzo in letteratura è stato ed è così vasto da far diventare il suo significato sempre meno chiaro. Secondo Puntambekar e Hubscher (2005, p. 1, trad. autrice), "il costruito dello *scaffolding* viene sempre più utilizzato come sinonimo di supporto". La metafora implica che, una volta eretto il palazzo, quindi costruita la conoscenza o raggiunta la competenza, il ponteggio venga rimosso. Un'altra interpretazione prevede che il ponteggio sostenga le persone (in un contesto scolastico, gli studenti) a completare un lavoro che non sarebbero in grado di affrontare individualmente. La diffusione del concetto e il conseguente distacco dal significato originale hanno portato alcuni autori a confutare l'utilizzo di questa metafora. Una prima questione è che l'idea dello *scaffolding* sia interpretata ed attuata in modo unidirezionale e sia guidata dall'input dato oppure da altro. Stone (1998a,b) afferma che, in molti studi, la metafora sia stata estrapolata dal suo contesto originale e ciò abbia portato all'implementazione dello *scaffolding* come una pratica didattica diretta ed iniziata dall'insegnante, diversamente dal contesto adattivo in cui è stato originariamente descritto. Ad ogni modo, rispetto ad altri autori, Stone (1998b) sostiene che la metafora del ponteggio debba essere mantenuta purché non slegata dal suo contesto teorico, in cui gli apprendenti sono visti come attivi partecipanti. A questo proposito, nel suo breve articolo, Searle (1984) mostra un esempio in cui un insegnante "supporta" un alunno molto timido durante l'ora di "mostra e racconta"³: più precisamente, viene chiesto all'alunno di raccontare una sua esperienza, ma dall'estratto emerge che è chiaramente una storia modellata secondo il punto di vista dell'insegnante. Infine, lo stesso autore esprime scetticismo sul fatto che le scuole siano degli ambienti in grado di supportare gli studenti nel raggiungimento di determinati obiettivi: "fino a quando gli insegnanti non saranno pronti a cedere più controllo agli studenti, sembra che in nessun modo lo *scaffolding* possa essere una strategia efficace in classe" Searle (1984, trad. autrice, p. 483)⁴. Una seconda questione riguarda l'assunzione di un rapporto idealizzato fra studente e insegnante: nello studio condotto da Broza e Kolikant (2015), in cui gli insegnanti forniscono supporto a studenti con basso rendimento

³Lo *show and tell*, tradotto letteralmente con "mostra e racconta", è un'attività didattica diffusa nel Nord America, in cui si incoraggiano gli allievi a selezionare e portare a scuola un oggetto qualsiasi, mostrarlo alla classe quindi descriverlo.

⁴Citazione originale: "Until teachers are ready to turn over more control to students, there appears to be no way in which scaffolding can be an effective classroom strategy for language development."

scolastico, si dimostra come spesso alcuni di loro non siano inclini ad iniziare un simile dialogo o interazione. In ultimo, alcuni autori asseriscono che la metafora alluda ad una costruzione preesistente, nonché ad una prospettiva più centrata sullo studente: ogni “costruzione/palazzo” è diverso.

Secondo Pea (2004), il concetto di *scaffolding* può essere esteso sia alla sfera sociale che a quella tecnologica. Per quanto riguarda la dimensione sociale del termine, Belland et al. (2013) descrivono ben tre diverse modalità di interazione: uno a uno, ovvero docente/adulto- o studente più esperto-studente, tra studenti e con uno strumento digitale oppure con carta e penna. Holton e Clarke (2006) aggiungono un’ulteriore tipologia, che prevede l’interazione con sé stessi (self-scaffolding). Da questi riferimenti possiamo dedurre che la natura duale dell’interazione non è più essenziale: per prima cosa, la figura che fornisce supporto è stata generalizzata da quella del genitore a quella di una persona più esperta, inoltre, secondo alcuni studi, lo *scaffolding* può anche essere “diretto” ad un gruppo di studenti. Di natura più controversa è l’estensione della metafora all’interazione di classe (*whole-class scaffolding*), in quanto sembra molto difficile dare *scaffolding* ad un intero gruppo di apprendenti con diverse ZPD. Oltre all’estensione della metafora alla dimensione sociale, alcuni studi (Belland et al. 2013) sostengono come un dispositivo tecnologico o un software sia effettivamente in grado di dare un supporto adattivo. Secondo Belland et al. (2013, trad. autrice, p. 245), “limitare lo *scaffolding* a quanto viene fornito dagli adulti significherebbe che gli studenti riceverebbero pochissimo supporto.”⁵. Belland et al. (2013, trad. autrice, p. 246) descrivono i supporti basati su computer come “dei programmi software capaci di porre domande, offrire modelli di pari o esperti e strumenti di manipolazione di dati per aumentare e migliorare la comprensione dei concetti, la metacognizione, l’uso di strategie e la comprensione di procedure”⁶. Tali programmi sono spesso interconnessi per permettere agli studenti di comunicare fra loro e di accedere a vari contenuti, inoltre, sono sempre attivi per garantire un sostegno costante. Belland et al. (2013) affermano che il sostegno dato da un dispositivo tecnologico non dovrebbe sostituire ma completare quello dato dal docente. Infatti, secondo gli autori, tali supporti potrebbero aiutare l’insegnante, nel caso in cui decidesse di farne uso, ad intervenire in modo più mirato, dinamico e contingente, fornendo dati sulle performance attuali degli studenti. Nel descrivere i diversi tipi di *scaffolding* e riferendosi all’uso di dispositivi tecnologici, Bakker et al. (2015) sollevano la questione di come questi ultimi dovrebbero essere progettati affinché diano *scaffolding*. A tal proposito, è essenziale comprendere come gli apprendenti usano tali dispositivi o software e se sono in grado di apprendere autonomamente una volta rimossi.

Nel paragrafo successivo verranno messi in evidenza alcuni dei tratti fondamentali di questo concetto, i quali lo distinguono da qualsiasi altra forma di supporto. Nelle prossime sezioni, invece, saranno approfonditi i diversi tipi di interazione, già menzionati in questo paragrafo, e l’uso di materiali, cartacei e tecnologici, in grado di offrire *scaffolding*.

⁵Citazione originale: “Limiting scaffolding to what is provided by adults could mean that students in a typical K-12 classroom would receive rather little scaffolding.”

⁶Citazione originale: “[Computer-based scaffolds are] software programs that use such strategies as question prompts, expert/peer modeling, and data manipulation tools to augment and improve students’ conceptual understanding, metacognition, use of strategies, and understanding of procedures.”

2.2 Definizioni di *scaffolding*

Dopo aver dato un'infarinatura generale sul quadro storico in cui viene collocato e sulle sue possibili estensioni, ci accingiamo a riportare alcune definizioni di ciò che viene denominato attualmente con il termine *scaffolding*. Naturalmente, sono numerosi gli studi in merito, ognuno dei quali analizza questa forma di supporto sotto una luce diversa. Un aspetto che accomuna diversi lavori è l'utilizzo generico dei termini *aiuto*, *supporto*, o ancora *assistenza* nella definizione. Secondo diversi autori, infatti, lo *scaffolding* non è altro che un supporto o aiuto dato da un esperto o da un pari più esperto ad uno apprendente (o a più apprendenti) nello svolgimento di un compito⁷ che non sarebbe in grado di svolgere autonomamente. Ma non è ben chiaro di quale forma di supporto si tratti, quindi quali siano le caratteristiche che la distinguano da qualsiasi altra forma di aiuto. Ben poche sono le definizioni che ne specificano la vera natura.

Come già accennato nel paragrafo precedente, Puntambekar e Hubscher (2005) sostengono che la parola, o meglio, il concetto di *scaffolding* venga spesso utilizzato come sinonimo di supporto. Effettivamente, nel loro articolo dichiarano che, anche se la definizione originale non include tutte le diverse forme di sostegno e i diversi contesti di insegnamento-apprendimento descritti negli ultimi decenni, tale costrutto sia stato usato in modo decisamente impreciso e perciò snaturato della sua accezione originale.

Bakker et al. (2015) riportano due diverse definizioni, che, a nostro parere, sono funzionali ad introdurre e comprendere le principali caratteristiche dello *scaffolding*. Entrambe sono strettamente legate alla metafora del ponteggio e ne evidenziano aspetti diversi. La prima è di Maybin e colleghi (1992), per cui

“è l'aiuto che permetterà agli apprendenti di completare un compito che non sarebbero stati in grado di svolgere individualmente [...]; aiuto che porterà gli apprendenti più vicini ad uno stato di competenza che li renderà capaci di completare il compito in futuro.” (Maybin et al. 1992, p.188)⁸

In questo caso non viene descritto un generico aiuto, (*help*) ma uno ben preciso, in grado cioè di portare l'apprendente ad un livello di abilità tale da poter completare un compito con i propri mezzi. Il tipo di aiuto viene esplicitato come quello “che non sarebbero stati in grado di svolgere individualmente” (Maybin et al. 1992, p.188, trad. autrice)⁹. Questa subordinata suggerisce implicitamente che il supporto dato dovrebbe essere adeguato alle capacità dimostrate dall'apprendente e per farlo è necessario *valutare* nel percorso di insegnamento-apprendimento le sue conoscenze ed abilità. Si tratta di una caratterizzazione molto vicina alla metafora del ponteggio, in quanto si allude alla **temporaneità** dell'aiuto: una volta che l'apprendente avrà raggiunto questo livello di abilità, in futuro sarà capace di completare il compito autonomamente. Tuttavia, da questa definizione si evince una certa

⁷Nella maggior parte degli articoli citati viene usato il termine *task*, tradotto come compito, per intendere una consegna, una richiesta da parte di qualcuno a qualcun altro che prevede il raggiungimento di un obiettivo.

⁸Citazione originale: “[It is the] help that will enable learners to accomplish a *task* which they would not have been able to manage on their own [...]; help that will bring learners closer to a state of competence which will enable them eventually to complete such a *task* on their own.”

⁹Citazione originale: “which they would not have been able to manage on their own”

unidirezionalità, ovvero, *da* un insegnante/esperto o da un pari più esperto *ad* un apprendente, in quanto incentrata esclusivamente sull'aiuto che il soggetto più esperto può fornire.

La seconda definizione, citata sempre nell'articolo di Bakker et al. (2015), proviene da Stone (1998a), che caratterizza lo *scaffolding* come un

“un coinvolgimento congiunto ma non necessariamente alla pari in un'attività valevole, con un graduale spostamento di responsabilità per l'attività. Centrali in questa immagine sono le nozioni di coinvolgimento affettivo, intersoggettività o comprensione condivisa, assistenza graduata e trasferimento di responsabilità” (Stone 1998a, p. 352)¹⁰

Vorremmo soffermarci maggiormente su questa seconda definizione, in quanto più ricca in termini di contenuti teorici nonché necessaria al nostro intento di caratterizzare questo concetto.

Diversamente dalla prima e da molte altre definizioni presenti in letteratura, in questo caso non viene usata la parola “supporto”, o “aiuto”, ma *impegno (engagement)*. Nel già menzionato articolo, Stone evidenzia come nel suo significato originale la metafora descriva una situazione in cui le figure coinvolte, il soggetto più esperto, o *scaffolder*, e l'apprendente, o lo *scaffoldee*, condividano un interesse, o quantomeno un obiettivo iniziale. In effetti, l'autore dichiara che deve esserci “*an initial (and ongoing) joint task engagement*”, ovvero, uno sforzo congiunto iniziale (e in itinere) che vede esperto (o pari più esperto) e studente impegnarsi insieme nella ridefinizione di un compito, in modo che entrambi raggiungano la cosiddetta *combined ownership*, una proprietà combinata del *task*, che, in sintesi, consiste in una *comprensione condivisa* dell'obiettivo da raggiungere. Attraverso un lavoro congiunto, gli studenti sono in grado di “afferrare il punto del compito”, vale a dire, a capirne il vero significato, che va al di là delle richieste dell'insegnante. Per riferirsi a questa parziale condivisione di prospettive che, secondo questo autore, è una delle componenti essenziali dello *scaffolding*, si usano le espressioni *intersoggettività (intersubjectivity)*, o *co-costruzione della conoscenza*. Essendo uno dei tanti sostenitori della validità della metafora del ponteggio, Stone afferma che il quadro dello *scaffolding* debba essere esteso esplicitando i “meccanismi” teorici che emergono nella costruzione di nuove conoscenze, come, ad esempio, il *supporto graduale (graduate assistance)* e il *trasferimento di responsabilità (transfer of responsibility)*.

Al supporto graduale si associa una visione in cui vengono aggiunti o rimossi dei sostegni all'impalcatura intorno alla costruzione. In effetti, con questa espressione si intende un insieme di tipi di supporto qualitativamente diversi, che possono essere proposti in misura sempre minore a seconda del livello attuale di comprensione e padronanza dimostrato dagli apprendenti. In particolare, in questo caso l'esperto analizza in modo ciclico le performance attuali dell'apprendente (o degli apprendenti), quindi le valuta e le mette in relazione con il livello di *scaffolding* offerto ad ogni ciclo.

Infine, il trasferimento di responsabilità è legato allo scopo finale dello *scaffolding*, per il quale la struttura/conoscenza eretta mediante lo sforzo congiunto delle parti possa in futuro sostenersi da sola. Vygotskij (1978) teorizza il processo di *internalization*, secondo cui “i processi cognitivi che

¹⁰Citazione originale: “joint but necessarily unequal engagement in a valued activity, with a gradual shift in responsibility for the activity. Central to this image are the notions of affective engagement, intersubjectivity or shared understandings, graduated assistance and transfer of responsibility.”

prima si verificano sul piano interpsicologico si spostano verso quello intrapsicologico” (Puntambekar e Hubscher 2005, p. 3)¹¹. Si tratta di un fenomeno in cui l'apprendente non solo impara a portare a termine un compito, ma anche ad astrarre il processo di completamento, in modo da poterlo applicare in situazioni simili.

Per chiarire ulteriormente questo tratto, Stone (1998a) illustra l'interazione fra esperto ed apprendente come un *cycle of communicational challenge and inference*, ovvero un ciclo di sfide di comunicazione ed inferenze. In altre parole, quando le figure interessate sono impegnate in un nuovo compito, se viene introdotta un'espressione o mostrato un comportamento, l'apprendente si sforza di comprenderne il significato. Per far in modo che arrivi ad attribuire un valore alla nuova espressione o al comportamento, quindi sia in grado di svolgere il compito individualmente, è necessario che abbiano luogo dei cicli di interazione, in cui l'esperto fornisce informazioni parziali che poi serviranno all'apprendente per fare delle inferenze sul significato dell'attività.

Sia il supporto graduale che il trasferimento di responsabilità sono punti fortemente legati alla temporaneità del supporto del docente/esperto: affinché gli studenti/apprendenti raggiungano la piena autonomia, il supporto deve essere gradualmente ridotto, di modo che acquisiscano un sempre maggior controllo sul proprio apprendimento.

Da queste due definizioni si possono desumere alcuni aspetti fondamentali.

Il primo riguarda il modo in cui viene definito lo *scaffolding*: a nostro avviso, i termini *aiuto* o *supporto*, o ancora *assistenza*, se usati in modo generico non sono bastevoli a caratterizzarlo, in quanto, come abbiamo precedentemente stabilito, rimandano ad un processo puramente unidirezionale. All'inizio, il soggetto più esperto e quello che apprende dovrebbero condividere un interesse o una direzione iniziali, anche se per entrambi il compito può avere un significato diverso. Concepire questo costrutto in modo unidirezionale comporta anche escludere questa fase iniziale di negoziazione degli obiettivi, la cosiddetta *combined ownership*. Attraverso il suddetto ciclo di sfide di comunicazione ed inferenze, è possibile “pianificare” un intervento dinamico, modellato sui progressi dell'apprendente, che, in cambio, impara il punto di vista dell'esperto. Alcuni autori, come Stone (1998a), descrivono lo *scaffolding* come bidirezionale, fluido, interpersonale. A tal proposito, Puntambekar e Hubscher (2005) aggiungono che la sua natura dialogica ed interattiva permette una valutazione continua ed un supporto adattivo. Inoltre, stando a Newman et al. (1989, p. 58), “il processo di appropriazione è reciproco”: sebbene l'esperto giochi un ruolo essenziale nel processo di apprendimento, anche l'apprendente è un soggetto *attivo*, quindi questo tipo di interazione dipende fortemente dalla partecipazione delle figure coinvolte.

Il secondo aspetto riguarda un'altra importante caratteristica dello *scaffolding*, ovvero la temporaneità dell'aiuto. Man mano che l'apprendente (o gli apprendenti) dimostra di padroneggiare e di sapere come procedere, i sostegni cambiano, vengono spostati o gradualmente rimossi dallo *scaffolding*, fino a quando la struttura della conoscenza riesce a sostenersi da sola.

Prima di descrivere le caratteristiche di questo costrutto, sarebbe opportuno fare una breve puntualizzazione.

¹¹Citazione originale: “the cognitive processes that first occur on an interpsychological plane move on to an intrapsychological plane”.

Nel suo articolo Pea (2004) sostiene che il termine *scaffolding* possa essere utilizzato sia come sostantivo che come verbo. Nel primo caso si indica la *struttura* formata a partire dalle tacite valutazioni delle capacità e dei bisogni individuali dell'apprendente e costruita temporaneamente per quest'ultimo finché non è in grado di portare a termine il compito autonomamente. Nel secondo caso, invece, lo *scaffolding* è inteso come un *processo* fluido, interpersonale e bidirezionale, in cui si supportano diversi aspetti di un compito nel corso del tempo fino a quando non si raggiunge l'autonomia (Pea 2004, p. 425)¹². In quest'ottica, la prima definizione, quella di Maybin et al. (1992), rimanda alla struttura temporanea costruita dall'esperto in grado di supportare l'apprendente, nella seconda, quella di Stone (1998a) però, si parla di impegno congiunto, il che suggerisce qualcosa di dinamico, che cambia nel tempo. Purtroppo nella lingua italiana non è possibile trovare una traduzione fedele del termine, pertanto, in questa tesi verranno spesso utilizzate espressioni come *avviare processi di scaffolding*, per riferirsi, appunto, al processo, oppure semplicemente *scaffolding* in riferimento alla struttura, rispetto ad altre formule, come "supporto" o "forma di supporto" e simili, che, come si vedrà nel prossimo paragrafo, rimandano ad un singolo aspetto dell'intero costruito.

2.3 Caratteristiche dello *scaffolding*

Nel paragrafo precedente abbiamo presentato due diverse definizioni, dalle quali sono emersi alcuni "tratti" che contraddistinguono lo *scaffolding* da qualsiasi altra forma di aiuto, vale a dire, la bidirezionalità, la temporaneità del supporto e l'intersoggettività. Ad oggi non esiste un insieme comunemente e formalmente accettato di caratteristiche adatte ad ogni tipo di contesto. Alcune di esse erano già state messe in evidenza da Wood, Bruner et al. (1976): nel loro lavoro, infatti, viene usata la parola *contingency* (contingenza) per descrivere il ruolo adattivo dell'adulto. In aggiunta, Bruner e Sherwood (1976) introdussero il processo di *handing over to independence*, in seguito spiegato in un altro articolo dal primo autore, secondo cui è

"il processo di organizzazione della situazione in modo da rendere facile e di successo l'ingresso del bambino per poi gradualmente ritirare e demandare il ruolo a quest'ultimo quando diventa abbastanza esperto da gestirlo." (Bruner e Watson 1983, p. 60)¹³

In sostanza, viene esposta un'azione in cui l'adulto "imposta" una situazione di apprendimento che l'apprendente è in grado di affrontare con successo, quindi in maniera graduale si "tira indietro" per affidargli il ruolo, o la responsabilità del compito, quando diventa abbastanza capace di gestirli individualmente. A nostro giudizio, nel verbo "tirarsi indietro" si sottintende un altro aspetto, cioè, l'assistenza graduale, già rimarcato nella definizione di Stone (1998a).

Nel corso del tempo sono state avanzate diverse interpretazioni della metafora del ponteggio che, da un lato, hanno sottolineato alcuni degli aspetti già menzionati, dall'altro, invece, hanno generato altre peculiarità, che variano in base al contesto in cui questa forma di supporto viene applicata.

¹²Citazione originale: "fluid, interpersonal process."

¹³Citazione originale: "[the] process of setting up the situation to make the child's entry easy and successful and then gradually pulling back and handing the role to the child as he becomes skilled enough to manage it."

Se l'interazione avviene fra insegnante e studente, gran parte delle ricerche in letteratura fa capo all'articolo di van de Pol et al. (2010), i quali riconoscono nei seguenti tre punti le componenti fondamentali dello *scaffolding*, rappresentati nella figura 2.1:

- **contingency**, ovvero, *contingenza, occasionalità*. Il supporto dell'insegnante deve essere reattivo, adeguato e regolato rispetto al livello attuale di performance degli studenti oppure ad uno leggermente superiore. In particolare, il soggetto più esperto non solo deve avere una conoscenza esauriente del compito, dei suoi obiettivi e sotto-obiettivi, ma anche delle capacità della propria classe. Per ottenere questo risultato, è possibile ricorrere a "strumenti di diagnosi", come, per esempio, la valutazione, dinamica¹⁴ o formativa, che può supportare i docenti a comprendere quando e come intervenire, oppure la diagnosi online¹⁵, il monitoraggio e il controllo delle conoscenze¹⁶. Selezionando da un ampio repertorio di metodi e strumenti didattici, che possono variare nel tempo anche per un singolo apprendente, si riesce ad avere una visione più o meno esaustiva dell'attuale livello di performance;
- **fading**, che si può tradurre con il termine *dissolvenza*. Questa caratteristica è nota anche come *ritiro graduale dello scaffolding*, oppure *assistenza graduale*. Infatti, come già spiegato nel paragrafo precedente, il sostegno dato dalla figura più esperta cambia progressivamente nel tempo, sia in qualità che in quantità, in base alla crescita dimostrata dagli studenti;
- **transfer of responsibility**, ovvero *trasferimento di responsabilità*, oppure *handover to independence*. Questa componente è una conseguenza delle prime due: un supporto basato sull'evenienza e che viene gradualmente ridimensionato nel tempo, consente anche di trasferire passo dopo passo agli studenti la responsabilità delle performance di un compito.

In primo luogo, si osserva come queste ultime abbiano luogo in un arco temporale, qui illustrato da una linea, che parte da uno stadio iniziale (vedi *Time 1* in basso a sinistra) e termina in un altro, quello finale (vedi *Time 2* in basso a destra). Ad ogni stadio i soggetti coinvolti nell'interazione, ovvero insegnante/esperto e studente/apprendente, sono raffigurati da due ellissi, una in alto corrisponde all'insegnante, e l'altra in basso all'apprendente. Sia il *Teacher* che lo *Student* contengono a loro volta altre ellissi, etichettate, rispettivamente, con *Support* (supporto) e *Responsibility* (responsabilità).

Innanzitutto, è importante riflettere su come variano, da una fase all'altra, la dimensione e l'intensità di colore degli elementi che corrispondono, rispettivamente, al supporto e alla responsabilità.

Al tempo 1 il supporto, proveniente dal soggetto più esperto, è di grandi dimensioni, inoltre, è di colore scuro, per sottolinearne l'intensità. Con il passare del tempo, si verifica il *fading* per cui, man mano che lo studente/apprendente acquisisce sempre più conoscenze e/o competenze, tale aiuto dovrebbe progressivamente ridursi in quantità ed intensità. Infatti, il fenomeno viene rappresentato come una struttura conica che a partire dall'ellissi *Teacher* nel primo stadio, si assottiglia e sbiadisce per finire in quella del *Teacher* del secondo stadio. A prima vista, si potrebbe pensare che lo *scaffolding* sia a

¹⁴Suggeriamo l'articolo di Lajoie (2005) per ulteriori informazioni.

¹⁵Suggeriamo l'articolo di Palincsar e Brown (1984).

¹⁶Suggeriamo l'articolo di Garza (2009).

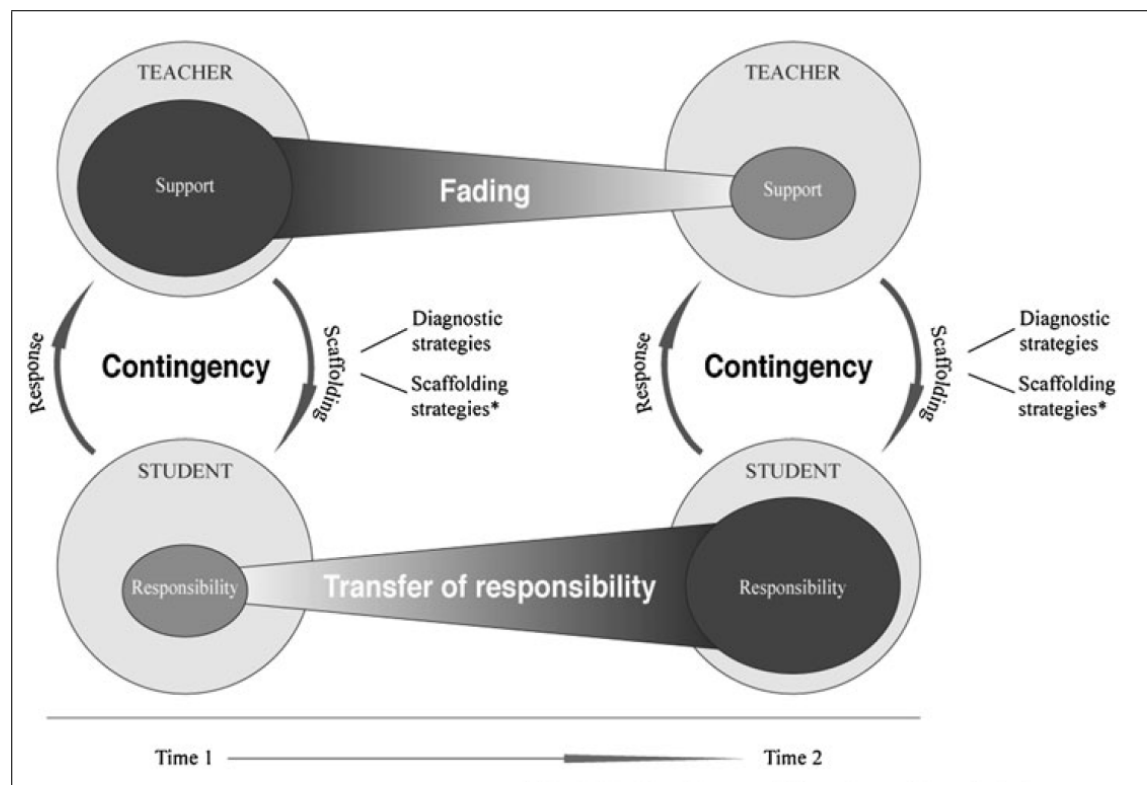


Figura 2.1: Rappresentazione delle tre caratteristiche dello *scaffolding*. Immagine tratta dall'articolo di van de Pol et al. (2010).

tutti gli effetti unidirezionale, ma, a nostro giudizio, nella figura si è voluto semplicemente rappresentare come il supporto vari nel corso del tempo. La bidirezionalità emergerà proseguendo nella descrizione delle altre componenti.

Poiché dipende dalle interazioni fra i due soggetti, la *contingency* è inserita tra ogni coppia di figure, unitamente a due frecce, una che va dal docente/esperto allo studente/apprendente ed etichettata con *scaffolding*, l'altra, invece, che va nella direzione opposta, ed è etichettata con *Response* (risposta). Accanto a *scaffolding* si esplicitano quelle che, secondo gli autori, sono le *strategie* per implementare tale costrutto, ovvero, l'uso di strumenti di diagnosi (vedi, per esempio, i vari tipi di valutazione) e le *scaffolding strategies*, che tratterò più diffusamente nel prossimo paragrafo. Dal nostro punto di vista, la *contingency* è ciò che rende questa forma di assistenza bidirezionale ed è in questo caso che avvengono i suddetti "cicli di interazioni ed inferenze". Secondo Newman et al. (1989), nel dialogo tra insegnante/esperto e studente/apprendente *il processo di appropriazione è reciproco* (Puntambekar e Kolodner 2005, p. 58, trad. autrice)¹⁷. In sintesi, quando si affronta un compito o un'attività, inizialmente il docente/esperto dà un supporto maggiore allo discente/apprendente, la cui risposta è un'informazione preziosa sul suo stato attuale di comprensione. Tenendo conto delle risposte ottenute, nel corso dei cicli di interazione successivi, il soggetto più esperto conduce una valutazione continua, grazie alla quale è possibile pianificare *sul momento* la prossima strategia. Come si può notare, il *fading* non è altro che una diretta conseguenza di questa interazione: più sono le informazioni sulle conoscenze e competenze degli studenti in possesso dell'insegnante/esperto, maggiore sarà la sua capacità di regolare, modulare, calibrare le sue risposte.

Infine, è interessante considerare come agisce l'ultima proprietà, vale a dire, il trasferimento di responsabilità. Se nelle forme geometriche che rappresentano il docente/esperto è evidente il supporto, in quelle dello studente/apprendente è altresì fondamentale la responsabilità (vedi ellisse *Responsability* inserita in *Student*) per un compito o un'attività. Avere una responsabilità per lo studente/apprendente significa effettivamente afferrare, catturare, *comprendere* il significato del compito o dell'attività proposti, in modo tale da acquisire maggior controllo sul proprio apprendimento e poter diventare più autonomo. In un'ottica puramente Vygotskijana, in questo caso avviene il cosiddetto processo di *internalization* (interiorizzazione), per cui il processo cognitivo parte dal piano sociale o *interpsicologico*, in cui docente/esperto e allievo/apprendente sono attivi partecipanti, per poi spostarsi su quello individuale o *intrapicologico*, che coinvolge unicamente lo studente/apprendente. Nel trasferimento di responsabilità si verifica un processo del tutto analogo. Come conseguenza del *fading*, l'insegnante/esperto rimuove alcuni sostegni dall'impalcatura, perciò la responsabilità dell'apprendimento viene gradualmente trasferita verso lo studente/apprendente, il quale non solo impara a portare a termine uno specifico compito o attività, ma anche ad *astrarre* il procedimento o la soluzione applicati, allo scopo di poter generalizzare il ragionamento a casi simili. Molti sono gli autori che identificano in questo secondo punto il successo o il fine ultimo di tale genere di supporto.

Come abbiamo già spiegato, sia in passato che in tempi più recenti diversi studiosi hanno messo in risalto altre proprietà negli scambi fra adulti/insegnanti/esperti e discenti/apprendenti. Ad esempio, il

¹⁷Citazione originale: "the appropriation process is reciprocal."

già citato Stone (1998a,b) evidenzia i seguenti requisiti: l'importanza per il docente/esperto di poter attingere ad un repertorio di metodi e strategie per supportare l'operato degli studenti/apprendenti nonché di valutare istantaneamente il loro attuale livello di comprensione. Più recentemente, Puntambekar e Hubscher (2005) hanno identificato nella *valutazione in itinere* un'ulteriore componente dello *scaffolding*, affermando che l'insegnante/esperto dovrebbe considerare come cambiano le conoscenze e competenze durante il percorso di apprendimento.

In conclusione, si rivela essenziale una precisazione terminologica. Stando alle varie definizioni presenti in letteratura, affinché lo *scaffolding* abbia luogo, è necessario che interagiscano fra loro un *soggetto esperto* e uno o più soggetti *che apprendono*. L'evoluzione della metafora del ponteggio ha portato ad applicare questo costrutto in situazioni diverse, per cui la terminologia usata nel tempo per riferirsi alla figura che supporta e a quella (o a quelle) che apprende varia in base al contesto in cui viene analizzato o applicato. Ad esempio, in alcuni articoli risalenti agli anni '70 si impiegano termini che richiamano l'ambito familiare come "*adult/parent*" (adulto/a/genitore) e "*child*" (bambino/a); in altri, invece, datati intorno agli anni '90, si utilizzano sostantivi più generici come "*scaffolder*" (colui/colei che dà supporto) e "*scaffoldee*" (colui/colei che riceve supporto), oppure "*more knowledgeable other*" (altro/a più esperto/a) e "*learner*" (apprendente). A causa dell'espansione della metafora, si è passati, come nel caso di van de Pol et al. (2010), all'uso di vocaboli più strettamente legati al mondo scolastico e accademico, quali "*teacher*" e "*student*". Alla luce di questa considerazione, è indispensabile puntualizzare quanto segue. Come scopriremo più avanti in questo capitolo, qualsiasi figura, non necessariamente un docente, o un genitore, che abbia una conoscenza più approfondita in uno o più domini, oppure che sia in grado di risolvere un compito autonomamente è da ritenersi "esperto". In modo analogo, qualsiasi soggetto (o soggetti) disposto ad imparare può essere considerato un "apprendente". Al fine di rimarcare questo aspetto, nel corso della trattazione cercherò di adoperare locuzioni che siano il più possibile slegate da qualsiasi ambito di applicazione. Infine, è nostro dovere informare il lettore che l'eventuale utilizzo (improprio) di vocaboli più specifici (quali "insegnante/docente" e "studente/discente") come sinonimi delle più generiche espressioni di cui prima, è dovuto sia al voler essere fedele alla terminologia adottata dagli autori, sia a questioni di stile e concisione che dovrebbero auspicabilmente agevolare la lettura.

2.3.1 Strategie di scaffolding

Oltre alla descrizione puntuale delle caratteristiche del processo di *scaffolding*, a van de Pol et al. (2010) si ascrive anche il merito di aver raccolto, analizzato ed organizzato in un unico quadro teorico decenni di ricerche sulle *strategie di scaffolding*. Nel loro articolo, infatti, dichiarano di aver attinto a due precedenti classificazioni, quella di Wood, Bruner et al. (1976) e quella di Tharp e Gallimore (1988). Nella prima si parla di sei *scaffolding functions*, ossia di funzioni, od azioni, che possono essere eseguite dal docente/esperto, che, in questo caso, viene chiamato "*tutor*", per guidare il discente/apprendente, qui denominato "*tutee*", che sono

- *recruitment* (selezione). Il primo dovere dell'insegnante/esperto è di elencare gli interessi del discente/apprendente in relazione al compito o all'attività da svolgere;

- *reduction of the degrees of freedom* (riduzione dei gradi di libertà). Si tratta di semplificare il *task* riducendo di fatto il numero di possibili passaggi per raggiungere la soluzione ad un compito;
- *direction maintenance* (mantenere l'obiettivo, tradotto dall'autrice). Dal momento che, a volte, gli apprendenti perdono interesse nei confronti di un compito o attività, è necessario che la figura esperta mantenga attiva la loro partecipazione, motivandoli a perseguire uno specifico obiettivo. Inoltre, Wood e colleghi sottolineano il fatto che, spesso, l'aver completato un primo compito sia una fonte di distrazione per raggiungere un secondo obiettivo. Pertanto, l'esperto dovrebbe mostrare ai discenti/apprendenti che vale la pena "andare avanti";
- *marking critical features* (rimarcare o commentare elementi importanti, tradotto dall'autrice). Il docente/esperto dovrebbe utilizzare una serie di risorse o *means* (strumenti) per attirare l'attenzione degli studenti/apprendenti su aspetti essenziali del compito o dell'attività. In questo modo, è possibile distinguere fra i risultati ottenuti dai discenti/apprendenti; in altre parole, i loro progressi, e ciò che il soggetto capace potrebbe ritenere "corretto", cioè, l'obiettivo finale;
- *frustration control* (controllo della frustrazione). L'esperto dovrebbe accompagnare l'apprendente nello svolgimento del compito o dell'attività, rendendo il lavoro meno gravoso e, al contempo, insegnando come far affidamento sulle proprie capacità;
- *demonstration* (dimostrazione). Questa funzione non implica semplicemente mostrare come procedere, ma anche una sorta di "modellizzazione", ovvero, l'"idealizzazione" di un procedimento o di un'azione che, di solito, sono già stati in parte applicati dagli studenti/apprendenti nella speranza che questi ultimi lo "imitino" in una forma più appropriata.

La seconda classificazione a cui van de Pol et al. (2010) fanno riferimento nella loro literature review è quella di Tharp e Gallimore (1988), i quali individuano sei forme, o *means*, di *assisting performance* di natura interdipendente:

- *modeling*: "proporre un comportamento da imitare" (Tharp e Gallimore 1988, p. 47);
- *contingency managing*: gestire le possibili "evenienze" nello svolgimento di un'attività, prevedendo anche un sistema di premi e demeriti;
- *feeding back*: fornire riscontri (*feedback*) sull'operato o sulle risposte date dall'apprendente;
- *instructing*: dare istruzioni sul compito o sull'attività da svolgere;
- *questioning*: porre domande inerenti al compito o all'attività, che possano supportare la costruzione della conoscenza;
- *cognitive structuring*: "fornire una struttura, attraverso spiegazioni e credenze, in grado di assistere gli apprendenti a pensare e ad agire" (Tharp e Gallimore 1988, p. 42).

Dal nostro punto di vista, la prima differenza fra queste due classificazioni è il termine usato per riferirsi a ciò che, in tempi più recenti, si è denotato con *strategia*: nel primo caso, gli autori illustrano le “funzioni” del docente/esperto durante lo svolgimento di un’attività, mentre nel secondo caso, Tharp e Gallimore (1988) alludono a “metodi pratici” per guidare nelle performance. Eppure ambedue presentano delle affinità, per esempio, la dimostrazione può essere accostata al *modeling*, oppure rimarcare elementi importanti si può ricondurre al *feeding back*, così come il contingency managing al controllo della frustrazione.

Si noti come alcuni punti di entrambe le liste coinvolgano tutte le sfere dell’apprendimento (cognitiva, metacognitiva e quella legata a fattori di natura affettiva, che si può riassumere con il termine *affect*) e come altri agiscano su una o più di esse. A questo punto, riteniamo opportuno introdurre il lettore a queste tre sfere dell’apprendimento. La prima, quella cognitiva, concerne la comprensione di concetti e teorie di diversi argomenti, nonché abilità cognitive, come il ragionamento, la pianificazione, il *problem solving* e la comprensione del linguaggio Greeno et al. (1996, p. 16). La seconda, quella metacognitiva, consiste in ciò che Flavell (1979) denotava con “thinking about thinking”, ovvero, nel riflettere sul proprio modo di ragionare quindi nel monitorarlo e gestirlo (Greeno et al. 1996, p. 19). Più precisamente, la metacognizione consta di due componenti, la *conoscenza* ed il *monitoraggio della cognizione*. La prima include la conoscenza di sé come apprendente e dei fattori che potrebbero influenzare la cognizione, la consapevolezza e la gestione della cognizione, che, a sua volta, comprende la conoscenza delle strategie risolutive, e, infine, sapere perché e quando utilizzare una determinata strategia. La seconda, invece, denotata anche come “controllo” o “auto-regolazione”, considera l’identificazione e la selezione di strategie adeguate, la consapevolezza dei fattori che potrebbero condizionare le performance, l’autovalutazione delle proprie conoscenze, e, infine, valutare i processi e i prodotti del proprio apprendimento, ripensandone e rivedendone gli obiettivi (Lai 2011, pp. 5-8). Infine, stando a McLeod (1992), *affect* è un termine complesso da definire, che racchiude molti concetti, quali, ad esempio, la motivazione, le emozioni, l’interesse, l’atteggiamento nei confronti di uno specifico argomento, i valori e le convinzioni (il cosiddetto *belief system*¹⁸). In altre parole, si tratta di tutti quei tratti che vanno al di là della cognizione.

È impensabile concepire queste tre dimensioni dell’insegnamento-apprendimento in modo disgiunto, consapevoli delle forti correlazioni e legami fra esse. Ad esempio, cognizione e metacognizione sono strettamente connesse, poiché la prima serve per dare forma al processo di apprendimento, mentre la seconda è necessaria all’apprendente per osservare, sviluppare e valutare i propri processi quindi per applicare le conoscenze acquisite a nuove situazioni. Secondo Akturk e Sahin, la metacognizione è un “requisito basilare per l’efficacia della cognizione” (Akturk e Sahin 2011, p.3733)¹⁹.

Inoltre, stando a quanto riportato da Zan et al. (2006), una caratteristica dell’*affect*, ossia quella legata alle emozioni, può condizionare i processi cognitivi, in particolare, la memoria e l’attenzione. Da un lato, si potrebbe considerare l’*affect* come il motore che spinge ad attivare le altre due dimensioni, ossia cognitivo e metacognitivo, nella costruzione di nuovi saperi o nel raggiungimento di nuovi

¹⁸Rimandiamo a Schoenfeld (1983) per una lettura più approfondita.

¹⁹Citazione originale: “metacognition is a basic requirement for cognitive effectiveness.”

traguardi. Per esempio, coloro che hanno un atteggiamento positivo nei confronti di un'attività sono più propensi a monitorare e a rivalutare il proprio operato. Dall'altro, il connubio fra cognitivo e metacognitivo può influenzare, ad esempio, le convinzioni che un apprendente ha di sé, delle proprie capacità, di ciò che può potenzialmente imparare e così via. In definitiva, questa riflessione a livello "superiore" potrebbe stimolare, positivamente o negativamente, alcuni aspetti dell'*affect*.

Per spiegare come i *means* riportati abbiano effetto sulle tre dimensioni appena descritte, proponiamo l'esempio del *modeling*. Quest'ultimo può corrispondere o all'idealizzazione di un procedimento (matematico) o di un comportamento ed ha effetto su tutte e tre le sfere dell'insegnamento-apprendimento, in quanto porta il discente/apprendente a riflettere sul proprio *modus operandi* e sul suo atteggiamento nei confronti del compito o dell'attività, quindi ad un miglioramento delle sue performance.

Inoltre, alcuni aspetti dell'elenco degli obiettivi di van de Pol et al. (2010) sembrano essere strettamente legati fra loro, anche se afferiscono a sfere diverse: per esempio, semplificare un compito o un'attività in base al suo livello attuale di performance potrebbe aiutare lo studente/apprendente a focalizzarsi su uno specifico obiettivo senza frustrazioni.

Negli ultimi decenni, diversi studiosi hanno individuato altri insiemi di strategie²⁰, operando una distinzione essenziale fra *il modo in cui si supporta*, oppure i **means** (modi o mezzi, in inglese) e *per cosa si viene supportati*, o meglio, gli obiettivi o le **intentions** (scopi). Pertanto, servendosi delle due classificazioni descritte e della differenza fra *means* ed *intentions*, van de Pol e colleghi hanno unito i frutti dei due lavori precedenti quindi strutturato il seguente *modello concettuale* (si veda la tabella 2.1) per analizzare le *strategie di scaffolding* nelle interazioni insegnante/esperto-studente/apprendente. Tale modello prevede sei *scaffolding intentions*:

- **Direction maintenance.** Di carattere metacognitivo, consiste nel mantenere lo studente/apprendente concentrato sull'obiettivo di apprendimento;
- **Cognitive structuring.** L'insegnante/esperto dovrebbe aiutare gli studenti/apprendenti a strutturare e motivare il proprio ragionamento. Tale obiettivo è di natura cognitiva;
- **Reduction of the degrees of freedom.** Afferente alla sfera cognitiva, consiste nel semplificare un compito che l'apprendente non sarebbe in grado di affrontare autonomamente;
- **Recruitment.** Dal punto di vista dell'*affect*, l'insegnante/esperto dovrebbe far sì che lo studente/apprendente mostri interesse, quindi aiutarlo a focalizzarsi sulle richieste del compito;
- **Contingency management e frustration control.** Riguardano i fattori di natura affettiva e di solito sono considerati uniti. In questo caso, l'insegnante/esperto dovrebbe prevedere un sistema di ricompense e penalità per facilitare il raggiungimento di conoscenze e/o competenze. Inoltre, grazie a questi obiettivi il docente/esperto mantiene gli studenti/apprendenti motivati prevenendo oppure riducendo eventuali sentimenti di frustrazione.

Ciascuna di queste *intentions* può essere abbinata ad uno o più *means*:

²⁰Ad esempio, si veda l'articolo Many (2002) per ulteriori informazioni

Tabella 2.1: *Scaffolding intentions*, tratta da van de Pol et al. (2010)

Scaffolding intentions		
Support of students' metacognitive activities	Support of students' cognitive activities	Support of students' affect
A. Direction maintenance	B. Cognitive structuring C. Reduction of degrees of freedom	D. Recruitment E. Contingency management/frustration control

- **Feeding back**, ovvero, secondo gli autori, fornire all'apprendente riscontri, ad esempio, sulle sue performance o sulla qualità delle sue risposte;
- **Hint**. Durante lo svolgimento di un compito o di un'attività, l'insegnante/esperto potrebbe dare idee o suggerimenti per supportare lo studente/apprendente. Gli autori sottolineano che questo mezzo non implica suggerire la soluzione al compito oppure fornire istruzioni dettagliate;
- **Instructing**: grazie a questo *means* il docente/esperto comunica all'allievo/apprendente cosa fare, oppure spiega come qualche volta sia necessario procedere e perché;
- **Explaining**, ovvero, spiegare con dovizia di dettagli e chiarire;
- **Modeling**, che, secondo Tharp e Gallimore, "è il processo di esibizione di un comportamento da imitare" (Tharp e Gallimore 1988, p. 47)²¹, cioè è un processo in cui si mostra un comportamento da imitare (tradotto dall'autrice). van de Pol e colleghi aggiungono che tale "strumento" comprende anche mostrare particolari competenze;
- **Questioning**, vale a dire, porre domande che richiedono una risposta attiva sia dal punto di cognitivo che linguistico.

La mera implementazione di uno o più *means* nella pratica di insegnamento non implica necessariamente *fare scaffolding*. Per essere tale, il supporto deve essere pianificato in modo che sia *contingente*, cioè *ridotto gradualmente* nel tempo e permetta la *devoluzione della responsabilità* del compito verso l'apprendente. Forte di questa premessa, una generica combinazione di uno o più *means* con una o più *intentions* può costituire una *strategia di scaffolding*. Ad esempio, nel suo articolo, Brophy (1999) illustra tre diversi utilizzi del "modeling" per assistere gli apprendenti in diverse attività: nel primo, viene abbinato alla "direction maintenance" per supportare in modo metacognitivo; nel secondo, invece, viene usato in congiunzione con "reduction of the degrees of freedom" e "cognitive structuring" per aiutare nella sfera cognitiva; infine, nel terzo, si presentano i motivi per cui vale la pena sforzarsi di imparare unitamente agli obiettivi di *recruitment* e *frustration control* per agire dal punto di vista dell'*affect*.

²¹ Citazione originale: "[it is] the process of offering behavior for imitation"

Come già detto in precedenza, in questo articolo si espone un modello concettuale, in cui sono esplicitati degli strumenti operativi da impiegare per raggiungere determinati obiettivi. Grazie a questo studio, lo *scaffolding* non è più soltanto un fenomeno da osservare, come è stato concepito in passato, ma anche da mettere in pratica in un determinato contesto. In aggiunta, tale modello permette agli insegnanti/esperti non solo di auto-valutare il proprio metodo di insegnamento, ma anche di effettuare *in modo sincro* una o più configurazioni di strategie, con la consapevolezza delle proprie *intentions*.

Tuttavia, l'intero quadro teorico di van de Pol e colleghi, così come le due classificazioni da cui trae origine, è fortemente incentrato sul ruolo del teacher e sul suo comportamento nel corso di un'interazione: invero, nel loro studio non si rileva alcun tipo di riflessione sulla natura interattiva del processo, sulla figura dello studente e del contesto sociale in cui apprende, cioè quello di classe. In un'ottica socioculturale dell'insegnamento-apprendimento, quando un individuo partecipa insieme ad altri ad un'attività, è essenziale considerare tre aspetti interconnessi che agiscono rispettivamente ai livelli istituzionale/di comunità, interpersonale e personale (Rogoff 1995):

- per comprendere il primo, cioè l'*apprenticeship* (apprendistato), è importante conoscere la *comunità*, o l'istituzione, quindi il contesto socioculturale di cui un soggetto fa parte. Il contesto, infatti, prevede un'organizzazione, pratiche culturali, *predispone attività* con scopi ben precisi, vincoli, risorse, valutazione dei mezzi più adeguati per raggiungere determinati obiettivi e, infine, strumenti culturali.
- All'interno della comunità si instaurano dei processi interpersonali fra i soggetti che partecipano allo svolgimento di una o più attività. La *guided participation* (partecipazione guidata) concerne tutte le relazioni *interpersonali*, quindi le interazioni degli individui con altri, loro pari o più esperti, in modo collaborativo per raggiungere un obiettivo condiviso. Fra le varie interazioni è prevista quella fra soggetti più esperti ed altri con meno esperienza.
- Infine, attraverso la partecipazione alle attività, si osserva anche la *participatory appropriation* (appropriazione partecipata), che riguarda lo sviluppo *personale* dell'individuo attraverso il coinvolgimento in una o più attività socioculturali. Si tratta di un processo in cui il soggetto si trasforma, acquisendo conoscenze e capacità e, contestualmente, diventando capace di gestire in futuro attività simili tramite la partecipazione ad una o più attività. In poche parole, Rogoff (1995) si riferisce a "quanto gli apprendenti ottengono dall'aver preso parte ad un'attività".

Per chiarire il legame inscindibile fra questi tre processi, basti pensare ad un individuo che si impegna a svolgere attività culturali promosse dalla comunità di cui fa parte, interagisce con altri membri della comunità, che possono essere suoi pari o persone più esperte, in modo collaborativo per portarle a termine e che, infine, partecipando, acquisisce più esperienza per poter affrontare attività simili in futuro.

Alla luce di quanto appena riportato, il modello concettuale di van de Pol e colleghi fa riferimento unicamente ad alcune parti dell'aspetto della partecipazione guidata, in cui è previsto anche l'apprendimento assistito (*assisted learning*) da soggetti più esperti. Pertanto, sarebbe riduttivo analizzare lo *scaffolding* solo da questo punto di vista, senza tener conto del rapporto interattivo fra insegnante/

esperto ed apprendente, ignorando le eventuali risposte di quest'ultimo, il contesto di comunità o istituzionale in cui tali interazioni ed altre avvengono, e, infine, la crescita personale dell'apprendente.

In aggiunta, quella di van de Pol e colleghi sembra una ricerca molto generale, che non presenta le specificità di uno studio in Educazione Matematica: una generica combinazione di *means* ed *intention* può essere adottata per supportare l'apprendimento di una qualsiasi disciplina curricolare. Nel corso delle nostre indagini, in effetti, ci siamo imbattuti in studi che affrontano la tematica anche dal lato dell'Educazione Matematica, come quello di Anghileri (2006), in cui si individua un insieme di pratiche (di *means*, usando la terminologia di van de Pol e colleghi) che l'insegnante potrebbe implementare nei dialoghi face-to-face che coinvolgono la Matematica. Tuttavia, in questi articoli si contemplan "strategie/pratiche" pensate in vista di un obiettivo particolare, che non viene esplicitato in quanto sottinteso oppure troppo generico. Per poter attuare una strategia di *scaffolding*, non è possibile concepire i *means* separatamente dalle *intentions*, dal momento che qualsiasi pratica, o strategia, o procedura, messa in campo da un individuo ha un scopo ben preciso che non può essere ignorato o dato per scontato.

Oltretutto, van de Pol e colleghi non sembrano dare indicazioni su come prepararsi anche al di fuori dell'ambiente di classe per poter offrire un supporto che rispetti le tre caratteristiche delineate all'inizio del paragrafo. In definitiva, stando a quanto da loro suggerito, questo modello sembra esser stato costruito unicamente per le interazioni uno-a-uno. Tutto ciò non implica che non possa essere osservato quindi adottato in ambiti che coinvolgono, per esempio, più di due soggetti, oppure uno solo. A tal proposito, nei paragrafi successivi proveremo ad analizzare la letteratura sullo *scaffolding* per trovare delle lenti teoriche in grado di aiutarci a capire se questo modello concettuale potrebbe essere adattato ad altri tipi di interazione.

2.4 Tipologie di interazione

Nel paragrafo Evoluzione della *metafora del ponteggio* si è accennato all'origine sociale dello *scaffolding*: infatti, nasce come frutto di un valore condiviso con un soggetto più esperto, un genitore, un insegnante, o ancora un pari, e arriva al livello individuale, "intrapicologico" del discente/apprendente. Come conseguenza dell'espansione della metafora del ponteggio, il costruito è stato messo in pratica in circostanze differenti da quella tradizionale, familiare che coinvolge, appunto, un genitore ed un bambino. Nel paragrafo precedente è stato descritto un tipo di interazione uno-a-uno. In quelli successivi, invece, si propone una breve panoramica su altri tipi di interazione presentati in letteratura.

2.4.1 *Whole-class scaffolding*

van de Pol et al. (2010) presentano un modello concettuale nell'ambito delle interazioni insegnante-studente, aderendo, di fatto, alla visione autentica di *scaffolding*, in cui era previsto un rapporto uno-a-uno. Per diverso tempo alcuni ricercatori hanno preferito improntare la propria ricerca sugli scambi face-to-face, ritenendo che l'estensione ad un contesto più ampio potrebbe essere difficile per via della presenza di molteplici ZPD. Al contrario, Smit et al. (2013) sostengono che una delle maggiori

sfide della ricerca in Educazione consista nell'interpretare ed adattare la tesi Vygotskijana della ZPD alle interazioni dei docenti con il gruppo classe, senza discostarsi dall'accezione originale. Questi autori, infatti, credono che considerare la ZPD di un'intera classe sia compatibile con la più generale teoria socioculturale che l'ha generata e che, pertanto, fornire un contributo alle discussioni di classe da questo punto di vista possa chiarire meglio il passaggio di conoscenza dal piano interpsicologico a quello intrapsicologico. Wertsch (1991) afferma che stabilire la ZPD di un gruppo classe permetta di concettualizzare la "distribuzione sociale del pensiero" (Smit et al. 2013, p. 4)²². Inoltre, nonostante la varietà di studi che ne riconoscono la validità (Hogan e Pressley 1997; Nathan e Kim 2009), Smit et al. (2013) hanno realizzato che prima del loro articolo non esistevano fondamenti teorici a sostegno dell'applicabilità dello *scaffolding* nel contesto di classe. Dunque, nel loro lavoro empirico identificano tre caratteristiche nel *whole-class scaffolding*:

- **diagnosis**, ovvero, diagnosi. Nel modello di van de Pol e colleghi (2010), esposto in *Strategie di scaffolding*, è vista come uno strumento operativo per ottenere la contingency. In questo caso, invece, gli autori la promuovono a proprietà, poiché, in base ad alcune interpretazioni delle opere Vygotskijane sulla ZPD, per garantire un supporto adattivo è necessario sapere l'attuale livello di sviluppo degli apprendenti. Gli studiosi sottolineano come questo atto non debba direttamente precedere una risposta contingente, quindi esortano a non subordinarla alla contingency;
- **responsiveness**, che coincide perfettamente con la *contingency* delineata da van de Pol et al. (2010);
- **handover to independence**, tradotto letteralmente con "passaggio all'indipendenza". In questo requisito è inclusa anche la natura temporanea del supporto, ovverosia, il *fading*, motivo per cui gli autori hanno preferito non considerarla separatamente, a differenza del modello di van de Pol e colleghi.

Smit et al. (2013) non nascondono che la sfida maggiore comporti l'analisi dei diversi livelli di conoscenze e competenze (un gruppo di ZPD), che potrebbe rendere più arduo supportare tutti gli apprendenti in modo coerente con le tre peculiarità appena descritte.

Un processo di apprendimento a lungo termine richiede indagini, diagnosi dilatate nel tempo, nonché un'accurata pianificazione dei materiali e delle attività²³. Oltre ad aver connotato questo costruito nell'ambiente classe, dai risultati della loro sperimentazione è emerso che ogni caratteristica può essere di due tipi, *online* ed *offline*. Per una distinzione più agile, tutte le azioni intraprese *durante* gli scambi di classe (valutazioni, strategie) avvengono *online*, mentre quelle effettuate *al di fuori* sono, appunto, *offline*. Ad esempio, una *diagnosi online* si può eseguire tacitamente durante l'interazione con la classe per conoscerne lo stato attuale di comprensione; al contrario, una *diagnosi offline* può prevedere un esame attento degli elaborati degli apprendenti oppure la visione o l'ascolto di lezioni video- o audio-registrate. La *responsiveness online* si può determinare implementando, in termini di van de Pol e colleghi, una combinazione di *means* ed *intentions*. La versione offline della responsiveness

²²Citazione originale: "the social distribution of mind"

²³Nel quadro in esame il termine attività si riferisce ad una concatenazione di *task*.

si può ottenere come risultato sia di una diagnosi online che offline, per cui si struttura una lezione o una discussione a seconda delle risposte degli studenti/apprendenti. In aggiunta, un *handover online* può consistere nel porre domande ed esortare gli apprendenti affinché completino un'attività o un compito in modo quasi autonomo. Infine, un *handover offline* è possibile organizzando attività che offrano sempre meno supporto, favorendo, di fatto, l'indipendenza.

Dagli esiti della loro ricerca si evince che, per lavorare su obiettivi di apprendimento a lungo termine, l'intervento del docente/esperto può avere le seguenti peculiarità:

- *layered*, cioè, stratificato. In questo modo, l'intervento può avvenire a più livelli. Ad esempio, ogni azione (diagnosi, rispondere in modo adattivo o il passaggio all'indipendenza) può essere effettuata in momenti diversi, sia online, quindi durante le interazioni con la classe, sia a cavallo fra una lezione ed un'altra;
- *distributed*, in modo distribuito. Non è detto che tutte le proprietà si verifichino nella stessa lezione o sessione, ma potrebbero essere distribuite nell'arco di un periodo. Per esempio, la diagnosi online condotta in una lezione può servire per prepararsi a rispondere in modo adattivo nella lezione successiva;
- *cumulative*, vale a dire che la reiterazione di diagnosi (online o offline) e di risposte contingenti nel tempo è ciò che dà l'avvio al passaggio all'indipendenza. Questo implica che il processo di *handing over to independence* non può concretizzarsi in un'unica lezione, così come i processi di apprendimento degli studenti non si possono attribuire a casi di *responsiveness*. In altre parole, tali processi rappresentano l'effetto cumulativo di varie diagnosi e risposte contingenti nel corso del tempo.

Prima di concludere, è doveroso fare alcune considerazioni. Nonostante i diversi ambiti di applicazione, i quadri finora esposti presentano dei punti di intersezione. In primo luogo, il forte legame con le prime interpretazioni di *scaffolding*, di cui mantengono lo spirito ed esaltano caratteristiche come la temporaneità del supporto, la bidirezionalità e l'intersoggettività. Aggiungo che i due articoli, sotto certi punti di vista, sono del tutto sovrapponibili: entrambi ribadiscono i medesimi concetti, sposano la distinzione fra *means* ed *intentions*, quindi offrono ai soggetti più capaci strategie da poter utilizzare nella pratica didattica. Tuttavia, nel secondo articolo si ravvisano alcuni elementi innovativi, quali una giustificazione teorica al *whole-class scaffolding*, la differenza fra pratiche didattiche offline ed online e la descrizione della natura triadica di questo tipo di interazione. Inoltre, nell'articolo viene chiarito quanto segue: le singole azioni di un docente/esperto mentre insegna a tutta la sua classe non possono essere valutate come *scaffolding*, dato che non sarebbero sempre rispettate le tre proprietà (*responsiveness*, *diagnosis* e *handover to independence*) allo stesso tempo. Al contrario, il *whole-class scaffolding* consiste di "configurazioni di azioni dell'insegnante, strategie didattiche e l'obiettivo in futuro di devolvere l'indipendenza agli alunni" (Smit et al. 2013, p. 15, trad. autrice)²⁴. Infine, nonostante l'aver riconosciuto la validità dello *scaffolding* uno a molti, questi autori sono consapevoli

²⁴Citazione originale: "configurations of teacher actions, instructional means and the intention eventually to handover to pupils' independence across lessons."

delle difficoltà nel monitorare le conoscenze ed abilità di un gruppo classe e nel garantire un supporto calibrato in base alle esigenze dei singoli apprendenti. Nel paragrafo successivo si descrivono altri tipi di interazione, tra pari e con se stessi. Nel prosieguo di questo capitolo si porrà l'accento su come la combinazione fra uso di materiali di diversa natura e il supporto dinamico e calibrato dell'esperto possano aiutare un gran numero di apprendenti con diverse ZPD.

2.4.2 *Reciprocal e self scaffolding*

Nel paragrafo Caratteristiche dello *scaffolding* lo *scaffolding* è stato inizialmente illustrato come un costrutto che prevede un'interazione fra due soggetti umani, un apprendente ed un esperto. In seguito, sono stati proposti articoli in cui la metafora del ponteggio è stata estesa all'interazione fra un esperto ed un gruppo di apprendenti. In questo paragrafo proporrò altre due letture della metafora del ponteggio.

Nel loro articolo Holton e Clarke (2006) presentano un'estensione del concetto di *scaffolding*, che comprende due elementi, l'*agency* e il *dominio*. In questo paragrafo verrà approfondito il primo elemento, invece, nel paragrafo *Strand* di *scaffolding* verrà chiarito il secondo.

Per quanto riguarda l'*agency*, purtroppo non esiste un corrispettivo termine in italiano: si potrebbe tradurre letteralmente con "l'operante o chi opera", oppure, "colui che ha il potere di influenzare".

Stando ad alcuni studi in letteratura, lo *scaffolding* viene osservato o attuato nel momento in cui uno *scaffoldee* si imbatte in una situazione che non è in grado di gestire autonomamente. Pertanto, un esperto, generalmente un adulto oppure un pari con più conoscenze e/o esperienza, può fornire supporto, ad esempio, suggerendo una "direzione" da seguire. Tuttavia, gli autori si domandano se gli apprendenti possano comunque *costruire* conoscenza oppure risolvere un problema anche senza il supporto di un esperto.

Per Holton e Clarke (2006) è fondamentale fornire agli apprendenti dei *means* che li aiutino a sbrogliare situazioni potenzialmente critiche anche senza un esperto a portata di mano. Secondo questi autori, infatti, esistono tre diversi tipi di *scaffolding agency*, o meglio, tre tipi di interazione grazie a cui è possibile costruire nuove conoscenze e/o risolvere problemi:

- *expert scaffolding*, ossia, quando il supporto proviene da un esperto, che può essere un adulto oppure un pari più capace;
- *reciprocal scaffolding*, vale a dire, quando due o più soggetti collaborano per completare un *task*. In questo caso, il supporto può provenire da qualsiasi membro del gruppo;
- *self scaffolding*, quando *scaffolder* e *scaffoldee* sono la stessa persona, quindi, di fatto, il soggetto si auto-assiste.

L'*expert scaffolding* è una tipologia di interazione in cui un soggetto più esperto è responsabile dell'apprendimento di altri. Nei primi paragrafi ho già proposto esempi di questo tipo di interazione: un insegnante con uno o più studenti, un genitore che insegna un bambino a parlare, un tutor accademico che assiste il suo (o i suoi) tutee. Gli autori specificano che, in questo caso, la figura esperta non deve necessariamente avere una conoscenza esaustiva di un certo argomento, quindi sia dei concetti sia

degli approcci risolutivi, ma può semplicemente avere più esperienza in merito. Questo genere di interazione è probabilmente il più comunemente trattato in letteratura, in quanto ricorda la definizione originale di *scaffolding* data da Wood e colleghi (1976). Pertanto, poiché è stato già descritto in questa tesi, non mi dilungherò su questo aspetto.

Il *reciprocal scaffolding* si verifica quando due o più persone collaborano per portare a termine un *task*. In questo tipo di interazioni, infatti, ogni soggetto contribuisce con la propria capacità o esperienza, in virtù della quale può avviare *processi di scaffolding*, quindi assistere in modo temporaneo e contingente gli altri membri del gruppo. In un dato momento, un qualsiasi membro può assumere il ruolo temporaneo di “esperto” (pari), con l’intento di dare supporto, oppure di “apprendente” (pari), con l’intento di imparare. Dunque, nel corso di un’interazione la differenza di ruoli diventa nulla, poiché può cambiare da un momento all’altro e da un’interazione ad un’altra. Ed è proprio questa caratteristica che distingue il *reciprocal* dall’*expert scaffolding*: mentre nel secondo i ruoli di esperto ed apprendente sono fissi, statici, nel primo, invece, può accadere, e spesso accade, che tali ruoli si invertano. Riassumendo, dato che ogni individuo possiede delle conoscenze o esperienze, tutti possono temporaneamente fare *scaffolding* oppure possono assumere il ruolo di apprendente. Esempi di *reciprocal scaffolding* sono studenti che lavorano in gruppi in ambito scolastico, oppure diversi gruppi di ricerca, formati da individui con le medesime abilità, che collaborano in un contesto accademico.

Alcuni autori, come Belland et al. (2013), usano l’espressione *peer scaffolding* per riferirsi a questo genere di interazione. Nello specifico, questi ultimi illustrano *peer* ed *expert modeling* come *strategie di scaffolding*: mentre il secondo può essere sfruttato per mostrare approcci risolutivi altamente efficaci messi in atto da esperti di un determinato ambito, il primo può essere proposto per dimostrare come pari ugualmente capaci abbiano portato a termine un *task*. Ad ogni modo, sia Belland et al. (2013) che Holton e Clarke (2006) alludono alla medesima tipologia di interazione, anche se adottano espressioni diverse. In questa particolare forma di interazione, il processo di *scaffolding* ha luogo fra soggetti dalle medesime abilità, quindi fra “peers” (pari) in modo reciproco, ovvero, “che va e viene, che fluisce e rifluisce”²⁵. Inoltre, come Belland e colleghi, anche Puntambekar e Hubscher (2005) sostengono che ambienti di apprendimento che includono, ad esempio, dispositivi elettronici oppure programmi software, creino delle opportunità per il *peer* o *reciprocal scaffolding*. I vantaggi dell’uso di tali materiali per dare *scaffolding* sarà trattato più diffusamente nei prossimi paragrafi. Nonostante ci siano risvolti positivi nella promozione di questo tipo di interazione, è importante considerare anche altri fattori. Rogoff (1990) afferma che le interazioni fra pari possono favorire l’esplorazione, il miglioramento delle performance e dare motivazione: per esempio, in un contesto scolastico ogni studente può essere critico nei confronti di un altro quindi possono esortarsi a vicenda a riflettere (Puntambekar e Hubscher 2005, p. 8). Tuttavia, Rogoff ritiene che questo tipo di interazione, rispetto all’*expert scaffolding*, non preveda una valutazione sul livello di competenza del partner, in modo da poter dare *scaffolding*. Effettivamente, quando due soggetti pari apprendono insieme, la costruzione congiunta di una Zona di Sviluppo Prossimale potrebbe essere difficile nel corso delle loro interazioni, in quanto, “anche se il soggetto più esperto sa di cosa ha bisogno il compagno meno esperto, lui/lei potrebbe avere

²⁵vedere il sito della Treccani <https://www.treccani.it/vocabolario/reciproco/>

difficoltà nell'adeguare [il supporto] ad un livello appropriato e nell'adeguarsi in base ai miglioramenti del compagno nel corso del tempo" (Hogan e Tudge 1999, p. 57, trad. autrice).

Infine, il *self scaffolding* si può ritenere come un tipo di interazione *superiore*, in cui un soggetto interagisce con se stesso. In poche parole, esso si osserva o trova applicazione nelle situazioni in cui un individuo è capace di dare *scaffolding* a se stesso quando affronta un *task*. In generale, un *self scaffolder* non possiede le stesse conoscenze teoriche ed esperienze di un esperto, ma ha una grande conoscenza di se stesso, dei contenuti in suo possesso e, soprattutto, del suo modo di apprendere. Ad esempio, un apprendente sa se conosce una formula oppure se preferisce usare un diagramma, con l'intento di ridurre i gradi di libertà. Stando a Holton e Clarke (2006), spesso queste informazioni non sono note ad un esperto, oppure ad un pari, che potrebbero dare supporto assumendo erroneamente che alcune conoscenze siano già state acquisite. Nella loro ricerca, questi autori hanno dimostrato che *self scaffolding* e metacognizione hanno invero molto in comune. In particolare, questi ultimi si sono serviti di due liste, una contenente domande poste da insegnanti/esperti per fornire *scaffolding*, l'altra con frasi in grado di supportare gli studenti/apprendenti nel definire i propri processi cognitivi, per trovare delle similitudini. In definitiva, secondo Holton e Clarke (2006), il *self scaffolding* è metacognizione e viceversa. Forti di quest'ultima affermazione, quando un apprendente da *scaffolding* a se stesso, allora è possibile ritenere che l'obiettivo finale del processo di *scaffolding* sia stato raggiunto.

In questo articolo si definisce lo *scaffolding* come un atto di insegnamento, per supportare l'immediata costruzione di conoscenza e per fornire le basi per un apprendimento individuale. Di fatto, si allude ad un'azione unidirezionale, che non considera le caratteristiche principali del costruito. Come è già stato spiegato, quest'ultimo è incentrato sull'interazione fra gli individui coinvolti, tenendo conto di come varia il supporto dell'esperto nel corso del tempo e di come gradualmente l'apprendente acquisisca autonomia. Inoltre, la caratterizzazione di Holton e Clarke relega il processo in esame esclusivamente all'ambito scolastico. D'altro canto, ciò che sembra interessante in questo articolo è l'uso dell'*agency* per descrivere i vari tipi di interazione, *expert*, *reciprocal* e *self*, e ciò rafforza l'idea che lo *scaffolding* possa verificarsi anche fra due o più soggetti oppure quando si affronta un *task* autonomamente.

2.5 *Material scaffold: introduzione*

Finora abbiamo visto come questo costruito abbia origini in ambito sociale, più precisamente, dall'osservazione dell'interazione fra un genitore ed un figlio. Successivamente si è pensato che una simile interazione potesse aver luogo fra un docente ed uno studente, quindi la metafora è stata adattata anche nel caso di un insegnante che supporta in un certo modo il suo gruppo classe.

Nel paragrafo *Whole-class scaffolding* si è accennato all'uso di *materiali* nell'ambito delle interazioni fra un insegnante/esperto e un gruppo di apprendenti. Infatti, Smit e colleghi (2012) sostengono che un'adeguata integrazione e pianificazione dei "materiali" sia efficace nel monitoraggio delle ZPD di una classe di apprendenti e, contestualmente, sia essenziale per fornire un supporto regolato a partire dalle esigenze dei singoli *scaffoldee*. Nella letteratura sullo *scaffolding* alcuni materiali predisposti dagli

esperti con l'obiettivo di supportare gli apprendenti sono caratterizzati come *scaffold*. Prima di tutto, è bene spiegare perché in diversi lavori viene usato questo termine per riferirsi a tali materiali.

Nell'articolo di Lajoie (2005), uno *scaffold* viene definito come un'"entità" che viene impiegata, da un lato, per aiutare gli apprendenti a raggiungere il loro potenziale, per poi essere rimossa una volta conseguito l'obiettivo di apprendimento, e dall'altro, invece, per aiutare i docenti/esperti a decidere come e quando intervenire. Nel dettaglio, gli *scaffold* si configurano come "regolabili e temporanei" (Palincsar e Brown 1984, p. 75, trad. autrice, vedi Xun e Land 2004 che "permettono agli apprendenti di partecipare ad un livello sempre crescente di competenza, mentre gradualmente vengono ritirati nel corso del processo di apprendimento e via via che gli apprendenti diventano competenti" (Xun e Land 2004, p. 6, trad. autrice). In definitiva, con questo termine si allude ad una struttura, ad un'impalcatura capace di offrire sostegno. Nel corso della trattazione questa parola verrà impiegata come sinonimo dell'espressione "struttura o materiale che dà supporto".

In diversi articoli sul costruito in esame vengono considerati particolari interazioni fra due o più soggetti come *social scaffold*, cioè, letteralmente "supporti sociali", poiché, in questo caso, il processo di costruzione dell'impalcatura coinvolge esclusivamente esseri umani (Bakker et al. 2015; Martin et al. 2019; Puntambekar e Hubscher 2005). L'interazione uno-a-uno illustrata nel paragrafo *Strategie di scaffolding* ne è un esempio. In questi casi si parla, appunto, di *social scaffolding*.

Secondo Martin et al. (2019), esistono anche i *material scaffold*, per cui il supporto proviene da particolari "mezzi". Nell'insegnamento-apprendimento i *task* presenti in questi ultimi sono incentrati sulle difficoltà degli apprendenti, in modo da renderli capaci di portare a termine compiti che individualmente non sarebbero in grado di affrontare, in quanto al di là della loro Zona di Sviluppo Prossimale.

Stando all'articolo di Martin et al. (2019), alcuni *scaffold* possono supportare l'apprendimento attraverso ciò che gli autori denotano con *meccanismo di structuring*. Esso consiste nell'aiutare gli apprendenti a decomporre un compito complesso nei passaggi necessari per portarlo a termine e a fornire metodi organizzativi che li assistano nel compimento o nella partecipazione ad un'attività, attraverso domande che esortino a riflettere ed argomentare. Secondo Martin et al. (2019), lo structuring può essere implementato tramite i *prompt*, termine di lingua inglese che può essere tradotto letteralmente con "esortazioni" o "sollecitazioni". Infatti, il verbo "to prompt" può significare "spingere qualcuno a compiere un'azione". Nel caso dei *material scaffold*, i *prompt* si possono considerare come degli aiuti di vario tipo, in grado di esortare, spingere gli apprendenti a riflettere. Questi ultimi possono essere inseriti sia nella consegna sia nel *task* stesso. Il meccanismo dello structuring può essere paragonato ad alcuni aspetti legati all'*intention* Cognitive Structuring presente nel modello di van de Pol et al. (2010) e i *prompt* si possono interpretare come particolari *means*. Infatti, sia nell'articolo di Martin et al. (2019) sia in quello di Xun e Land (2004), i *prompt* sono definiti come *scaffolding techniques*, quindi capaci di aiutare gli apprendenti nella risoluzione di *task* o nel conseguimento di un obiettivo.

La maggior parte degli articoli sullo *scaffolding* riporta principalmente due tipi di *material scaffold*: cartacei e tecnologici. Oltre a questa prima suddivisione, Saye e Brush (2002) dichiarano come, generalmente, gli *scaffold* rientrano in due categorie. Gli *hard scaffold* si configurano come supporti statici,

che possono essere previsti e pianificati in base alle tipiche difficoltà degli apprendenti (Saye e Brush 2002, p. 81). I *soft scaffold*, invece, sono supporti dinamici e situazionali, più precisamente, richiedono all'esperto di monitorare costantemente la comprensione degli apprendenti e di fornire un supporto tempestivo in base alle loro risposte (Saye e Brush 2002, p. 82).

In linea di principio, l'utilizzo esclusivo di tali *scaffold* permette di dare un'assistenza "su larga scala", cioè, ad un certo numero di apprendenti, temporanea, poiché si possono rimuovere quando si è certi che gli apprendenti abbiano acquisito una determinata abilità e, infine, basata sulla "teoria del *task*", ossia, su come quest'ultimo debba essere risolto (Wood, Bruner et al. 1976). Nonostante ciò, questi supporti non implementano il processo di *scaffolding* così com'è stato spiegato in Caratteristiche dello *scaffolding*, dal momento che non possono essere costantemente aggiornati sul livello attuale di performance degli apprendenti, ovvero, sulla "teoria del *tutee*" (Wood, Bruner et al. 1976), quindi non offrono un aiuto contingente, che si riduce gradualmente. Inoltre, come il lettore avrà intuito, avviare un processo di *scaffolding* servendosi unicamente di questi *scaffold* potrebbe non essere sufficiente. Ad esempio, in un contesto di *whole-class scaffolding*, l'aiuto offerto dall'insegnante/esperto, che si può ritenere un *soft scaffold*, potrebbe non essere adeguato alle esigenze uniche ed individuali dell'intera classe, in quanto si riuscirebbe ad avviare un processo di *scaffolding* solo con un numero esiguo di apprendenti. Per contro, in un qualsiasi contesto, servirsi solamente di supporti esterni costruiti in base alle possibili lacune degli apprendenti significherebbe perdere l'assistenza dinamica, contingente e calibrata dell'esperto. A tal proposito, Martin et al. (2019) parlano di *distributed scaffolding*, riferendosi a situazioni in cui il processo è "distribuito" fra persone esperte e *scaffold*, al fine di creare un *sistema di scaffolding* che simultaneamente assicuri un livello ragionevole di supporto ad un certo numero di apprendenti (Martin et al. 2019, p. 74). Ad esempio, nel *whole-class scaffolding* l'eccesso e/o la sinergia fra *hard* e *soft scaffold* potrebbero creare molteplici opportunità di apprendimento per un insieme di apprendenti con esigenze diverse (Martin et al. 2019, p. 74). In effetti, nel loro studio, Xun e Land (2004) hanno descritto un *sistema di scaffolding*, in cui gli apprendenti, lavorando a piccoli gruppi su specifici *task*, potevano valersi non soltanto del supporto offerto dai *prompt*, ma anche di quello contingente e dinamico dei propri pari. Per implementare questo sistema, secondo Martin et al. (2019) è importante trovare un'adeguata combinazione fra l'uso di *material scaffold* e il supporto dinamico fornito da un esperto, oppure da un pari. Per esempio, un esperto dovrebbe assumere il ruolo di mediatore fra l'apprendente e gli *scaffold*, allo scopo di monitorare l'efficacia di questi ultimi, dare supporto quando non risultano allineati con la ZPD dello *scaffoldee*, quindi pianificare come utilizzarli per raggiungere determinati obiettivi.

Prima di concludere questo paragrafo, si avverte l'esigenza di una riflessione che unisca i *material scaffold* alle tre sfere dell'apprendimento. Martin et al. (2019) asseriscono che, in generale, i *material scaffold* possano supportare gli apprendenti solo dal punto di vista cognitivo, tralasciando, di fatto, le altre due dimensioni, ossia, metacognitivo ed *affect*. Al contrario, nel loro articolo, Belland et al. (2013) sostengono che questi sostegni debbano essere progettati anche per stimolare e sviluppare la *motivation*, termine che può essere tradotto letteralmente con "motivazione", uno degli aspetti del più ampio concetto di *affect*. A tal proposito, essi affermano che ciò che viene denominato *scaffolding* sia nato

per assistere gli apprendenti sia dal punto di vista cognitivo che dell'*affect*, ma spiegano persino che, con il passare del tempo, buona parte delle ricerche su tale processo si sia focalizzata prevalentemente sulla prima dimensione. Infatti, questi autori sottolineano l'importanza di improntare un processo di *scaffolding* legato anche a fattori di natura affettiva, poiché in questo modo si possono gettare le basi per il cosiddetto *engagement* (coinvolgimento). In linea con le tesi di Belland et al. (2013), esistono tre tipi di coinvolgimento: *comportamentale*, che concerne il comportamento con cui viene affrontato un compito o un'attività; *cognitivo*, relativo allo sforzo cognitivo profuso nella risoluzione di un compito o di un'attività; infine, *emotivo*, che riguarda l'atteggiamento dell'apprendente nei confronti del *task*, o dell'attività. Questi studiosi, invero, non descrivono le interazioni con un *material scaffold* solo dal lato cognitivo, ma anche dal punto di vista emotivo, cioè, delle convinzioni e dell'atteggiamento, e infine, da una prospettiva comportamentale, indagando, appunto, sul tipo di comportamento. Naturalmente, questo discorso relativo all'*engagement* può essere efficientemente applicato in tutti i contesti in cui si avviano *processi di scaffolding*. Nonostante in questo articolo siano menzionate unicamente cognizione e motivazione, riteniamo che un lavoro volto a stimolare aspetti di natura affettiva possa influenzare anche la metacognizione, dal momento che, forti delle definizioni riportate in *Strategie di scaffolding*, è difficile concepire le tre sfere dell'apprendimento separatamente. Come è già stato spiegato, l'*affect* si può considerare come il motore che spinge ad attivare le altre due dimensioni nell'apprendimento di nuove conoscenze e, viceversa, il lavoro congiunto di metacognizione e cognizione può aiutare, in positivo o in negativo, a rivisitare l'atteggiamento, le emozioni o convinzioni che un soggetto ha di sé, della disciplina, del compito che sta svolgendo e così via. Per comprendere in che modo si possa influenzare il piano dell'*affect*, e, di conseguenza, anche le altre due dimensioni, di seguito si introduce il modello "operativo" proposto da Belland et al. (2013), composto da diversi *motivational goals* (obiettivi motivazionali). In realtà, sebbene il suddetto modello sia stato pensato appositamente per i *technological scaffold*, è ragionevole ritenere che tali goals si possano generalizzare quindi applicare ad altri tipi di *scaffold*. In aggiunta, a ciascun obiettivo corrisponde una o più *guidelines* (linee guida), che a loro volta possono essere implementate attraverso una o più *strategies*. Questi ultimi due elementi, ovvero, linee guida e strategie, saranno trattati in modo approfondito successivamente, in quanto più strettamente correlati al tipo di *material scaffold*. Gli obiettivi poggiano su note teorie nell'ambito della *motivation*, che, in realtà, toccano vari tratti della sfera dell'*affect*:

- **stabilire il valore di un compito.** Perseguire questo obiettivo significa fare in modo che l'apprendente percepisca
 - il valore intrinseco, cioè, la soddisfazione derivante dall'aver partecipato ad un compito;
 - l'importanza di eseguire correttamente un compito, quindi riferito ai "guadagni" ottenuti dall'aver fatto bene un compito;
 - l'utilità del compito, in termini di conoscenze e competenze acquisite una volta completato;
 - il prezzo, o lo "scotto", da pagare per completare un *task*. Naturalmente, più è alto il costo di esecuzione, più l'apprendente prende le distanze dal valore intrinseco del compito;

Questo scopo è fortemente legato alla suddetta intersoggettività, in cui esperto ed apprendente lavorano in sinergia per definire una proprietà condivisa del problema²⁶.

- **favorire obiettivi di padronanza** vuol dire mettere alla prova gli apprendenti con *task* stimolanti al fine di sviluppare conoscenze e competenze;
- **promuovere l'appartenenza**: quest'ultima si configura come un bisogno psicologico che viene generalmente percepito quando si lavora con altre persone. Pertanto, incentivare il senso di appartenenza aiuta lo studente/apprendente ad avvertire anche la motivazione intrinseca;
- **promuovere come regolare le emozioni**: adattare le emozioni provate durante l'esecuzione di un compito incide sul raggiungimento di diversi obiettivi, come la padronanza;
- **favorire l'aspettativa di successo**. La letteratura sui fattori di carattere affettivo insegna che, pur mostrando interesse per un certo tipo di *task*, l'apprendente non lo affronterà se pensa di non avere possibilità di eseguirlo bene. Infatti, l'aspettativa di successo può essere influenzata da diversi fattori, quali, ad esempio, la fortuna, oppure l'abilità, o l'impegno, a cui l'apprendente attribuisce il successo o il fallimento di un compito. Pertanto, secondo gli autori, un supporto digitale dovrebbe favorire un'aspettativa di successo positiva, puntando su fattori, come lo sforzo e la strategia impiegati, che in passato hanno portato ad un esito positivo;
- **favorire l'autonomia**, che è legata all'appropriazione del comportamento o dell'azione di qualcun altro (probabilmente un esperto). Per poter lavorare in questo senso è necessario agire sia sull'individuo sia sull'ambiente che lo circonda, con l'intento di far sviluppare una motivazione intrinseca. Tutto ciò può essere ottenuto offrendo opportunità di acquisire obiettivi personali, "autodiretti", di fare delle scelte, di fatto, riducendo minacce e pressioni.

Naturalmente, gli obiettivi appena descritti sono stati pensati anche in base ai tre tipi di engagement stabiliti in precedenza, cioè, comportamentale, cognitivo ed emotivo. Effettivamente, a giudicare da come sono stati presentati, ogni goal riguarda strettamente almeno uno dei tre tipi di engagement.

Nel prossimo paragrafo verranno illustrati brevemente gli *scaffold cartacei*, le loro caratteristiche e limitazioni, mentre quelli tecnologici saranno trattati più diffusamente nel paragrafo successivo.

2.5.1 Supporti cartacei

In questo caso, nel *task* oppure nella consegna vengono inseriti volutamente dei cosiddetti prompt, che, come è stato spiegato nel paragrafo precedente, possono essere interpretati come specifici *means*. Secondo Puntambekar e Kolodner 2005, questi aiuti potrebbero esortare gli apprendenti a concentrarsi sugli aspetti concettuali del compito stesso, a riflettere quindi ad adottare un certo tipo di procedimento. Di seguito, si presenta un esempio, tratto dall'articolo di Martin et al. (2019), di compito cartaceo con un certo tipo di prompt:

²⁶In questo articolo agli apprendenti viene chiesto di risolvere un problema di vita quotidiana, che si configura come una concatenazione di piccoli compiti.

*Se la massa aumenta, il lavoro necessario per sollevare l'oggetto **aumenta/diminuisce/resta lo stesso.***

(Martin et al. 2019, p. 9)

Nell'esempio viene assegnato un compito da risolvere selezionando l'ipotesi che si ritiene più opportuna. Generalmente, i supporti possono essere di vario tipo: in particolare, nell'esempio di cui prima viene dato un suggerimento, cioè, la possibilità di scegliere fra tre risposte diverse. Naturalmente, come verrà spiegato in seguito, un aiuto presente in un compito cartaceo può variare nel corso del tempo, ovvero, può trovarsi espresso sotto altra forma oppure offrire un grado di supporto maggiore o minore, in modo che gli apprendenti acquisiscano una certa autonomia nella risoluzione di *task* simili.

Predisporre dei compiti su carta con particolari *means* è una pratica solitamente adottata in ambito scolastico, dal momento che non richiedono importanti risorse economiche e possono supportare un certo numero di apprendenti. Tuttavia, non tutti i *means* elencati in *Strategie di scaffolding* si possono implementare su carta: infatti, quelli più comunemente riscontrabili sono *hint*, cioè, suggerimenti o proposte, *questioning*, ossia, domande specifiche che possano spingere alla riflessione, oppure *modeling*, ovvero, esempi o dimostrazioni di procedure da imitare. Per giunta, tali aiuti sono essenzialmente fissi, statici, poiché preparati in anticipo in base alle possibili difficoltà degli apprendenti, previsioni che potrebbero non essere in linea con l'attuale livello di comprensione degli stessi e non tener conto delle loro esigenze specifiche nell'affrontare il compito assegnato in quel preciso momento. Pertanto, gli *scaffold cartacei* sono considerati degli *hard scaffold*, in quanto offrono un supporto non interattivo e che non varia nel corso del tempo.

In aggiunta, stando all'articolo di Martin et al. (2019), una delle maggiori sfide della ricerca sullo *scaffolding* consiste nel progettare *scaffold cartacei* in grado di offrire un supporto graduale, che garantisca agli apprendenti in futuro un apprendimento autonomo. In base ad alcuni studi, infatti, il *fading* può essere realizzato, ad esempio, ridimensionando il grado, cambiando la natura dei prompt nel corso del tempo, assegnando *task* di difficoltà crescente oppure sequenze di *task* (Chen et al. 2012; McNeill e Krajcik 2009; Watson e De Geest 2012; Xun e Land 2004).

Nel loro studio sperimentale Martin et al. (2019) hanno dimostrato che organizzare materiali cartacei che includano *task* con diversi gradi di supporto potrebbe essere rischioso, in quanto non è sempre possibile stabilire preventivamente i procedimenti attuati dagli apprendenti o le loro risposte. Visto che i supporti cartacei sono degli *hard scaffold*, in grado di fornire solo sostegni non durevoli nel tempo e selezionati in base ad una diagnosi *a priori* delle capacità degli apprendenti, prevedere quali prompt siano più adatti a rispondere alle esigenze contingenti degli apprendenti potrebbe rivelarsi molto arduo. Di conseguenza, implementare il *fading* sui materiali cartacei risulta problematico poiché, non riuscendo a fornire un supporto adeguato alle esigenze attuali degli apprendenti, si potrebbe ottenere un effetto opposto rispetto all'*intention* dell'esperto: anziché progredire autonomamente, gli apprendenti potrebbero aver bisogno di un aiuto sempre maggiore. Per di più, secondo Martin et al. (2019), si potrebbero compromettere le performance di questi ultimi se il supporto venisse ridotto troppo velocemente. Per questi autori un esperto dovrebbe intervenire per sopperire ai limiti di questo tipo di *scaffold*.

Poiché le strategie incluse su carta offrono il cosiddetto “*blanket support*”²⁷, cioè un supporto minimo, uguale per tutti gli apprendenti, in questo caso l’insegnante/esperto gioca un ruolo cruciale, in quanto può integrare l’uso di *scaffold cartacei* con un supporto dinamico e regolato secondo le risposte e le abilità possedute in quel momento dai singoli apprendenti. Nel caso di *scaffold cartacei* che implementano il *fading*, l’esperto potrebbe adottare particolari *means*, ad esempio, per monitorare la comprensione degli argomenti trattati, per verificare se gli apprendenti sono pronti ad affrontare *task* con un diverso grado di difficoltà, quindi per fornire adeguata assistenza se necessario. Infine, come spiegato da Xun e Land (2004), il *blanket support* garantito dai prompt inseriti nel *task* oppure nella consegna può essere integrato anche tramite il *peer scaffolding*, predisponendo coppie o gruppi di apprendenti che diano luogo a delle interazioni che dovrebbero portare al compimento del *task*.

2.5.2 Supporti tecnologici

In questi ultimi decenni è aumentato il repertorio di studi dedicati agli *scaffold tecnologici*, probabilmente a causa dell’interesse sempre crescente nei confronti delle tecnologie e della loro applicazione anche in ambito educativo. Secondo Pea (2004), questo genere di supporti è in grado di avviare il cosiddetto *technological scaffolding*. A questo punto, si introduce un brevissimo riassunto dello stato dell’arte sui *technological scaffold*.

Lajoie (2005) spiega come l’uso di *scaffold tecnologici* nasca, in realtà, dai cosiddetti *Intelligent Tutoring Systems* (ITS), ossia, sistemi che si servono di algoritmi di Intelligenza Artificiale per garantire agli apprendenti un supporto, a loro dire *simile* a quello di un esperto umano. Nel dettaglio, questi programmi sono costituiti da tre componenti, o “modelli”: uno del dominio, ovvero, basato su una teoria dell’apprendimento, che contiene tutte le regole, i concetti e le strategie possibili nonché i passaggi necessari per risolvere un problema. Il secondo, relativo allo studente/apprendente, tiene conto del suo stato cognitivo ed affettivo e valuta *ciò che sa e ciò che ha bisogno di sapere*. In ultimo, il modello dell’esperto, o del tutor, che *decide* sul momento il miglior supporto da offrire, a partire dalle informazioni ottenute dalle due componenti precedenti, inoltre, nel momento in cui lo studente/apprendente devia dall’obiettivo di apprendimento indicato, il sistema è in grado di fornire *feedback* adeguati. Anche i *cognivite tools* (strumenti cognitivi) si configurano come supporti digitali: in sostanza, questi ultimi sfruttano alcuni dei vantaggi offerti dall’artefatto tecnologico, come la memoria, l’interazione in tempo reale con gli utenti, le capacità di apprendimento (attraverso algoritmi di *Machine Learning*) e di calcolo e così via come *cultural amplifier* del pensiero umano (amplificatori culturali, Pea 1985, p. 168, trad. autrice). Alcuni di questi software permettono di ottenere, attraverso particolari *prompt*, come domande, suggerimenti, *modeling* e altri strumenti di gestione dati, un quadro completo dello stato di comprensione dell’apprendente, in maniera tale da aiutarlo attivamente nella riorganizzazione delle proprie conoscenze, quindi guidarlo nella riflessione dei propri metodi risolutivi (Belland et al. 2013; Lajoie 2005).

²⁷Traducibile letteralmente con “aiuto del quale non si potrebbe fare a meno”. Rimando al personaggio di Linus dell’albo a fumetti dell’autore Charles M. Schultz.

Un aspetto che accomuna la maggior parte di questi sistemi e che viene esaltato in diversi articoli, come quello di Lajoie (2005), è la presenza del *feedback*, che si può ritenere come la principale nonché la più elementare forma di assistenza di molti dispositivi elettronici e piattaforme digitali, come, ad esempio, calcolatrici, software di Geometria dinamica o videogiochi. Questo elemento è ciò che distingue i dispositivi tecnologici, oppure i software, dai supporti cartacei, i quali, a causa della loro natura, non possono prevedere riscontri sullo svolgimento di un *task* o sulle performance attuali di un apprendente. Inoltre, il *feedback* è ciò che lega l'utilizzo di software o dispositivi al concetto di *scaffolding*, difatti, questo genere di *material scaffold* può incorporare alcuni *means*: per esempio, la calcolatrice può restituire un risultato, cioè un *feedback*, in quanto incorpora le proprietà e gli algoritmi delle operazioni. Come stabilito nel paragrafo *Strategie di scaffolding*, queste strategie devono essere necessariamente usate avendo ben chiare le *intention* da perseguire.

A questo punto, è capitale aprire una breve riflessione, che consenta di distinguere fra le *intention* dell'inventore o sviluppatore del dispositivo, o software, e quelle dell'utente esperto che sceglie di utilizzare tali tecnologie. In alcuni casi questi due obiettivi possono coincidere, in altri, invece, possono essere totalmente distinti. Per esempio, i software di Geometria dinamica sono solitamente progettati ed implementati con un intento educativo, il quale potrebbe corrispondere a quello di un insegnante/esperto che li propone ai suoi apprendenti. Al contrario, si possono riscontrare situazioni in cui le *intention* dell'inventore, o sviluppatore, possono essere generiche, associate, ad esempio, all'intrattenimento oppure ad altre esigenze non necessariamente educative. Infatti, basti pensare ancora una volta alla calcolatrice: il fatto che sia stata inventata per agevolare il calcolo numerico in diversi ambiti non esclude che possa essere adoperata anche per fini didattici. Pertanto, è l'*intention* dell'insegnante/esperto a rendere questo dispositivo o software educativo. In definitiva, è riduttivo dare per scontato che i *means* presenti in uno *scaffold digitale* siano connessi solo ed esclusivamente alle *intention* dell'inventore/sviluppatore: dispositivi e programmi di varia natura, ideati con un obiettivo non necessariamente educativo, possono essere impiegati anche in ambito didattico poiché diventa fondamentale l'intento (educativo) di coloro che li propongono, ovvero, gli insegnanti/esperti. Allo stesso modo, non è detto che un *digital scaffold*, costruito con un'*intention* didattica, abbia risvolti educativi se il docente/esperto non accompagna il discente/apprendente nell'esplorazione o nell'uso dello stesso. Per esempio, affinché un software di Geometria dinamica venga usato a fini educativi, è fondamentale che il docente/esperto predisponga attività strutturate in modo consapevole (Bartolini Bussi e Mariotti 2008).

In letteratura esistono diversi studi che identificano con il termine *feedback* tutte le risposte ottenute da un supporto tecnologico. A nostro giudizio, l'uso di questa parola per indicare *qualsiasi* messaggio restituito dal mezzo tecnologico è decisamente improprio. Diversamente da quelli cartacei, i supporti tecnologici possono essere progettati e sviluppati affinché rispondano in vari modi alle azioni di un utente, come, ad esempio, attraverso dei suggerimenti (*hint*), delle domande (*questioning*), delle spiegazioni (*explaining*) e, soprattutto, tramite *feedback*. In poche parole, se progettati in modo intelligente, alcune di queste tecnologie permettono di avviare dei *processi di scaffolding* con gli utenti, in quanto si possono integrare dei *means* che consentono una certa interattività. Fra i vari studiosi

di questo ambito, Belland et al. (2013) sembrano i pochi a fare chiarezza sulla questione, asserendo che ciascun tipo di messaggio educativo dato da un dispositivo tecnologico rappresenti in realtà una diversa strategia di *scaffolding*.

Inoltre, questi studiosi ritengono che i *computer-based scaffold* abbiano la capacità di interconnettere gli *scaffoldee* sia fra di loro che ai vari contenuti, perciò sono sempre accessibili. Ciononostante, secondo Martin et al. (2019), la maggior parte delle tecnologie, per quanto più adattive rispetto all'alternativa cartacea, poiché progettate in base alle abilità e conoscenze degli apprendenti e/o costituite da diversi livelli di *scaffolding*, non possono essere considerate dei *soft scaffold* puri, poiché non garantiscono un sostegno equivalente a quello dato da una persona esperta. Come nel caso degli *scaffold cartacei*, sebbene alcuni software siano stati pensati per venire incontro alle necessità degli apprendenti, si tratta sempre di supporti strutturati in anticipo a partire da previsioni su possibili risposte o lacune, quindi non sempre capaci di risolvere le difficoltà che un apprendente potrebbe avere in una data circostanza. Se il livello di comprensione degli apprendenti non è allineato con le aspettative calcolate dal dispositivo, o software, quest'ultimo potrebbe non essere in grado di capire la sequenza corretta di domande per aiutarli (Martin et al. 2019, p. 72). In sostanza, il *feeding back* è uno dei pochi *means*, se non forse l'unico, che possa essere implementato in questi mezzi in modo contingente. Mentre potrebbe risultare più arduo sviluppare un sistema in grado di fornire il suggerimento o la domanda più adatti in un determinato istante, i riscontri rappresentano risposte dirette, puntuali alle azioni di un utente, che non richiedono la realizzazione di una logica complessa. Basti pensare, ad esempio, alla frase "risposta corretta/errata" restituita da un ambiente come un CAS (*Computer Algebra System*)²⁸, in cui la risposta dell'utente viene confrontata con quella attesa dal software. Purtroppo, ad oggi, non esistono tecnologie altamente intelligenti che sappiano prevedere e, soprattutto, interpretare l'evoluzione di un'interazione.

Belland et al. (2013) puntualizzano che tali software o dispositivi dovrebbero integrare, non sostituire, il supporto dell'insegnante/esperto (Belland et al. 2013, p. 5). Infatti, in diversi articoli sullo *scaffolding* si evidenziano i benefici legati alla combinazione del supporto proveniente da *scaffold digitali* e quello dell'insegnante/esperto (Azevedo et al. 2005; Kim e Hannafin 2011; Raes et al. 2012). Inoltre, Belland e colleghi aggiungono che l'*interplay*, ovvero l'interazione fra i due tipi di *scaffolding* garantisce agli apprendenti sia il supporto contingente della persona più esperta sia quello sempre attivo e replicabile di un software o dispositivo. Affinché l'aiuto dato durante il processo di *scaffolding* svanisca nel corso del tempo e gli apprendenti interiorizzino *come* completare un *task*, è essenziale analizzare come questi ultimi usino tali device o programmi e se, una volta rimossi, abbiano effettivamente acquisito sufficienti abilità per imparare in modo indipendente.

Nella prima parte di questo paragrafo è stata proposta una breve panoramica sui *technological scaffold*, ponendo l'accento su alcune caratteristiche di questo tipo di mezzi. Nella seconda parte verrà portata avanti la descrizione del modello operativo di Belland et al. 2013 esposto in *Material scaffold: introduzione*, in cui si esplicitano anche le strategie e gli obiettivi da poter includere in un mezzo tecnologico al fine di avviare *processi di scaffolding*. Come già accennato in *Material scaffold:*

²⁸Per ulteriori informazioni su *Computer Algebra System* consultare Maffei et al. (2009).

introduzione, nella loro ricerca, Belland et al. (2013) hanno evidenziato come l'uso delle tecnologie possa avere un impatto anche su quel piano dell'apprendimento noto come *affect*. Difatti, l'intento di questi autori è quello di dare delle indicazioni sull'implementazione di supporti tecnologici che presentino i tre tipi di engagement delineati in *Material scaffold: introduzione*. Come si vedrà nel prosieguo del paragrafo, in questo studio non vengono esplicitati aspetti che rientrano solamente nel cosiddetto *affect*, ma anche altri afferenti alla metacognizione, quali, ad esempio, la riconsiderazione delle proprie strategie, oppure l'autovalutazione dei propri progressi.

Dal momento che nel paragrafo *Material scaffold: introduzione* sono stati illustrati i motivational goal, che possono essere generalizzati ad ogni tipo di *scaffold*, in questa parte il modello sarà approfondito evidenziando le altre due componenti, linee guida e strategie. In dettaglio, le *guidelines* offrono delle indicazioni più specifiche nonché delle strategie da poter mettere in pratica. Di seguito, per ogni obiettivo delineato in *Material scaffold: introduzione*, viene presentato un elenco, in cui si illustrano sia tutte le linee guida (scritte in grassetto) che le strategie (riportate in corsivo) ad esso associate. Sia le *guidelines* che le strategie sono accompagnate da un numero progressivo e/o una lettera scritti tra parentesi, in maniera tale da agevolare l'individuazione nella tabella 2.2 in fondo al paragrafo. In pochissimi casi *guidelines* e *strategies* coincidono, pertanto, nel testo le seconde non vengono evidenziate con un carattere diverso.

Secondo gli autori, al fine di stabilire il valore di un compito, è fondamentale

1. **favorirne l'interesse** (1). Dal momento che non tutti gli studenti/apprendenti nutrono un particolare interesse nei confronti di un argomento, gli insegnanti potrebbero creare delle situazioni completamente nuove e sfidanti in grado di stimolarli quindi di aiutarli a concentrarsi sul compito. All'inizio, per instillare la curiosità, è importante scatenare una qualche reazione emotiva. Alcuni studiosi sostengono che per mantenere alto l'interesse per diverso tempo sia essenziale che l'apprendente conosca l'argomento quindi creda nel valore del *task*. Quest'ultimo aspetto connette questa *guideline* a quella successiva, ovvero, attribuire un valore al suo compimento. Infine, gli autori ritengono che per stimolare la curiosità nei discenti sia importante stabilire un legame tra l'argomento trattato e il vivere quotidiano. Si può lavorare in questo senso
 - (a) *richiedendo agli apprendenti di scegliere un aspetto di un problema che sia connesso ai loro interessi* (1a). Gli esperti possono accrescere la loro curiosità rendendo espliciti quei lati di un problema che vorrebbero approfondire. Ad esempio, il progettista software potrebbe includere nel sistema digitale di *scaffolding* un elenco, visibile attraverso un semplice menu a tendina, con tutti i punti di vista di un problema e permettere agli apprendenti di sceglierne alcuni tramite un bottone. Inoltre, è compito degli esperti assicurarsi che i discenti abbiano una conoscenza preliminare dell'argomento in esame;
 - (b) *mostrando domande-guida che incuriosiscano gli apprendenti e che possono essere affrontate solo approfondendo il materiale assegnato* (1b). Ad esempio, si può presentare una domanda generale, ben formulata oppure che presenti dei "conflitti cognitivi", in cima alla pagina principale e di un programma software, unitamente all'aspetto scelto dal *learner*: in questo

modo si cattura facilmente la sua attenzione e si aiuta mantenerlo concentrato sul problema o sul compito;

- (c) *usando un linguaggio congruente alle esperienze quotidiane degli apprendenti al momento di descrivere l'argomento* (1c). In questo modo, gli apprendenti possono essere supportati nel creare connessioni fra l'argomento e le loro esperienze di vita.

2. Attribuire un valore al compimento del compito (2). Quando un esperto introduce un particolare argomento sotto forma di problema, gli apprendenti ne valutano il valore anche in base a quanto credono sia utile per loro in quel momento o in futuro. Belland e colleghi ritengono che si possa correlare il compito assegnato al loro ruolo di cittadini e membri di un nucleo familiare, piuttosto che alle loro future carriere professionali, così da renderli più partecipi e consapevoli delle conseguenze di una particolare problematica e delle sue ripercussioni ai livelli individuale, familiare, sociale, eccetera. Per decidere il valore di un *task*, si può:

- (a) *fornire delle motivazioni che spieghino quanto sia rilevante (il problema) per la loro vita attuale e futura* (2a), così facendo si assistono gli apprendenti sia nel comprendere il valore di un compito, sia nel raggiungere l'autonomia. Una spiegazione nella pagina principale di un ambiente digitale potrebbe aiutare gli studenti nello sviluppo del *problem solving*, della collaborazione e di altre capacità che si riveleranno necessarie in futuro. Una motivazione dovrebbe rendere chiaro come e in quali situazioni si potrebbe adottare una determinata soluzione, inoltre, dovrebbe poter lasciare libera scelta d'agire quindi orientare il loro apprendimento. Se strutturata in questo modo, la motivazione può delineare un quadro di come gli apprendenti approcciano un problema;
- (b) *esibire il comportamento di un esperto nei confronti del problema per illustrare come la soluzione venga applicata in contesti reali* (2b). Mostrare il comportamento di un esperto (*expert modeling*) supporta gli studenti a capire perché, come e quando sia importante conoscere un argomento. Ad esempio, alcuni studi presentano come in un ambiente digitale di apprendimento tridimensionale sia stato rappresentato un esperto che va alla ricerca di un particolare esemplare di alieno nel nostro sistema solare. L'*expert modeling* ha il potere di mostrare non solo una buona strategia ma anche che il loro procedimento è simile a quello di uno scienziato o di un umanista. L'essenziale è che gli apprendenti percepiscano l'argomento assegnato come qualcosa di assolutamente autentico. Belland e colleghi suggeriscono di lavorare in questa direzione incorporando video di presentazione oppure delle animazioni accompagnate da brevi spiegazioni sulle strategie adottate da esperti di un settore;
- (c) *richiedere agli apprendenti di riflettere ed argomentare il valore attribuito all'aver completato un compito* (2c). Dopo aver eseguito le prime due strategie, è bene domandare quale sia il loro punto di vista sul senso di svolgere un *task*. Questi ricercatori propongono di integrare gli ambienti software con dei campi testuali che consentano di riportare tale rifles-

sione quindi di ripresentarla in fasi successive come incentivo a fronteggiare il problema assegnato.

Le linee guida e le strategie per raggiungere obiettivi di padronanza sono:

1. **incoraggiare a perseguire obiettivi a breve termine** (3). Gli apprendenti possono prefiggersi tali obiettivi autonomamente e considerarli come passi in avanti verso la risoluzione del problema iniziale. Inoltre, fissare obiettivi a breve termine unitamente ad altri a lungo termine facilita uno degli aspetti della metacognizione, ovvero l'autoregolazione, e infine il coinvolgimento. Di seguito alcune strategie:
 - (a) *mostrare come dei pari (peer modeling) abbiano esplicitato e lavorato in sotto-processi* (3a). I progettisti di scaffolds digitali dovrebbero prima determinare le principali componenti del problema di partenza che gli apprendenti dovrebbero completare, poi presentare loro video o racconti di pari ugualmente capaci impegnati a risolvere problemi simili. Inoltre, si dovrebbe discutere il motivo per cui il pari abbia scelto di suddividere un problema sotto-processi. Uno dei vantaggi del *peer modeling* è il possibile aumento dell'aspettativa di successo dell'apprendente mentre osserva un suo pari all'opera. Infine, si suggerisce di esibire il comportamento di pari un passo alla volta affinché ci si renda conto della sua attuabilità;
 - (b) *richiedere la creazione di obiettivi a breve termine* (3b), per esempio, dando suggerimenti agli studenti/apprendenti e mettendo a loro disposizione uno spazio in cui possono suddividere lo scopo finale in sotto-obiettivi. I suggerimenti possono rimandare al *peer modeling* oppure a come partizionare l'obiettivo finale. Tuttavia, gli autori raccomandano di non fornire spunti troppo espliciti, altrimenti, prima di tutto, c'è il rischio che gli apprendenti pensino che quello suggerito sia l'unica soluzione possibile, poi, tutto ciò potrebbe compromettere la comprensione del senso dell'attività quindi il raggiungimento dell'indipendenza.
2. **dare feedback informativi** (4), definiti come riscontri incentrati su elementi sostanziali del lavoro assegnato, influisce significativamente sulle decisioni degli apprendenti di raggiungere obiettivi di padronanza, oltre che promuovere l'autonomia. Ecco come, secondo Belland e colleghi, fornire *feedback* informativi:
 - (a) *evidenziando l'obiettivo di sviluppare una competenza* (4a): gli scaffolds dovrebbero ricordare agli apprendenti che quanto viene loro assegnato li aiuta ad acquisire competenza. In particolare, gli strumenti tecnologici dovrebbero spiegare quali competenze vengono acquisite dopo lo svolgimento di un *task*. Infatti, a tal fine, si potrebbero mostrare le capacità che gli studenti/apprendenti avevano prima del *task* e quelle dopo il *task*;
 - (b) *fornendo feedback su elementi sostanziali* (4b). Per supportare i docenti, gli autori credono sia utile prevedere un sistema che li avverta (alert) di un eventuale cambiamento delle performance degli studenti. Inoltre, gli insegnanti potrebbero servirsi di questo avviso

per decidere quando avvicinarsi ad alcuni studenti per verificare il loro operato quindi dare *feedback* relativi ad esso. Belland e colleghi ricordano che il *feedback* è un elemento essenziale dello *scaffolding* e che non implica il semplice corretto o errato, in quanto non ottimale per l'apprendimento;

- (c) *includendo dei promemoria per auto-congratularsi per il successo* (4c). Potrebbe succedere che gli apprendenti, dopo aver lavorato per diverso tempo, non siano in grado di afferrare quanti passi abbiano compiuto per risolvere un problema e quanto siano vicini al risultato finale. Per ovviare a tutto ciò, i progettisti potrebbero inserire delle proposte o dei suggerimenti che incitino gli studenti ad argomentare i risultati giorno per giorno. Inoltre, sarebbe importante esortarli a riconoscere i loro progressi, evitando che abbandonino il compito ad ogni fallimento. Infine, l'esperienza acquisita potrebbe aumentare le aspettative di successo degli apprendenti;
- (d) *includendo riconoscimenti per il progresso, non solo per successi sul campo* (4d). Un supporto tecnologico potrebbe ricordare agli apprendenti quanto abbiano acquisito giorno per giorno quindi renderlo visibile anche agli esperti. Tali riconoscimenti servono da "rinforzo positivo": gli apprendenti possono stimare quanto i progressi ottenuti li abbiano avvicinati all'obiettivo finale, quindi lo *scaffolder* potrebbe complimentarsi con ciascuno di loro per l'evoluzione delle loro idee. Infine, inserire questi rinforzi dovrebbe dissipare l'ansia legata alle performance, perciò favorire la padronanza.

3. Favorire la cooperazione piuttosto che la competizione (5). Gli autori propongono la seguente strategia:

- (a) *sottolineare l'importanza della cooperazione rispetto alla competizione* (5a). Un lavoro cooperativo efficace consente di verificare che ciascun membro del gruppo contribuisca al conseguimento degli obiettivi condivisi dal gruppo. Ogni membro può offrire il suo contributo e l'unione degli sforzi può portare ad una risoluzione migliore del *task* o dell'attività. Gli strumenti tecnologici dovrebbero esaltare il lavoro di gruppo quale mezzo per conseguire sia obiettivi personali sia collettivi.

4. Mettere in evidenza obiettivi razionali (6). Perseguire obiettivi di padronanza, rispetto al focalizzarsi sulle performance, porta ad un'elaborazione più profonda dei contenuti. Belland e colleghi suggeriscono di ricorrere alle strategie che seguono:

- (a) *dare una motivazione esplicativa per gli obiettivi razionali* (6a), definiti come l'intenzione di interagire con i contenuti e i processi in modo autentico dal punto di vista epistemico. Questo comporta, ad esempio, usare le prove raccolte per spiegare determinati fenomeni, comprendere la causalità, quindi valutare informazioni ed argomentazioni in base a criteri razionali. Un supporto digitale potrebbe spiegare agli apprendenti il motivo per cui è essenziale comprendere appieno le variabili del problema e come sono correlate fra loro.

Inoltre, tali strumenti possono evidenziare perché stabilire degli obiettivi razionali sia fondamentale, non solo per il presente ma anche per il futuro;

- (b) *prevedere situazioni di peer scaffolding affinché gli studenti/apprendenti si esortino a vicenda a comprendere* (6b). Gli apprendenti possono sollecitare i propri compagni verificando e favorendo la comprensione anche nei lavori di gruppo scolastici. Questi ricercatori avanzano diverse idee su come implementare degli scaffolds digitali in grado di sostenere questo tipo di *scaffolding*: per esempio, prevedendo delle liste di controllo (*checklist*) con delle domande che gli apprendenti possono sfruttare per sondare il grado di apprendimento dei compagni, e dei suggerimenti per incoraggiare questi ultimi ad approfondire. L'attuazione di tale strategia ha un forte impatto sia sul coinvolgimento nell'attività o nel *task* sia sulle performance dei singoli. Esistono dei forum online, come *Knowledge Forum*, in cui si invitano gli studenti a scrivere le proprie argomentazioni, che i loro pari possono commentare. Il *peer feedback* potrebbe portare alla produzione di argomentazioni più accurate.

Si può promuovere il senso di appartenenza

1. **favorendo obiettivi condivisi** (7), il che, a sua volta, facilita l'autonomia ed è connesso all'acquisizione di obiettivi di padronanza. Affinché tutto ciò accada, è necessario che vengano accolte le idee di tutti i membri del gruppo. Inoltre, puntare a scopi condivisi sostiene l'interdipendenza, per cui nessun membro può avere successo senza che l'intero gruppo l'abbia raggiunto. Infine, sviluppare l'interdipendenza implica un impegno e un coinvolgimento maggiori nelle interazioni di gruppo. Le strategie per invitare gli apprendenti ad avere obiettivi condivisi sono:
 - (a) *mostrare l'aspetto del problema che il gruppo ha scelto di affrontare e il valore del compito insieme agli obiettivi individuali di ciascun membro* (7a). Gli obiettivi del gruppo dovrebbero essere in linea con il problema, pertanto, il docente/esperto dovrebbe conoscerli per verificare che siano coerenti con quanto richiesto. Un *computer-based scaffold* potrebbe riprendere dal suo database l'aspetto del problema scelto, il valore del compito e gli obiettivi di tutti i membri, affinché si inizi una discussione che culmini con un unico fine di gruppo. Gli apprendenti dovrebbero stabilire lo scopo condiviso selezionando le migliori idee emerse dalla discussione. Infatti, alcuni software, come *Optima*, presentano un elenco di obiettivi a cui gli studenti possono assegnare un voto. Vengono scelti i goals con il maggior numero di voti.
2. **Assecondando obiettivi sociali** (8), ovvero, le intenzioni perseguite dagli studenti durante le interazioni con i compagni, come, ad esempio, il desiderio di aiutare gli altri quindi rispettare le richieste dell'esperto. Tali obiettivi possono sussistere con altri, come quelli di padronanza, per di più, possono essere complementari fra loro oppure contrastanti. Migliorare le proprie capacità sociali e aiutare gli altri sono solo alcuni fra gli obiettivi sociali. Infine, questi ultimi motivano gli apprendenti a completare *task* tediosi e, per non deludere i pari, a lavorare sodo. Questa guideline può essere eseguita

- (a) *descrivendo come l'ostinazione nei confronti di un obiettivo condiviso possa aiutare gli apprendenti a raggiungere scopi di responsabilità* (8a). Bisogna insegnare agli apprendenti come bilanciare gli obiettivi sociali con quelli condivisi dal gruppo. Ad esempio, uno strumento digitale o un esperto potrebbero ricordare loro quali sono gli scopi condivisi e che possono fare affidamento gli uni sugli altri per raggiungerli. In questo modo, sono incoraggiati a perseguire anche fini di responsabilità. In particolare, un *computer-based scaffold* potrebbe mostrare il valore attribuito da ciascun membro del gruppo al completamento di un compito, unitamente ad una frase che li aiuti a comprendere che, affinché tutti raggiungano i loro scopi, è necessario completare il *task*. Pur non ritenendo il problema iniziale significativo per loro stessi, alcuni studenti potrebbero comunque essere incentivati a risolverlo conoscendo l'importanza datagli dagli altri membri. Pertanto, avendo ottenuto tale consapevolezza, il problema di partenza acquisisce un valore (sociale) anche per coloro che inizialmente non lo ritenevano utile;
3. **permettendo agli apprendenti di stabilire insieme degli standard condivisi** (9). Le strategie per lavorare in questa direzione sono:
- (a) *facilitare la costruzione congiunta di standard per valutare la qualità delle loro risposte agli scaffolds e delle soluzioni al problema* (9a). Promuovere la co-costruzione di standard fa sentire gli apprendenti parte di una comunità di ricercatori, quindi li supporta a diventare autonomi. Stabilire degli standard di valutazione del proprio lavoro con i propri compagni è essenziale per migliorare sia i risultati individuali sia quelli di gruppo. Se tali criteri fossero imposti da qualcuno al di fuori del gruppo, si minerebbe lo sviluppo dell'autonomia. I progettisti di scaffolds digitali potrebbero fornire agli apprendenti una lista iniziale di criteri, che si possa modificare, aggiungendo o togliendo delle voci, oppure potrebbero esortare a produrne una nuova, sulla base di buoni e cattivi esempi. Il tipo di valutazione dipende dal fine dello *scaffold digitale*: se quest'ultimo è inteso per supportare l'argomentazione, allora, naturalmente il criterio scelto dovrebbe contemplare questo aspetto;

Stando alla letteratura sull'atteggiamento, saper regolare le proprie emozioni rientra nell'insieme degli obiettivi affettivi. Alcuni studi suggeriscono di supportare gli *scaffoldee* a concentrarsi sulle emozioni positive quindi a risolvere quelle negative. In particolare, quando essi riconoscono di poter avere il controllo sul processo di apprendimento e sui propri risultati, le loro emozioni cambiano positivamente. Ad esempio, durante le lezioni di Matematica, oltre a dover introdurre delle formule, è importante spiegare come possano essere usate per raggiungere obiettivi personali. Per agire in tal senso le direzioni sono due:

1. **evidenziare come si possano controllare le azioni** (10). Anche se una determinata azione è dovuta all'impegno, non significa che sia percepita come controllabile. Se non viene riconosciuta la "controllabilità" di un'azione, possono insorgere emozioni negative. Pertanto è fondamentale ricordare agli apprendenti che possono avere il pieno controllo sul loro apprendimento, poiché le emozioni negative potrebbero compromettere i processi cognitivi e quelli di codifica dei ricordi.

Belland e colleghi propongono le seguenti strategie:

- (a) *includere un peer modeling che preveda una reazione costruttiva al fallimento* (10a). Reagire in modo costruttivo nei confronti di un insuccesso comporta l'analisi della struttura causale del contesto di apprendimento per determinare quanto poteva esser eseguito diversamente. Se i supporti sono pensati per ottenere una simile risposta, gli eventuali fallimenti non provocherebbero emozioni negative, al contrario, potrebbero assistere gli apprendenti a sfruttarli come riscontro formativo per migliorare il proprio apprendimento. Si potrebbe pensare ad un software che mostri una checklist, da cui gli studenti potrebbero selezionare cosa farebbero se potessero rivivere il *task* fallito. L'elenco di voci scelte potrebbe, a sua volta, servire da checklist per il prossimo compito, in modo da poter spuntare ogni passo compiuto per raggiungere il successo. In uno studio è stato progettato un personaggio tridimensionale al fine di mostrare come reagire nelle situazioni di maggior difficoltà. Dai risultati si è rilevato che il gruppo sperimentale ha registrato un cambiamento positivo delle emozioni, un maggior coinvolgimento nonché notevole riduzione di ansia e noia;
 - (b) *descrivere gli insuccessi come parte naturale dell'apprendimento* (10b). Un supporto dovrebbe spiegare, anche attraverso il *peer modeling*, come un esito negativo faccia parte dell'apprendimento. Inoltre, si dovrebbe sottolineare che, quando si affrontano problemi reali, è naturale incorrere nell'errore, ma questo non dovrebbe precludere le possibilità di successo in futuro.
2. **facilitare la rivalutazione del fallimento** (11), che comporta rivivere l'esperienza del fallimento o del successo e rivalutare la causa che ha portato a quel risultato, quali fattori sono stati presi in considerazione e quali hanno portato ad agire in un certo modo e, infine, la reazione nei confronti dell'esito. La rivalutazione del fallimento porta anche ad avere maggior controllo delle proprie azioni quindi all'avere delle emozioni positive durante lo svolgimento di un compito. Spesso le emozioni negative, come la paura dell'insuccesso, sono scatenate da minacce legate ad uno stereotipo, o meglio, dovute all'attribuzione del fallimento alle carenze basate su stereotipi del proprio gruppo. Per esempio, è stato dimostrato che, se si ricorre al luogo comune secondo cui le ragazze non siano brave in matematica, le performance della maggior parte di loro saranno peggiori in tale disciplina. Tutto ciò ha ripercussioni non solo sulle performance, ma anche sullo sviluppo del senso di appartenenza, sull'aspettativa di successo quindi sull'interesse nei confronti del problema.

La strategia per rivalutare gli insuccessi consiste nel

- (a) *fornire una spiegazione alternativa per le emozioni negative degli apprendenti mentre faticano su un compito, in modo tale che le percepiscano come parte della professione* (11a). Come già spiegato, la rivalutazione porta a capire se il fallimento è dovuto a fattori fuori dal proprio controllo e ad individuare cosa si sarebbe potuto fare diversamente. Secondo gli autori, un *computer-based scaffold* dovrebbe illustrare come molti professionisti del

campo possano avere formazioni diverse, come l'insuccesso sia prevedibile e, infine, come l'errore non impedisca loro di raggiungere obiettivi a lungo termine. In aggiunta, se gli studenti spendono un periodo di tempo considerevolmente alto su una specifica pagina del supporto digitale (in gergo, *scaffold page*), gli autori suggeriscono di prevedere dei *feedback* che li spronino ad impegnarsi di più.

Ad oggi gran parte delle piattaforme digitali preposte per l'apprendimento mira al conseguimento del successo, che, a sua volta, influenza le esperienze di padronanza e le aspettative di successo. Pertanto, si può affermare che nutrire aspettative di successo sia un obiettivo indirettamente perseguito. Tuttavia, Belland e colleghi sostengono che in tali strumenti non si tenga conto delle seguenti indicazioni:

1. **promuovere la percezione di una sfida ottimale** (12). Assicurandosi di proporre un *task* abbastanza stimolante, i progettisti dovrebbero favorire anche il desiderio di successo, il coinvolgimento e il desiderio di sentirsi competenti. Come giungere a tal scopo?
 - (a) *Permettendo agli studenti/apprendenti di verificare, attraverso il peer modeling, che il task non sia né troppo difficile né troppo semplice* (12a). Se un compito è sfidante, allora la motivazione degli studenti cresce. Per valutare se un compito è abbastanza impegnativo, gli *scaffoldee* pensano agli sforzi e alle capacità necessari per completarlo. Per questo motivo, mostrare il comportamento di un pari dalle medesime capacità potrebbe costituire un valido punto di partenza per tale valutazione. Naturalmente si dovrebbero esibire i comportamenti di più pari con diversi livelli di abilità, di modo che la maggior parte della classe possa identificarsi in uno di loro. Per il *peer modeling* si potrebbero sfruttare dei racconti scritti oppure dei video che descrivano il livello di capacità del pari, le azioni e i ragionamenti richiesti per risolvere il problema, lo sforzo compiuto e come abbia trovato la soluzione impegnandosi ostinatamente con i suoi compagni;
 - (b) *convincere gli apprendenti di poter completare il compito per cui sono stati supportati* (12b). Sentirsi capaci di portare a termine un *task* è un primo grande passo verso la percezione di un'ottima sfida. Tale strategia potrebbe aumentare le aspettative di successo degli apprendenti, ma è importante che la persuasione avvenga in modo sincero e sia legato ad un *feedback* specifico.
2. **Supportando un'attribuzione produttiva** (13), intesa come l'attribuzione di un successo o di un fallimento all'impegno e alla strategia usati. Tenendo traccia delle azioni degli apprendenti, gli *scaffolders* potrebbero intervenire fornendo *feedback* che aiutino a dare il giusto valore alle situazioni. Questi riscontri potrebbero, in parole povere, associare il successo degli studenti/apprendenti al duro lavoro e all'uso di una strategia efficace, mentre l'insuccesso al mancato impegno e alla scarsa procedura adottata. Gli autori non specificano strategie per attuare questa indicazione, ma propongono l'inserimento di sistemi che avvertano gli insegnanti/esperti nel caso in cui le risposte degli apprendenti non rispettino gli standard di valutazione, oppure quando siano troppo brevi o troppo lunghe. Una volta ricevuta la notifica, gli esperti potrebbero

rivolgersi direttamente ai gruppi interessati ricorrendo ai suddetti *feedback*. Infine, Belland e colleghi suggeriscono ai designers di implementare una coda di priorità, che raccolga le notifiche e assegni a ciascuna di esse una priorità, stabilita in base a dei criteri di valutazione.

3. **Permettendo l'identificazione di processi affidabili** (14). Secondo gli autori, i processi affidabili sono quelli applicati sia da singoli che da un gruppo di individui che portano, nella maggior parte dei casi, alla corretta risoluzione di un problema. Identificare procedure affidabili può avere tre vantaggi: il primo è l'aumento delle aspettative di successo; il secondo concerne l'acquisizione della padronanza, che potrebbe essere utile quando si affronteranno *task* simili in futuro; infine, il terzo riguarda l'aumento della credibilità delle conoscenze, in quanto frutto di processi affidabili. Una strategia potrebbe essere

- (a) *agevolare la riflessione sull'efficacia dei metodi risolutivi* (14a). Se in presenza di apprendenti molto giovani, sia i computer che gli esperti dovrebbero suggerire agli apprendenti dei metodi da adottare. In seguito, questi ultimi potrebbero riflettere a posteriori su come e sul motivo per cui siffatte logiche funzionano. Grazie a questo tipo di riflessione gli apprendenti possono sviluppare un pensiero flessibile e trasferire quanto appreso a nuovi domini. Inoltre, gli esperti potrebbero incoraggiare gli *scaffoldee* a pensare, a fine giornata, ai metodi utilizzati, agli obiettivi iniziali, e domandare se in futuro riutilizzerebbero tali strategie o meno. In ambito scolastico, questo compito può essere svolto prima individualmente, per esempio, attraverso delle pagine web contenenti campi di testo in cui inserire la propria tattica, dei menu che consentano di scegliere l'obiettivo a breve termine corrispondente, quindi la possibilità di esprimere se riusare tale metodo o meno. Successivamente gli insegnanti/esperti potrebbero intavolare una discussione collettiva in cui poter valutare i procedimenti esplicitati nel software, con l'intento di scoprire le più affidabili. Una volta stabilite, è importante che siano messe a disposizione dell'intera classe come "strumenti". Esistono delle piattaforme digitali, come "Star Legacy" (Schwartz et al., 1999, vedi Belland et al., 2014), che in parte implementano questo aspetto. Dallo studio condotto sullo strumento è emerso che le valutazioni assegnate dagli studenti del gruppo sperimentale al proprio apprendimento erano significativamente più alte rispetto a quelle di coloro che non avevano riconsiderato le proprie strategie.

Infine, sono tre le linee guida per agevolare l'autonomia degli apprendenti:

1. **usare un linguaggio non controllante** (15), ovvero, non minaccioso o pressante. L'uso di un linguaggio controllante potrebbe inibire lo sviluppo dell'interesse e l'autoregolazione dell'apprendimento. Per contro, è fondamentale offrire anche delle spiegazioni che aiutino gli apprendenti a comprendere perché potrebbe essere vantaggioso eseguire una specifica azione. In altre parole, l'esperto dovrebbe utilizzare un frasario non controllante e proporre l'acquisizione di un processo come proficua per la crescita. A tal proposito, gli autori consigliano di presentare messaggi di *scaffolding* con modi esortativi piuttosto che imperativi;

2. **fornire scelte cognitive significative** (16): in questo modo, gli apprendenti possono sentire di avere il controllo delle proprie azioni. Un *computer-based scaffold* potrebbe aumentare le scelte cognitive
 - (a) *permettendo agli apprendenti di scegliere tra un numero ragionevole di opzioni diverse aiutandosi con un criterio di scelta* (16a). In questo caso, è importante non eccedere col numero di scelte cognitive, in quanto potrebbe ridurre la motivazione degli apprendenti. Un supporto digitale dovrebbe mostrare tali opzioni unitamente a delle brevi spiegazioni, da cui gli apprendenti potrebbero selezionare quella più vicina ai loro interessi oppure valutarle tutte secondo un criterio personale;

3. **aiutare gli apprendenti a dare una direzione al proprio apprendimento** (17). L'auto-direzione è una capacità essenziale per guadagnare l'autonomia e per avere successo nella vita, per cui è necessario supportare gli studenti nello sviluppo di tale competenza. Per poter auto-dirigere il proprio apprendimento, gli autori propongono di
 - (a) *mostrare agli apprendenti quei processi/strategie che considerano affidabili, da cui poter scegliere per raggiungere obiettivi condivisi e a breve termine* (17a). Tale strategia può essere adottata congiuntamente a "permettere l'identificazione di processi affidabili". Pertanto, consentire agli *scaffoldee* di selezionare una strategia da un insieme di strategie ritenute efficaci favorisce l'auto-direzione e l'auto-regolazione dell'apprendimento. Inoltre, una simile selezione potrebbe incrementare le aspettative di successo;
 - (b) *supportare anche nella pianificazione delle varie fasi di un progetto* (17b). Nell'ambito dei progetti scolastici, per i quali solitamente è prevista una data di consegna, saper stilare un programma rientra tra le abilità che gli studenti dovrebbero acquisire. Per pianificare occorre suddividere l'intero progetto in piccole parti, dette anche "sotto-obiettivi", quindi stabilire la data in cui portarle a termine. Questo lavoro potrebbe risultare difficile senza un adeguato supporto. Nell'ottica di un apprendimento auto-diretto nonché auto-regolato, un supporto tecnologico potrebbe richiedere agli apprendenti di decidere delle date di scadenza per ogni sotto-obiettivo previsto. Un tale strumento potrebbe mostrare tutti gli obiettivi e le date di scadenza nella pagina principale, quindi consentire di assegnare una scadenza ad un compito e di mettere una spunta in corrispondenza delle voci già terminate;
 - (c) *agevolare gli apprendenti nell'autovalutazione dei propri metodi risolutivi* (17c), supportandoli nello sviluppo di un criterio grazie al quale possano valutare il proprio lavoro. Questa strategia può essere accompagnata a quella relativamente alla "costruzione congiunta di standard per valutare la qualità delle risposte". Mentre nella seconda si sprona a creare sia autonomamente che collettivamente degli standard, in questo caso, invece, si esortano gli apprendenti ad utilizzare i medesimi per giudicare la qualità delle proprie risposte e quelle degli altri membri del gruppo. Gli autori sostengono che, oltre a promuovere l'autonomia, questa pratica porterebbe ad un apprendimento e ad una motivazione migliori.

A seguire, una tabella riassuntiva del modello proposto da Belland e colleghi, comprensiva dei motivational goals, a ciascuno dei quali è stata assegnata una sigla, delle linee guida e delle strategie ad esse correlate. Nella quarta colonna della tabella sono riportate le sigle degli obiettivi che possono essere raggiunti tramite l'adozione delle strategie corrispondenti.

Tabella 2.2: Tabella con i *motivational goals*, le *guidelines* e le *strategies* associate, tratta da Belland et al. (2013).

Obiettivo affettivo	Linea guida	Strategia	Obiettivi raggiungibili
Stabilire il valore di un compito (ETV)	1. favorire l'interesse	1a. richiedere agli apprendenti di scegliere un aspetto di un problema che sia connesso ai loro interessi 1b. mostrare domande-guida che incuriosiscano gli apprendenti e che possono essere affrontate solo approfondendo il materiale assegnato 1c. usare un linguaggio congruente alle esperienze quotidiane degli apprendenti al momento di descrivere l'argomento	PMG, PER, PA PMG
	2. attribuire un valore al compimento del compito	2a. fornire delle motivazioni che spieghino quanto sia rilevante (il problema) per la loro vita attuale e futura 2b. esibire il comportamento di un esperto nei confronti del problema per illustrare come la soluzione venga applicata in contesti reali	PES

Continua alla pagina successiva

Tabella 2.2: Tabella riassuntiva (Continua)

		2c. richiedere agli apprendenti di riflettere ed argomentare il valore attribuito all'aver completato un compito	
Favorire obiettivi di padronanza (PMG)	3. incoraggiare a perseguire obiettivi a breve termine	3a. mostrare come dei pari (<i>peer modeling</i>) abbiano esplicitato e lavorato in sotto-processi 3b. richiedere la creazione di obiettivi a breve termine	ETV, PES ETV, PES, PA
	4. dare <i>feedback</i> informativi	4a. evidenziare l'obiettivo di sviluppare una competenza 4b. fornire <i>feedback</i> su elementi sostanziali 4c. includere dei promemoria per auto-congratularsi per il successo 4d. includere riconoscimenti per il progresso, non solo per successi normativi	PES, PER PES, PER
	5. favorire la cooperazione piuttosto che la competizione	5a. sottolineare l'importanza della cooperazione rispetto alla competizione	PB
	6. mettere in evidenza obiettivi razionali	6a. dare una motivazione esplicativa per gli obiettivi razionali 6b. prevedere situazioni di <i>peer scaffolding</i> affinché gli studenti/apprendenti si esortino a vicenda a comprendere	PB

Continua alla pagina successiva

Tabella 2.2: Tabella riassuntiva (Continua)

Promuovere il senso di appartenenza (PB)	7. favorire obiettivi condivisi	7a. mostrare l'aspetto del problema che il gruppo ha scelto di affrontare e il valore del compimento insieme agli obiettivi individuali di ciascun membro	ETV
	8. assecondare obiettivi sociali	8a. descrivere come l'ostinazione nei confronti di un obiettivo condiviso possa aiutare gli apprendenti a raggiungere scopi di responsabilità	PMG, PER, PES
	9. permettere agli apprendenti di stabilire insieme degli standard condivisi	9a. facilitare la costruzione congiunta di standard per valutare la qualità delle loro risposte agli scaffolds e delle soluzioni al problema	PES, PA
Promuovere come regolare le emozioni (PER)	10. evidenziare come si possano controllare le azioni	10a. includere un <i>peer modeling</i> che preveda una reazione costruttiva al fallimento	PES
		10b. descrivere gli insuccessi come parte naturale dell'apprendimento	ETV, PMG, PES
	11. facilitare la rivalutazione del fallimento	11a. fornire una spiegazione alternativa per le emozioni negative degli apprendenti mentre faticano su un compito, in modo tale che le percepiscano come parte della professione	PB, PES, PA

Continua alla pagina successiva

Tabella 2.2: Tabella riassuntiva (Continua)

Favorire l'aspettativa di successo (PES)	12. promuovere la percezione di una sfida ottimale	12a. permettere agli studenti/apprendenti di verificare, attraverso il <i>peer modeling</i> , che il <i>task</i> non sia né troppo difficile né troppo semplice 12b. convincere gli apprendenti di poter completare il compito per cui sono stati supportati	PMG
	13. supportare un'attribuzione produttiva	13a. inviare degli avvisi agli esperti basati sul tracciamento di come gli studenti/apprendenti usano lo <i>scaffolding</i> per richiedere riscontri che supportino un'attribuzione positiva	PER
	14. permettere l'identificazione di processi affidabili	14a. agevolare la riflessione sull'efficacia dei metodi risolutivi	
Favorire l'autonomia (PA)	15. usare un linguaggio non controllante	15a. usare un linguaggio non controllante nei messaggi di <i>scaffolding</i>	PMG, PER
	16. fornire scelte cognitive significative	16a. permettere agli apprendenti di scegliere tra un numero ragionevole di opzioni diverse aiutandosi con un criterio di scelta	ETV
	17. aiutare gli apprendenti a dare una direzione al proprio apprendimento	17a. mostrare agli apprendenti quei processi/strategie che considerano affidabili, da cui poter scegliere per raggiungere obiettivi condivisi e a breve termine	

Continua alla pagina successiva

Tabella 2.2: Tabella riassuntiva (Continua)

		17b. supportare anche nella pianificazione delle varie fasi di un progetto 17c. agevolare gli apprendenti nell'autovalutazione dei propri metodi risolutivi	PMG, PES
--	--	--	----------

In generale, il quadro teorico appena illustrato risulta molto complesso, in quanto analizza nel dettaglio, da un punto di vista puramente psicologico, le note sfaccettature dell'*affect*. Uno dei vantaggi di questo *framework* è l'analisi profonda della motivazione, una prospettiva che, secondo Belland e colleghi, è stata decisamente poco affrontata. In aggiunta, interessanti sembrano le proposte di implementazione oppure di integrazione di *scaffold digitali* che mettano in atto, almeno in parte, le strategie delineate. Sebbene questo studio verta sullo sviluppo di supporti tecnologici che incidano sulla sfera dell'*affect*, gli autori precisano che gli obiettivi e le strategie descritte possono essere adottate in qualsiasi contesto.

Un altro aspetto fondamentale è la suddivisione fra *il motivo per cui si viene supportati* e *il modo in cui si supporta*, che richiama la distinzione operata da van de Pol et al. (2010) e corrobora quanto affermato in precedenza, ovvero, che è condizione necessaria (ma non sufficiente) che entrambi gli elementi coesistano affinché abbia luogo lo *scaffolding*.

Centrale è il ruolo del *feedback*, che, stando alle parole degli autori, non consiste unicamente nei messaggi "corretto" o "errato", ma anche nel ricordare un obiettivo, quanto lavoro è stato svolto, quanto si è vicini alla risoluzione di un problema, oppure semplicemente nell'esprimere un riconoscimento per i progressi fatti. Ad esempio, al fine di fornire riscontri su elementi sostanziali, un supporto potrebbe assistere gli insegnanti/esperti mediante notifiche che li avvertano nel caso in cui le performance degli studenti/apprendenti non siano quelle previste.

Come si può notare, alcune delle strategie presentate sono incentrate sul lavoro di gruppo, che rappresenta un altro genere di interazione in cui questo processo può verificarsi e che verrà approfondito nel paragrafo successivo. Infatti, si esaltano la collaborazione, il raggiungimento di obiettivi condivisi e sociali. In questo articolo, inoltre, si ricorre spesso al *peer modeling* come strategia efficace per mostrare agli apprendenti esempi di comportamento assunti in determinate circostanze. Stando a Puntambekar e Hubscher (2005), l'uso della tecnologia dovrebbe favorire l'interattività e il *peer support* (Puntambekar e Hubscher 2005, p. 6).

Tuttavia, in questo *framework* non sembra trasparire un giusto mezzo fra il lato cognitivo e quello dell'*affect*. Da una parte, la scelta dei ricercatori si potrebbe giustificare dal fatto che la maggioranza dei software, sia commerciali che open source, e dei dispositivi abbia un impatto per lo più sulla sfera cognitiva, più precisamente, sulle performance del giocatore/apprendente. Dall'altra parte, però, sono altrettanto essenziali delle linee guida che aiutino gli apprendenti ad organizzare, strutturare le proprie conoscenze e ad argomentare.

Infine, a nostro parere, a differenza di quello descritto in *Strategie di scaffolding*, questo modello presenta una struttura piuttosto rigida. Mentre nel primo è possibile “abbinare” in modo più o meno flessibile *means* ed *intentions*, nel secondo quadro, invece, alcune strategie sono pensate in modo specifico per perseguire uno ed un solo obiettivo. Per di più, nell’articolo di Belland e colleghi, anche se alcune strategie sono associate a più obiettivi, la loro applicazione non permette di raggiungerli tutti allo stesso modo, a causa della loro natura così peculiare: in certi casi, una strategia, pensata per un determinato goal, può incidere indirettamente o solo parzialmente su altri. Tutto ciò rende difficile poter creare un unico modello che unisca i due quadri, mantenendone la struttura e lo spirito originari.

2.6 Strand di scaffolding

Nei paragrafi precedenti è stato descritto *cosa* si intende per *scaffolding*, *perché* è importante e soprattutto *come* implementarlo. Per quanto riguarda il perché e il come, sono stati introdotti due elementi essenziali e inscindibili: *means* ed *intentions*. Tuttavia, questa analisi del costrutto dello *scaffolding* manca di un aspetto fondamentale, ovvero quello più strettamente legato all’Educazione Matematica. In particolare, è necessario un ulteriore quadro teorico, una terza “dimensione” da aggiungere ai due elementi di cui prima, in grado di fornire una direzione più specifica in ambito matematico. Come accennato nel paragrafo *Reciprocal e self scaffolding*, oltre all’*agency*, Holton e Clarke (2006) considerano una seconda componente nella loro definizione di *scaffolding*, vale a dire il dominio, legato all’argomento da affrontare. Secondo questi autori, nell’ambito dell’Educazione Matematica esistono due tipi di domini così definiti:

“*Conceptual scaffolding* is *scaffolding* the aim of which is the promotion of conceptual development, while *heuristic scaffolding* relates to the development of heuristics for learning or *problem solving*, that transcend specific content. In a mathematical situation, ‘concept’ refers to mathematical content while ‘heuristic’ is concerned with approaches that may be taken.” (Holton e Clarke 2006, p. 9)

In altre parole, i domini possono essere di tipo

- *concettuale*, cioè riferito allo sviluppo dei concetti e delle loro relazioni;
- *euristico*, che riguarda lo sviluppo di euristiche, cioè, di approcci, di metodi risolutivi per l’apprendimento in generale oppure per il *problem solving*. Secondo Holton e Clarke, in questo caso, lo *scaffolder* potrebbe non avere una conoscenza completa dell’argomento trattato ma, grazie ad altre nozioni ed abilità in suo possesso, potrebbe supportare l’apprendente in altri modi.

In sostanza, uno *scaffolder* con una conoscenza esaustiva di un argomento, capace di fornire *scaffolding* sia di tipo concettuale che euristico, potrebbe avere a sua disposizione un ventaglio più ampio di strategie per supportare gli apprendenti, rispetto ad uno che ha una conoscenza solo parziale, che, al contrario, potrebbe assistere unicamente dal punto di vista euristico. Tuttavia, in determinate situazioni, le strategie applicate da entrambi i tipi di *scaffolder* potrebbero essere identiche. Inoltre, non esiste un dominio migliore rispetto ad un altro: la scelta dipende dalle conoscenze ed esperienze dello

scaffolder e dall'obiettivo che si intende perseguire. Ad esempio, affinché gli apprendenti imparino in modo autonomo, un agent potrebbe scegliere di dare supporto agli apprendenti nel dominio euristico piuttosto che in quello concettuale. Purtroppo nell'articolo di Holton e Clarke non risulta chiaro cosa si intenda per dominio, inoltre, non è possibile caratterizzare l'attività matematica semplicemente usando i due tipi di dominio di cui prima. A tal proposito, è importante introdurre una definizione che includa degli obiettivi in grado di orientare l'insegnamento-apprendimento della Matematica.

Kilpatrick et al. (2001) usano l'espressione *competenza matematica* (mathematical proficiency) per riferirsi alle conoscenze, abilità ed attitudini necessarie per apprendere questa disciplina. Secondo questi autori, la competenza matematica è formata da cinque componenti, o *strand* (fattori), strettamente connesse fra loro:

- *conceptual understanding* (comprensione concettuale, trad. autrice), che consiste generalmente nella comprensione di concetti, operazioni e relazioni;
- *procedural fluency* (scioltezza procedurale, trad. autrice), che riguarda l'abilità nel mettere in atto procedure in modo flessibile, preciso, efficiente ed adeguato;
- *strategic competence* (competenza strategica, trad. autrice), che concerne l'abilità di formulare, rappresentare e risolvere problemi matematici;
- *adaptive reasoning* (pensiero adattivo, trad. autrice), che riguarda la capacità di pensiero logico, riflessione, spiegazione ed argomentazione;
- *productive disposition* (attitudine produttiva, trad. autrice), che descrive, appunto, l'attitudine a considerare la Matematica come sensata, utile e valevole, essendo anche convinti dell'impegno e della propria efficacia.

Kilpatrick et al. (2001) sostengono che la competenza matematica non sia un concetto unidimensionale, e che non possa essere raggiunta focalizzandosi unicamente su una o al più due delle componenti descritte. Questi cinque fattori afferiscono a sfere diverse dell'apprendimento: le prime due, *conceptual understanding* e *procedural fluency* agiscono a livello cognitivo, mentre *strategic competence* e *adaptive reasoning*, invece, a livello metacognitivo. Infine, la *productive disposition* è riferita più strettamente ad aspetti di natura affettiva. Come si può constatare, i tre domini dell'apprendimento delineati in *Strategie di scaffolding* sono strettamente connessi alla disciplina trattata, pertanto, si ribadisce quanto sia fondamentale estendere il concetto di *scaffolding* con un'ulteriore dimensione, associata alla disciplina, in grado di definire ulteriormente le *intention* da perseguire. Di seguito, ogni componente verrà illustrato nel dettaglio.

La *conceptual understanding* è una comprensione integrata e funzionale di idee matematiche. Gli apprendenti con *conceptual understanding* non si limitano a una conoscenza superficiale di fatti e metodi isolati, ma capiscono l'importanza delle idee matematiche, in quali contesti utilizzarle, e come metterle in relazione tra loro per imparare nuove idee. Poiché i fatti e i metodi imparati sono interconnessi, gli apprendenti li ricordano più facilmente e li utilizzano con successo, e possono

ricostruirli nel caso li dimenticassero. Sebbene gli esperti spesso cerchino di verificare se gli apprendenti hanno raggiunto la *conceptual understanding*, richiedendo di verbalizzare le connessioni tra concetti e rappresentazioni, questa componente può non essere esplicita: molto spesso gli apprendenti la raggiungono prima ancora di riuscire a verbalizzarla.

Un indicatore significativo della *conceptual understanding* è la capacità di rappresentare delle situazioni matematiche in modi diversi, capendo la differenza tra le diverse rappresentazioni e l'utilità di ciascuna di esse. Ad esempio, supponiamo che degli apprendenti stiano facendo la somma tra due diverse quantità frazionarie, come $1/2 + 2/5$. Essi potrebbero rappresentare la somma con un disegno, oppure utilizzando altri materiali, oppure ricorrere alla linea dei numeri. Nonostante ciascuna di queste rappresentazioni implichi l'uso di un metodo di risoluzione differente, tale diversità può portare gli apprendenti a discutere di come tali rappresentazioni e metodi debbano essere correlati, in modo da raggiungere la medesima soluzione.

Le connessioni più utili sono quelle che collegano concetti e metodi correlati in modo appropriato. Anche le tecniche mnemoniche creano connessioni tra le idee e rendono più facile l'esecuzione di operazioni matematiche, ma tali tecniche potrebbero non condurre ad una totale comprensione. Per questo motivo, tali connessioni non sono le migliori per l'acquisizione di competenza matematica.

Viceversa, la conoscenza unita alla comprensione pone le basi per acquisire ulteriori conoscenze e risolvere problemi del tutto nuovi. Grazie alla *conceptual understanding*, gli apprendenti vedono le connessioni tra i concetti e le procedure e sono in grado di spiegare perché alcuni fatti siano conseguenza di altri. Inoltre, guadagnano fiducia in sé stessi, supportando il raggiungimento di un livello di comprensione ancora più profondo.

Se consideriamo l'apprendimento dei numeri, quando gli apprendenti capiscono profondamente concetti e procedure, come il valore posizionale e le operazioni tra numeri a una sola cifra, possono poi estendere gli stessi concetti e procedure a nuove aree, pertanto imparare ad eseguire addizioni e sottrazioni tra numeri a più cifre non richiede idee totalmente nuove.

La *conceptual understanding* spesso porta gli apprendenti ad avere meno da imparare, perché sono in grado di vedere somiglianze profonde tra situazioni apparentemente non correlate. La comprensione è incapsulata in insiemi compatti di fatti e principi collegati, che possono essere riassunti da brevi frasi come ad esempio "le proprietà della moltiplicazione". Quando necessario, tali insiemi possono essere scomposti nel momento in cui un apprendente abbia necessità di spiegare un principio, riflettere su un concetto, o imparare nuove idee. Spesso, la comprensione è organizzata in strutture gerarchiche, fatte di insiemi complessi composti a loro volta di insiemi più semplici. Per dare un esempio di come un insieme di conoscenze possa facilitare l'apprendimento, consideriamo l'insieme che gli apprendenti potrebbero sviluppare per l'addizione dei numeri interi. Se gli apprendenti capiscono che l'addizione è commutativa ($3 + 5 = 5 + 3$), il numero di combinazioni basilari da imparare viene quasi dimezzato. Tale numero può essere ridotto ulteriormente sfruttando la conoscenza di altre relazioni, come ad esempio il doppio ($5 + 5, 6 + 6, \dots$) che viene imparato molto presto e può essere usato per effettuare altre somme. Tali relazioni rendono più semplice l'apprendimento di nuove combinazioni perché si basano sulla generazione di nuova conoscenza e non sulla memorizzazione meccanica. Pertanto, la

conceptual understanding è un investimento che ripaga gli apprendenti in molti modi.

Come già spiegato, la *procedural fluency* riguarda la conoscenza di procedure, di quando e come usarle in modo adeguato e l'abilità nell'applicarle in modo flessibile, accurato ed efficiente. Ad esempio, nel dominio dei numeri, questa componente è particolarmente necessaria per supportare la comprensione concettuale del valore posizionale ed il significato dei numeri razionali. In aggiunta, essa facilita l'analisi delle similitudini e delle differenze tra metodi di calcolo, i quali possono essere procedure scritte, metodi mentali per trovare determinate somme, differenze, prodotti o quozienti e metodi che ricorrono a calcolatrici, computer o materiali da manipolare come blocchi, contatori, eccetera. In sostanza, gli apprendenti dovrebbero essere efficienti e precisi nell'eseguire calcoli basilari con i numeri interi senza dover sempre ricorrere a tabelle o ad altri aiuti. Inoltre, dovrebbero conoscere modi validi ed accurati per sommare, sottrarre, moltiplicare e dividere numeri a più cifre, sia mentalmente che in forma scritta.

La conoscenza di modi per stimare il risultato di una procedura è connessa alla *procedural fluency*. Per di più, Kilpatrick e colleghi considerano la conoscenza di algoritmi per il calcolo come dei concetti e questo stabilisce il legame fra *conceptual understanding* e *procedural fluency*. In altre parole, studiando gli algoritmi di calcolo come procedure generali, gli apprendenti potrebbero arrivare a concepire la Matematica come una disciplina ben strutturata e che una procedura sviluppata in modo accurato possa essere uno strumento potente per portare a termine dei compiti. Le procedure di calcolo devono essere efficienti, esatte e devono portare ad un risultato corretto. Sia l'efficienza che l'accuratezza si possono migliorare attraverso la pratica, che aiuta gli apprendenti a mantenere una certa scioltezza. Oltre a ciò, questi ultimi dovrebbero saper adottare le procedure in modo flessibile. Più precisamente, gli apprendenti dovrebbero essere in grado di usare un ampio spettro di processi mentali per moltiplicare per 10, 20 o 300 (o per qualsiasi potenza di 10 o multiplo di 10). In più, essi dovrebbero eseguire operazioni come, ad esempio, la somma di 199 e 67 o il prodotto di 4 e 26 sfruttando metodi mentali rapidi piuttosto che affidarsi a procedure scritte.

Kilpatrick e colleghi sottolineano che nel vivere quotidiano ci si imbatte in situazioni di calcolo molto diverse, per cui potrebbe essere essenziale saper usare una calcolatrice o un computer. Pertanto, gli apprendenti dovrebbero essere capaci di saper selezionare ed utilizzare una varietà di strumenti di calcolo in base alle circostanze.

Per quanto riguarda il legame fra *conceptual understanding* e *procedural fluency*, la prima rende l'acquisizione di abilità più semplice, meno suscettibile ad errori comuni e meno incline all'oblio. Allo stesso modo, si richiede un certo livello di competenza per apprendere e comprendere diversi concetti matematici, quindi l'uso di procedure può supportare gli apprendenti a rafforzare e sviluppare la comprensione di tali concetti. Per capire meglio il nesso fra queste due componenti, gli autori propongono i seguenti due esempi. Da un lato, se un apprendente non ha acquisito un discreto livello di abilità nell'eseguire calcoli con numeri a singola cifra, sarà difficile per lui comprendere quelli con numeri a più cifre. Dall'altro lato, se un apprendente impara delle procedure senza comprenderle, potrebbe essere difficile coinvolgerlo in attività che lo aiutino a capire le ragioni sottostanti ad esse.

La *strategic competence* si riferisce all'abilità di formulare, rappresentare, e risolvere problemi

matematici. Questo fattore è simile a ciò che nella letteratura dell'Educazione Matematica e Scienza cognitiva viene chiamato *problem solving* e *problem formulation* (formulazione di problemi) ²⁹.

Mentre a scuola gli apprendenti affrontano problemi ben definiti, al di fuori spesso incontrano situazioni in cui la difficoltà sta nel capire esattamente quale sia il problema, prima di poterlo formulare in modo tale da risolverlo usando la Matematica. Di conseguenza, hanno bisogno di fare esperienza non solo nel *problem solving*, ma anche nella *problem formulation*, conoscendo diverse strategie di soluzione e quali siano le migliori strategie da applicare per risolvere determinati problemi.

Una volta formulato il problema, il primo passo per risolverlo è rappresentarlo matematicamente in maniera numerica, simbolica, verbale o grafica. Rappresentare un problema richiede, per prima cosa, che l'apprendente costruisca un'immagine mentale dei componenti essenziali dello stesso. La *strategic competence* comporta l'abbandono di metodi cosiddetti *number grabbing* (afferrare i numeri, trad. autrice), in cui l'apprendente seleziona dei numeri e si prepara ad applicare operazioni aritmetiche su di essi, in favore di altri che generano modelli di problemi, nei quali l'apprendente costruisce un modello mentale delle variabili e delle relazioni descritte nel problema. Per rappresentare correttamente un problema, gli apprendenti devono prima capire la situazione e le sue caratteristiche principali, e poi generare una rappresentazione matematica del problema, che evidenzia gli elementi matematici fondamentali e ignora quelli superflui.

Ad esempio, consideriamo il seguente problema: Nel distributore di benzina Arco, 1 litro di benzina costa €1,13, che è 5 centesimi in meno rispetto al distributore Chevron. Quanto costano 5 litri di benzina al distributore Chevron?

Con un metodo superficiale di rappresentazione, gli apprendenti si concentrano sui numeri presenti nel problema e le cosiddette parole chiave da cui ricavano le operazioni appropriate. In questo caso, per prima cosa le quantità "€1,13" e "5 centesimi" sono seguite da "in meno", che suggerisce l'uso della sottrazione, portando al risultato di "€1.08". Poi, le parole chiave "quanto" e "5 litri" suggeriscono che il risultato precedente vada moltiplicato per 5, arrivando a "€5.40".

Un approccio più efficiente è quello di costruire un modello del problema, ovvero un modello mentale della situazione descritta, ad esempio, immaginare la linea dei numeri sulla quale posizionare i costi al litro dei due distributori.

Un'analisi della fissazione oculare degli apprendenti ha svelato che gli apprendenti che hanno risolto il problema hanno focalizzato la propria attenzione sui termini "Arco", "Chevron" e "questo", ovvero le principali quantità note e incognite del problema, mentre coloro che lo hanno risolto erroneamente si sono concentrati su numeri e parole chiave (1,13, 5 centesimi e 5 litri) piuttosto che sulle relazioni tra le quantità.

Gli apprendenti devono essere in grado non solo di costruire rappresentazioni di situazioni particolari, ma anche di capire che alcune rappresentazioni condividono delle strutture matematiche comuni. Un apprendente alle prime armi potrebbe essere portato a notare somiglianze nelle componenti superficiali dei problemi, come, ad esempio, i personaggi e le situazioni descritte. Un risolutore esperto, invece, si concentra maggiormente sulle relazioni strutturali all'interno del problema quindi

²⁹Rimando agli articoli di Mayer e Wittrock (1996) e Schoenfeld (1992)

sulle relazioni che forniscono degli indizi su come risolvere il problema. Ad esempio, un problema potrebbe chiedere agli apprendenti di determinare in quanti modi si possano costruire delle pile di 5 blocchi usando blocchi rossi e verdi, e un altro potrebbe chiedere quanti panini diversi si possano ordinare usando o non usando ciascuno dei seguenti ingredienti: ketchup, cipolle, cetrioli, lattuga, pomodoro. Un apprendente alle prime armi tratterebbe i due problemi come non correlati, mentre un solutore esperto si accorgerebbe che entrambi i problemi coinvolgono cinque scelte tra due elementi: rosso e verde, o con e senza ingredienti.

Diventando solutori efficienti, gli apprendenti imparano a creare rappresentazioni mentali dei problemi, rilevare relazioni matematiche, escogitare metodi alternativi di soluzione quando necessario. Una caratteristica fondamentale in tal senso è la flessibilità, che si sviluppa tramite l'ampliamento della conoscenza richiesto per risolvere problemi non ordinari. I problemi ordinari sono quelli che l'apprendente sa risolvere usando le sue esperienze passate, per i quali conosce il metodo di soluzione corretto e come applicarlo. Quelli non ordinari, invece, sono quei problemi per i quali gli apprendenti non conoscono il metodo di risoluzione. Tali problemi richiedono un pensiero produttivo che implica inventare un modo nuovo per capire e risolvere il problema. Gli apprendenti con *strategic competence* sarebbero in grado non solo di inventare diversi approcci a un problema non ordinario, ma anche di scegliere il migliore tra tali approcci in maniera flessibile in base al problema e alla situazione in cui è stato posto. La flessibilità dell'approccio è il principale requisito cognitivo per risolvere problemi non ordinari.

Esistono relazioni di mutuo supporto tra *strategic competence*, *conceptual understanding*, e *procedural fluency*. Lo sviluppo di metodi per risolvere problemi non ordinari dipende dalla comprensione delle quantità coinvolte nel problema e delle relazioni tra di esse, e dalla "scioltezza" nel risolvere problemi ordinari. Allo stesso modo, sviluppare metodi per risolvere problemi non ordinari fornisce contesto e motivazione per imparare a risolvere problemi ordinari e per capire concetti quali dato, incognita, condizione e soluzione.

La *strategic competence* entra in gioco in tutti i passaggi dello sviluppo della *procedural fluency* nel calcolo, in cui gli apprendenti passano da procedure concettualmente trasparenti ma faticose a procedure compatte e più efficienti. Gli apprendenti sviluppano la *procedural fluency* mentre usano la *strategic competence* per scegliere tra diverse procedure. Per risolvere problemi matematici è necessario saper eseguire prontamente le procedure, e nello stesso tempo avere esperienza nel risolvere problemi aiuta nell'acquisire nuovi concetti ed abilità.

L'*adaptive reasoning* indica la capacità di pensare logicamente alle relazioni fra concetti e situazioni. Questa componente comprende anche un'attenta valutazione dei metodi alternativi e come motivare delle conclusioni. Secondo Kilpatrick et al. (2001), questo fattore rappresenta la stella polare che guida l'apprendimento: è essenziale per scoprire fatti, procedure, concetti, metodi risolutivi e per verificare "se tutti i pezzi stanno bene insieme in qualche modo e se hanno senso" (Kilpatrick et al. 2001, p. 129, trad. autrice). In aggiunta, l'*adaptive reasoning* include non solo spiegazioni informali e motivazioni ma anche un ragionamento intuitivo e induttivo basato su schemi, analogie e metafore. Il ragionamento per analogie, le metafore e le rappresentazioni sia fisiche che mentali si configurano, in

questo caso, come strumenti con cui pensare. Secondo Kilpatrick et al. (2001), affinché gli apprendenti dimostrino di saper ragionare, è fondamentale che si verifichino tre condizioni, ovvero, che abbiano una buona conoscenza basilare, che il compito sia comprensibile e motivante e, infine, che il contesto sia familiare ed adeguato (Kilpatrick et al. 2001, p. 130, trad. autrice).

Una manifestazione di *adaptive reasoning* consiste nell'abilità di motivare, intesa come fornire sufficienti ragioni sul proprio operato. Una dimostrazione è una forma di motivazione, ma non tutte le motivazioni sono dimostrazioni. Queste ultime (sia formali che informali) devono essere logicamente complete, mentre le motivazioni possono essere più sintetiche. Tuttavia, si può apprendere a motivare le proprie idee matematiche sin dai primi anni di scuola primaria, offrendo regolarmente ai discenti opportunità di esprimere i concetti e le procedure utilizzati nonché di motivare ciò che stanno facendo. Inoltre, si possono stabilire delle norme di classe che prevedano che ciascuno studente motivi le proprie affermazioni matematiche e le espliciti ai compagni. Motivare e spiegare le proprie idee è importante per chiarire il proprio ragionamento, per affinare le proprie capacità di pensiero quindi per migliorare la propria *conceptual understanding*.

Oltre a tutto ciò, non è sufficiente motivare una procedura solamente una volta. Come rimarcato da Kilpatrick et al. (2001), la competenza matematica si sviluppa nel corso del tempo: gli apprendenti dovrebbero poter usare nuovi concetti e procedure per un certo periodo di tempo quindi spiegarli e motivarli mettendoli in relazione con altri concetti e procedure che hanno già acquisito. Ad esempio, affinché imparino a comprendere, gli apprendenti non dovrebbero impegnarsi solamente ad eseguire problemi pratici sulla somma di frazioni una volta introdotta la procedura. Al fine di imparare l'algoritmo, è necessario anche provare a spiegarlo e a motivarlo in contesti diversi.

Questo fattore è interconnesso con gli altri. Durante il *problem solving*, gli apprendenti potrebbero contare sulla loro competenza strategica per formulare e rappresentare il problema, ricorrendo ad approcci euristici che potrebbero fornire una soluzione, ma l'*adaptive reasoning* entra in gioco per determinare la validità di un metodo risolutivo. Più precisamente, la comprensione concettuale offre metafore e rappresentazioni che possono costituire una fonte per l'*adaptive reasoning*, che, considerati i limiti delle rappresentazioni, può essere utilizzata dagli apprendenti per determinare se una soluzione è ammissibile e poi motivarla. Spesso una soluzione potrebbe richiedere un uso spedito di procedure di calcolo, ma l'*adaptive reasoning* dovrebbe essere adottata per stabilire se la procedura scelta sia appropriata. Infine, mentre mettono in atto un procedimento, gli apprendenti potrebbero affidarsi alla loro competenza strategica per monitorare i propri progressi verso la soluzione e per produrre metodi alternativi qualora quello corrente sembri inefficiente.

La *productive disposition* riguarda l'attitudine a percepire la Matematica come utile e valevole, a credere che un impegno costante nell'apprendimento della Matematica ripaghi e a vedere se stessi come un autentico apprendente e praticante della Matematica (Kilpatrick et al. 2001, p. 131).

Questa componente è fortemente legata alle altre. Ad esempio, una volta che gli apprendenti acquisiscono una competenza strategica per risolvere problemi, le loro attitudini e credenze su loro stessi come apprendenti della Matematica diventano ancor più positive. Più concetti matematici si comprendono, più la disciplina diventa sensata. Al contrario, quando vengono date poche possibilità

di affrontare problemi matematici sfidanti, gli apprendenti giungono alla conclusione che imparare a memoria piuttosto che comprendere spiana la strada verso l'apprendimento della Matematica, pertanto perdono fiducia in loro stessi come *learner*. Allo stesso modo, quando questi ultimi si ritengono capaci di imparare la disciplina e di usarla per risolvere problemi, sono in grado di sviluppare ulteriormente le loro abilità di *procedural fluency* e di *adaptive reasoning*.

L'attitudine degli apprendenti verso la Matematica è un fattore determinante del successo educativo. È molto probabile che coloro che valutano le proprie abilità matematiche in base a domande fisse e test evitino di affrontare problemi sfidanti e siano facilmente scoraggiati dalla possibilità di fallire. Per di più, l'insegnante/esperto di Matematica ha un ruolo decisivo nell'incoraggiare gli apprendenti a mantenere un'attitudine positiva nei confronti della disciplina. La visione che l'esperto ha della Matematica e di come si apprende influenza la sua pratica di insegnamento, che, a sua volta, ha un impatto non solo su ciò che gli apprendenti acquisiscono ma anche sulla visione che hanno di loro stessi come apprendenti di Matematica (Kilpatrick et al. 2001, p. 132). Esperti e *learner* negoziano fra loro delle norme di condotta, alcune delle quali dovrebbero permettere ai secondi di sentirsi a proprio agio nel fare matematica e nel condividere le loro idee con altri, al fine di riuscire a vedere se stessi come capaci di comprendere.

Nella nostra ricerca lo studio del quadro teorico di Kilpatrick e colleghi ha caratterizzato maggiormente il concetto di *scaffolding* in ambito matematico. Ciononostante, si tratta di un *framework* molto complesso, che viene descritto dagli stessi autori usando la metafora della corda, si veda la Figura 2.2. In poche parole, ogni *strand* è strettamente legato agli altri, per cui non è sempre possibile distinguere gli uni dagli altri. In maniera analoga, le osservazioni degli apprendenti possono presentare diverse sfumature, il che rende difficile incasellarle in un unico *strand*. Per poter inquadrare in modo più efficiente ogni strategia di *scaffolding*, abbiamo stabilito di condensare i cinque *strand* nelle due macrocategorie illustrate da Hogan e Tudge (1999), poiché più facilmente distinguibili con meno ambiguità. In particolare, *conceptual understanding*, *adaptive reasoning* e *productive disposition* rientrano nel dominio concettuale, mentre le restanti, *procedural fluency* e *strategic competence* in quello euristico.

Questa lente teorica ha reso possibile ampliare la prospettiva riguardo al concetto di *scaffolding*, che, da essere bidimensionale, ossia, composto da due elementi (*means* ed *intentions*), è diventata tridimensionale, con l'aggiunta di un punto di vista più strettamente legato alla disciplina oggetto di questa tesi. In ultimo, l'indagine di questa terza dimensione ha permesso, come si vedrà nel prossimo capitolo, di approfondire il legame fra le prime due componenti e l'Educazione Matematica.

2.7 Sintesi

L'idea dello *scaffolding* nasce essenzialmente dall'osservazione di pratiche, a cui si fa riferimento con il termine "strategie", attuate da un esperto, o comunque, da un soggetto con più conoscenze ed esperienze, per supportare uno o più individui meno capaci. Eppure, stando alla definizione di *scaffolding* data da van de Pol et al. (2010) e all'evoluzione della metafora del ponteggio, oltre alle già citate pratiche, occorre considerare anche gli obiettivi, ovvero, le *intentions* con cui si decide di

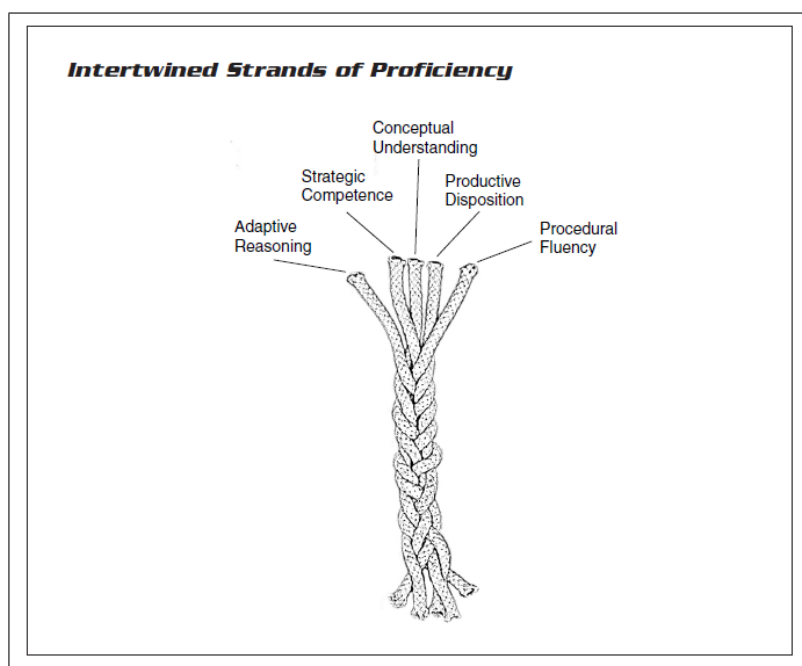


Figura 2.2: I cinque *strand* visti come una corda intrecciata. Immagine tratta dall'articolo di Kilpatrick et al. (2001)

metterle in atto. In buona sostanza, qualsiasi strategia, o procedura, implementata da uno o più soggetti ha uno scopo ben definito, pertanto, queste due dimensioni, *means* ed *intentions*, devono essere concepite congiuntamente. Per questo motivo e per l'ambito di ricerca in cui si colloca questo lavoro, è stato fondamentale legare questi due elementi dello *scaffolding*, in particolare le *intentions*, ad aspetti più strettamente connessi all'Educazione Matematica. Ad esempio, sebbene siano comunque di natura educativa, le *intention* di un docente di Storia e quelle di un docente di Matematica possono essere molto distinte, in quanto fortemente vincolate alla discipline trattate. A tal proposito, dato che parlare di Matematica significa affrontare i diversi aspetti di questa disciplina, è necessario declinare gli obiettivi in base a dei contenuti matematici.

Un altro tratto importante di questo costrutto è la bidirezionalità. Nel corso di un'interazione fra due o più soggetti, qualora uno di essi, solitamente il più esperto, decidesse di attivare una pratica, o strategia, per supportare gli altri meno capaci, è necessario non solo valutare il tipo di strategia più adatto, ma anche prevedere *in che modo* questi ultimi potrebbero rispondere, in maniera tale che la successiva reazione sia contingente, si riduca gradualmente nel tempo e, contestualmente, venga trasferita la responsabilità del *task* verso gli apprendenti. Nel capitolo successivo verrà descritto l'ambito matematico di riferimento in cui il concetto di *scaffolding* è stato collocato e verrà esplicitato nel dettaglio il legame fra le prime tre dimensioni qui menzionate, *means*, *intention* e *strand*, o domini.

Infine, grazie a questo studio della letteratura, abbiamo potuto constatare che sia un mezzo tecnologico sia uno cartaceo si configurano come dei *material scaffold*, cioè, dei materiali di supporto

che presentano delle attività matematiche. In particolare, il primo è un *soft scaffold*, che potrebbe prevedere alcuni *means*, come il *feedback*, l'altro è un *hard scaffold*, che prevede solamente uno o due *means*. A questo punto, in questa ricerca ci inseriamo nel problema di comprendere quali *means* vengano attivati dai suddetti *material scaffold*.

Capitolo 3

Ambito matematico di riferimento

3.1 Introduzione

Per comprendere il concetto di *scaffolding*, è necessario considerare tre elementi fondamentali: i *means*, ovvero, le strategie, procedure, o ancora pratiche, messe in atto da un soggetto con più conoscenze ed esperienze per assistere un altro, le *intentions*, vale a dire, il motivo per cui si viene assistiti e, in ultimo, gli *strand* o domini, che associano le prime due componenti alla disciplina Matematica. In un contesto di insegnamento/apprendimento, l'*intention* di un insegnante/esperto non può essere solamente educativa, ma deve essere legata strettamente alla disciplina che si intende trattare. Pertanto, dato che l'area di ricerca di questa tesi è l'Educazione Matematica, in questo capitolo si inquadra l'ambito matematico di riferimento, capace di rendere ancor più specifiche le *intentions*. La scelta dell'ambito è ricaduta sul cosiddetto **pensiero relazionale** (*Relational Thinking*, in inglese), afferente agli ambiti dell'Algebra e dell'Aritmetica, in quanto si tratta di un argomento trasversale che può essere adattato ad ogni grado scolastico con possibilità di utilizzo anche nella scuola secondaria di I grado.

3.2 Il pensiero algebrico

Prima di addentrarsi in questo argomento, è doveroso introdurre un altro, più strettamente legato all'Algebra.

Nei decenni passati, in diverse nazioni anglosassoni l'insegnamento-apprendimento di questo ambito matematico era previsto solamente a partire dai primi anni di *middle school*, che in Italia corrisponderebbe alla scuola secondaria di I grado. Di conseguenza, nei livelli precedenti, ovvero, nella scuola primaria, le lezioni di Matematica vertevano prevalentemente sulle procedure dell'Aritmetica, quindi sugli algoritmi di calcolo numerico. All'inizio del nuovo millennio, però, la ricerca ha avanzato l'idea di una riforma dell'insegnamento-apprendimento dell'Aritmetica, volta a *preparare* gli allievi di scuola primaria per affrontare argomenti matematici complessi nei gradi scolastici successivi. In particolare, la macchina della ricerca educativa ha portato a considerare il *pensiero algebrico* (*Algebraic*

Reasoning) nell’Aritmetica, che è stato prontamente introdotto nelle classi di scuola primaria. In poche parole, diversamente da quanto si possa pensare, non riguarda il mero utilizzo di simboli, ma consiste principalmente nell’uso dei concetti salienti dell’Algebra in ambito aritmetico. La sopracitata riforma ha portato discenti e docenti anche a riconsiderare la loro visione dell’Algebra: da materia curricolare basata principalmente sulla manipolazione di simboli, sulla risoluzione di equazioni complesse e sulla semplificazione di espressioni algebriche, a *mezzo* “per comprendere i concetti algebrici, le strutture e i principi che governano la manipolazione dei simboli, e come i simboli stessi possano essere usati per memorizzare idee e ottenere informazioni sulle situazioni” (National Council of Teachers of Mathematics 2000, p. 37, trad. autrice).

Secondo Blanton e Kaput (2005), il pensiero algebrico si definisce come “un processo in cui gli apprendenti generalizzano idee matematiche a partire da un insieme di istanze particolari, stabiliscono tali generalizzazioni attraverso il discorso dell’argomentazione e le esprimono in modi sempre più formali e adatti alla loro età” (Blanton e Kaput 2005, p. 3, trad. autrice). Stando all’articolo di Kaput (1999), il pensiero algebrico può assumere varie forme strettamente connesse fra loro, fra cui

1. l’uso dell’Aritmetica come dominio per esprimere e formalizzare generalizzazioni. Per riferirsi a questa forma di generalizzazione, l’autore usa l’espressione “generalized arithmetic” (Aritmetica generalizzata). In poche parole, questo aspetto consiste nel riflettere sulle operazioni e sulle proprietà dei numeri. Questa forma di pensiero si attiva, per esempio, quando si generalizza sulla proprietà commutativa dell’addizione e della moltiplicazione, sulle proprietà dello zero oppure nel momento in cui le uguaglianze sono viste come relazioni fra quantità;
2. generalizzare schemi numerici per descrivere relazioni funzionali (functional thinking, ovvero, pensiero funzionale). Questo aspetto riguarda l’esplorazione e l’espressione di regolarità nei numeri, ad esempio, la generalizzazione della somma di numeri consecutivi oppure di somma e prodotto tra numeri pari e dispari;
3. *modeling* come dominio per esprimere e formalizzare le generalizzazioni. In questo caso, la parola *modeling* si riferisce al problema di “matematizzare una situazione o fenomeno”. Tale processo prevede due fasi, la prima in cui, a partire dai dati di una situazione (reale), si fornisce una descrizione verbale degli elementi e delle relazioni fra questi ultimi. La seconda fase, invece, consiste nel formalizzare la rappresentazione verbale usando i simboli e gli strumenti dell’Algebra, pertanto, è necessario aver già appreso il linguaggio algebrico per poter affrontare un *task* di *modeling*. Un esempio di simili *task* è la descrizione di un fenomeno fisico o, più semplicemente, di un grafico attraverso funzioni algebriche;
4. generalizzare sistemi matematici astraendoli da calcoli e relazioni. In altre parole, si tratta della forma più vicina all’“Algebra astratta”, infatti, concerne una generalizzazione che coinvolge oggetti astratti, sistemi e operazioni su classi di oggetti.

Come il lettore avrà compreso, il pensiero algebrico è un ambito matematico composto da diverse sfaccettature che non possono essere affrontate in una singola tesi. A tal proposito, Carpenter, Franke

et al. (2003) hanno scelto di concentrarsi sulla prima e sull'ultima forma di generalizzazione, ovvero, sull'Aritmetica generalizzata e sullo studio di strutture e sistemi astratti da calcoli e relazioni, poiché sostengono che, trattandosi di una disciplina curricolare, una qualsiasi riforma della scuola primaria dovrebbe dapprima interessare l'insegnamento-apprendimento dell'Aritmetica. Inoltre, pensare algebricamente nel contesto dell'Aritmetica fornisce una base per facilitare la transizione dall'Aritmetica agli argomenti di Algebra che verranno affrontati nei gradi successivi, quindi l'integrazione di idee e di concetti basilari di quest'ultima porta ad una comprensione maggiore dell'Aritmetica.

3.3 Il pensiero relazionale

Le quattro operazioni, addizione, sottrazione, moltiplicazione e divisione, vengono tradizionalmente presentate nei primi livelli scolari come dei processi che portano a qualcosa, più precisamente, ad un risultato. In altre parole, queste operazioni sono concepite come meri algoritmi o procedure meccaniche, composte da sequenze finite di passi per ottenere un singolo numero. Per esempio, data la seguente espressione $25 + 58 + 75 = \square$, solitamente gli apprendenti sono inclini ad applicare l'algoritmo della somma in colonna oppure a dividere l'espressione in due parti, vale a dire, eseguendo prima la somma dei primi due addendi, $25 + 58$ e poi la somma fra il risultato e il terzo addendo. L'Algebra elementare è per lo più basata sulle procedure di calcolo aritmetiche ma è incentrata principalmente sullo studio delle relazioni: in effetti, un'equazione algebrica esprime una relazione fra due espressioni e risolverla significa trasformarla passo dopo passo per arrivare ad una "versione" finale equivalente a quella di partenza, anziché ottenere un singolo numero. A tal proposito, l'integrazione delle relazioni numeriche nelle espressioni aritmetiche, ossia, conoscere e comprendere il significato sotteso agli algoritmi delle quattro operazioni, è ciò che lega l'Algebra all'Aritmetica, nonché ciò che aiuterà gli apprendenti ad acquisire sia le procedure aritmetiche in maniera più consapevole, flessibile ed efficiente sia i concetti algebrici in modo più agevole. Per chiarire ulteriormente questo aspetto, Carpenter, Levi et al. (2005) propongono la seguente addizione $40 + 50$. Essa può essere riformulata come la somma di 4 decine e 5 decine, quindi sia il calcolo di $40 + 50$ sia quello di $4y + 5y$ si basano sugli stessi principi: in entrambi i casi si usa la proprietà distributiva per sommare 4 e 5. Si possono rappresentare le operazioni coinvolte in questi due *task* come segue:

$$40 + 50 = 4 \times 10 + 5 \times 10 = (4 + 5) \times 10 = 9 \times 10$$

$$4y + 5y = (4 + 5)y = 9y$$

(Carpenter, Levi et al. 2005, p. 2)

Il *pensiero relazionale* è definito come un processo per

“osservare espressioni ed equazioni nella loro interezza piuttosto che come delle procedure da eseguire passo dopo passo. Il pensiero relazionale include l'uso di proprietà fondamentali dei numeri e delle operazioni per trasformare le espressioni matematiche rispetto al semplice calcolo di una risposta

seguendo una sequenza predeterminata di procedure.” (Carpenter, Levi et al. 2005, trad. autrice, p. 54)¹

Si tratta di un approccio di lavoro con i numeri che non prevede l'esecuzione di procedure di calcolo sequenziali. Per riuscire ad affrontare un *task* in modo relazionale, è necessario saper guardare l'espressione di partenza nella sua interezza, in modo da poter individuare le relazioni fra numeri prima ancora di cimentarsi nel calcolo, quindi avere almeno una conoscenza implicita di alcune proprietà delle operazioni. In particolare, si descrive un approccio flessibile al calcolo in cui le espressioni vengono trasformate sulla base di una consapevolezza almeno implicita delle proprietà fondamentali delle operazioni. Anche se gli apprendenti non fossero in grado di esprimere in modo formale o riconoscere la proprietà distributiva, la comprensione del suo significato potrebbe comunque rivelarsi utile per risolvere, ad esempio, 78×5 . Applicando la proprietà associativa, questa espressione è uguale a $(70+8) \times 5$, che, grazie alla proprietà distributiva, diventa $70 \times 5 + 8 \times 5$. A questo punto, basta semplicemente eseguire prima le due moltiplicazioni e sommarne i risultati. Allo stesso modo, la comprensione di tali proprietà potrebbe aiutare gli apprendenti a mettere in atto algoritmi diversi per risolvere calcoli che coinvolgono numeri a più cifre dalle procedure meccaniche che generalmente si apprendono nelle lezioni di Aritmetica. Ad esempio, grazie alla proprietà associativa, la seguente addizione, composta da numeri a due cifre, $57 + 68$, diventa uguale a $50 + 60 + 7 + 8$, che, tramite la proprietà distributiva, può essere riformulata come $(5 \times 10) + (6 \times 10) + 15 = (5 + 6) \times 10 + 15$.

Nel loro articolo, Jacobs et al. (2007) evidenziano tre aspetti interconnessi del pensiero relazionale, che verranno illustrati più diffusamente nelle prossime sezioni:

1. la visione del simbolo uguale come indicatore di una relazione;
2. l'uso delle relazioni fra numeri ed operazioni per semplificare o evitare i calcoli;
3. rendere esplicite relazioni generali, in particolare, quelle basate sulle proprietà fondamentali delle operazioni numeriche.

3.3.1 Interpretare il simbolo “=”

Falkner et al. (1999) hanno condotto uno studio in cui veniva posta agli allievi la seguente domanda:

*Quale numero metteresti nel riquadro per rendere vera questa uguaglianza?*²

$$8 + 4 = \square + 5 \quad (\text{Falkner et al. 1999, p. 233})$$

I dati raccolti hanno rivelato che meno del 10% dei partecipanti, ossia, allievi appartenenti a diversi gradi scolastici, ha risposto correttamente. In aggiunta, sembra che quelli del primo anno della scuola secondaria di I grado abbiano registrato performance peggiori rispetto ai loro compagni di scuola

¹Citazione originale: “[...] looking at expressions and equations in their entirety rather than as a process to be carried out step by step. Relational thinking involves using fundamental properties of number and operations to transform mathematical expressions rather than simply calculating an answer following a prescribed sequence of procedures.”

²Citazione originale: “What number would you put in the box to make this a true number sentence?”

primaria. Da questa analisi è evidente come il simbolo uguale venga interpretato come un comando per eseguire un calcolo, alla stregua di un calcolatore quando si preme sul bottone “=”. Secondo Carpenter, Franke et al. (2003), “questa difficoltà inibisce l’abilità degli studenti ad apprendere il significato delle idee aritmetiche di base, la loro flessibilità nel rappresentare ed usare tali idee e crea problemi ancor più seri quando passano all’Algebra” (Carpenter, Franke et al. 2003, p. 10, trad. autrice)³. Riprendendo i dati dello studio condotto da Falkner et al. (1999), la domanda ha prodotto tre numeri diversi, cioè, 7, 12 e 17, basati su tre diverse concezioni dell’uguale. Si parte dalla descrizione delle possibili difficoltà che hanno generato le due risposte errate, ovvero, 12 e 17. Nel primo caso, cioè, se la risposta è 12, il simbolo uguale viene visto come “la risposta che viene dopo”, vale a dire, il risultato dell’operazione che precede il segno. Come è già stato spiegato, in questo caso, l’uguale è visto come un comando per eseguire un calcolo, quindi, per quanto concerne l’item $8 + 4 = \square + 5$, vengono sommati semplicemente i primi due addendi. Secondo Carpenter, Franke et al. (2003), a partire dalle loro esperienze scolastiche, alcuni alunni desumono che una delle regole per scrivere un’espressione aritmetica sia che la risposta al calcolo debba essere scritta subito dopo il simbolo uguale. In altre parole, un’espressione dovrebbe, secondo certi studenti, essere della forma $a + b = c$.

Nel secondo caso, cioè, se la risposta è 17, si considerano tutti i numeri coinvolti nell’uguaglianza senza riconoscere che è la posizione in cui sono stati collocati i simboli nell’uguaglianza a far la differenza. Dato che viene individuato il simbolo della somma, alcuni studenti ritengono sia necessario aggiungere tutti i numeri presenti nell’espressione. In questa situazione diversi allievi generalizzano una proprietà corretta della somma per supporre che l’ordine dei simboli nell’espressione non sia importante. Infatti, in questo scenario il simbolo uguale viene visto come irrilevante.

Secondo gli autori, esiste anche un altro tipo di risposta, cioè 12 e 17. In uno dei casi presentati da Carpenter, Franke et al. (2003), un allievo ha inizialmente calcolato $8 + 4$, inserendo 12 nel riquadro, poi ha eseguito $12 + 5$, aggiungendo un secondo simbolo uguale e il numero 17 a destra dell’uguaglianza, dopo il numero 5.

In tutti e tre i casi si tratta di errori di sintassi, in particolare, di interpretazione delle regole per cui l’uguale è un segno per esprimere una relazione tra due numeri. Invero, la difficoltà maggiore non risiede nel capire che $8 + 4$ e $7 + 5$ hanno lo stesso risultato, ma nel vedere $8 + 4$ come un’altra forma di scrivere 12.

Infine, se la risposta data è 7, significa che la visione dell’uguale corrisponde a quella di un segno che mette in relazione due numeri identici. Diversamente dal primo esempio descritto, in questo scenario non si impone alcuna regola arbitraria secondo cui un’espressione debba rispettare una certa forma, ossia, con numeri ed operazioni a sinistra e un numero singolo a destra. Sebbene in entrambi i casi la risposta sia corretta, non significa che l’approccio adottato dagli studenti/apprendenti sia stato sempre lo stesso. Carpenter, Franke et al. (2003) illustrano l’esempio di due bambini che rispondono correttamente attraverso ragionamenti diversi. Più precisamente, il primo bambino ha eseguito l’operazione $8 + 4$ e ha cercato un numero che sommato a 5 portasse allo stesso risultato dell’operazione a sinistra. Il secondo discente, invece, ha prontamente riconosciuto che esiste una

³Citazione originale: “This misconception limits student’s ability to learn basic arithmetic ideas with understanding and their flexibility in representing and using those ideas, and it creates even more serious problems as they move to algebra.”

relazione tra le operazioni ai due lati dell'uguale che rende il calcolo superfluo. Rispetto al primo allievo, il secondo non ha dovuto confrontare i risultati delle due operazioni, ma ha semplicemente individuato la relazione fra queste ultime.

Affinché gli apprendenti acquisiscano una visione adeguata del simbolo uguale, secondo Carpenter, Franke et al. (2003), si rivela produttiva l'organizzazione di discussioni di classe o in piccoli gruppi in cui gli apprendenti si confrontano con le varie concezioni del segno. In queste situazioni, infatti, si incoraggia ciascun *learner* ad argomentare chiaramente la sua posizione riguardo l'uguale, in modo tale che i compagni possano afferrare le diverse prospettive presentate ed eventualmente riesaminare il proprio punto di vista. In seguito, è essenziale che il docente/esperto presenti dei *task* accuratamente selezionati che permettano alla classe di argomentare le proprie idee, di sfidare le concezioni degli apprendenti fornendo dei contesti diversi che consentano di rivisitare la propria posizione e infine, di avere una visione ben definita del loro pensiero. Le espressioni vere/false ed incomplete (*true/false and open numer sentences*, in inglese) costituiscono dei validi sfondi per intavolare discussioni sul significato dell'uguale.

Generalmente, gli apprendenti non hanno familiarità con le espressioni vere/false, quindi Carpenter, Franke e Levi (2003) suggeriscono di predisporre inizialmente delle espressioni basilari, composte da calcoli semplici ed un singolo numero a destra dell'uguale, ad esempio, $8 - 5 = 3$, $3 \times 4 = 15$ o $3 + 5 = 8$. Gli autori puntualizzano che ad ogni nuovo *task* si chieda se è vero o falso e si presenti una sequenza di *task*, ciascuno dei quali con una diversa peculiarità. Esordire una discussione con questo tipo di uguaglianze permette di approcciare la questione della forma di un'espressione descritta nel primo scenario. In questa prima fase, naturalmente, gli apprendenti dovrebbero essere capaci di determinare velocemente se tali *task* siano veri o falsi, in quanto presentati in una forma a loro "familiare". Una volta che la classe ha dimostrato una certa dimestichezza con il tipo di *task*, si può passare ad uguaglianze che affrontano più nello specifico la concezione dell'uguale. L'insegnante/esperto dovrebbe cominciare a proporre espressioni scritte in un modo "diverso" da quello usuale. Ad esempio, Carpenter, Franke et al. (2003) consigliano di pensare ad una sequenza di *task* da poter presentare uno per volta in un determinato ordine, quindi in fase di discussione, per ognuno di essi, domandare se è vero o falso. Ciascun *task* dovrebbe esplicitare un aspetto della concezione dell'uguale ed instillare dubbi o domande che potrebbero essere chiariti grazie ai successivi. Nel libro *Thinking Mathematically* (Carpenter, Franke et al. 2003), vengono avanzati i seguenti *task* da mostrare nell'ordine

$$8 = 3 + 5$$

$$8 = 8$$

$$3 + 5 = 3 + 5$$

$$3 + 5 = 5 + 3$$

$$3 + 5 = 4 + 4$$

(Carpenter, Franke et al. 2003, p. 16)

In alcuni casi, tutto ciò potrebbe portare a dei conflitti con la loro visione dell'uguale: in effetti, i *learner* potrebbero riconoscere che ad ambo i lati dell'uguale ci siano gli stessi numeri, eppure

potrebbero stabilire che non sono vere, poiché non scritte secondo le loro regole. In una discussione si potrebbero confrontare le seguenti uguaglianze, $3 + 5 = 8$ e $8 = 3 + 5$, quindi domandare in che modo esse differiscono e perché non si ritenga vera la seconda. Nello specifico, tali uguaglianze dovrebbero stimolare una riflessione relativamente alla *simmetricità* dell'uguale. Dal momento che l'uguale è un simbolo simmetrico, cioè, le forme $a + b = c$ e $c = a + b$ sono entrambe ammissibili, si rivela essenziale adottare un termine, più precisamente, un verbo, che consenta di leggere l'uguaglianza sia da destra verso sinistra sia da sinistra verso destra. La terza persona singolare del tempo presente del verbo essere, cioè "è", è il modo più corretto di esprimere la simmetricità del simbolo. Infatti: "3 + 5 è uguale a 8 e 8 è uguale a 3 + 5".

Se alcuni studenti/apprendenti persistono nell'idea che l'uguale indichi un risultato, allora il *task* $8 = 8$ potrebbe aiutarli a rivisitare la loro prospettiva. Se, invece, argomentano che devono esserci due numeri ed un'operazione a sinistra dell'uguale, allora l'uguaglianza $3 + 5 = 3 + 5$ dovrebbe fornire loro un adeguato sfondo per riesaminare quanto affermato. In questo caso particolare, qualche studente/apprendente potrebbe rispondere che è vera poiché in entrambi i lati dell'uguale i numeri sono identici. Una simile risposta potrebbe dare l'avvio per affrontare una discussione sul ruolo del simbolo uguale come indicatore di *relazione di identità*. A partire da quella risposta, infatti, un insegnante/esperto potrebbe domandare quale altra caratteristica presentano i due membri in $3 + 5 = 3 + 5$. A questo punto, si potrebbe mettere a confronto quest'ultimo con il successivo item, ovvero, $3 + 5 = 5 + 3$, nel quale dovrebbe essere più evidente tale caratteristica: nel primo item, a rendere identici entrambi i membri dell'uguaglianza non sono solo i numeri ma anche l'*ordine* con cui questi ultimi sono scritti. Dunque, nella prima uguaglianza il simbolo uguale mette in relazione numeri ed operazioni identici scritti nello stesso ordine. Nella seconda uguaglianza, invece, numeri ed operazioni sono gli stessi ma da un membro all'altro i numeri si presentano in ordine inverso. Inoltre, nelle ultime tre uguaglianze della lista, cioè, $3 + 5 = 3 + 5$, $3 + 5 = 5 + 3$ e $3 + 5 = 4 + 4$, l'uguale mette in relazione due *valori* identici.

Per far sì che gli apprendenti rivisitino la loro prospettiva su come dovrebbe essere scritta un'operazione, Carpenter, Franke et al. (2003) avanzano anche un altro esempio di sequenza di item, in cui, in alcuni casi, viene aggiunto lo zero al secondo membro dell'uguaglianza. Item siffatti dovrebbero auspicabilmente aiutare i learners a comprendere che un'espressione potrebbe non concludersi soltanto con un singolo numero, cioè, il risultato. Quello che segue è un altro esempio di sequenza di *task* da proporre durante una discussione sul significato dell'uguale.

$$9 + 5 = 14$$

$$9 + 5 = 14 + 0$$

$$9 + 5 = 0 + 14$$

$$9 + 5 = 13 + 1$$

(Carpenter, Franke et al. 2003, p. 16)

Come per la precedente sequenza, si esordisce con un *task*, $9 + 5 = 14$, scritto nella forma $a + b = c$, per introdurre gli apprendenti alla tipologia di *task*. Alcuni learners con un'evidente visione dell'uguale come procedura potrebbero inizialmente "accettare" la forma in cui è scritta l'espressione $9 + 5 = 14 + 0$,

poiché il risultato dell'operazione a sinistra, cioè, $9 + 5$, appare effettivamente a destra dell'uguale. Pertanto, sapendo anche che lo zero rappresenta l'elemento neutro dell'addizione, potrebbero facilmente concludere che tale *task* sia vero. Tuttavia, potrebbero avere dei dubbi nel determinare se l'uguaglianza $9 + 5 = 13 + 1$ è vera, in quanto a destra dell'uguale non appare il risultato dell'operazione, ma un'operazione. Successivamente, è possibile confrontare le uguaglianze $9 + 5 = 14 + 0$ e $9 + 5 = 0 + 14$ per riesaminare la loro regola di forma corretta, chiedendo alla classe di esporre chiaramente la differenza principale fra le due. Nella seconda espressione il risultato dell'operazione a sinistra non appare più subito dopo il simbolo uguale, quindi i learners potrebbero convincersi del fatto che anche il secondo *task* sia vero dato che, rispetto al primo, è solamente cambiato l'ordine degli addendi.

Le sequenze di *task* descritte possono avviare una discussione sulla necessità di applicare regole in modo consistente.

Molte delle idee illustrate possono essere veicolate anche tramite le espressioni incomplete. Come si può desumere dall'inizio di questo paragrafo, in questa tipologia di *task* possono essere inseriti diversi numeri nel riquadro, ma soltanto uno è in grado di rendere vera l'uguaglianza. Dunque, è possibile trasformare le uguaglianze vere/false in uguaglianze incomplete, scegliendo in modo oculato la posizione del numero mancante. Un primo esempio di uguaglianza incompleta è stato presentato all'inizio del paragrafo e di seguito si elenca la prima sequenza di *task* con un numero mancante.

$$3 + 5 = \square \text{ oppure } 3 + \square = 8$$

$$8 = 3 + \square \text{ oppure } \square = 3 + 5$$

$$8 = \square$$

$$3 + 5 = \square + 5$$

$$3 + 5 = \square + 3$$

$$3 + 5 = \square + 4$$

(Carpenter, Franke et al. 2003, p. 17)

Ciascuno di questi *task* potrebbe essere proposto, ad esempio, subito dopo il suo equivalente della tipologia vero/falso, in modo tale che l'insegnante/esperto possa avere una visione più completa del livello di comprensione della classe. Inoltre, mostrare un *task* sotto un'altra forma potrebbe aiutare gli apprendenti in caso di evidente difficoltà. Secondo gli autori, infatti, le loro risposte variano in base alla tipologia di *task*, cioè, spesso si ottengono risposte diverse passando da un tipo di *task* ad un altro. Per esempio, alcuni apprendenti sembrano aver compreso che il simbolo uguale rappresenta una relazione dopo aver riflettuto su uguaglianze vere/false, ma, in certi casi, tornano ad eseguire l'operazione a sinistra dell'uguale nel momento in cui si imbattono nelle ultime tre uguaglianze incomplete della lista.

Carpenter, Franke et al. (2003) riflettono anche sull'importanza del linguaggio adottato in classe. Dal momento che, in questo caso, è essenziale che gli apprendenti acquisiscano il corretto significato del simbolo uguale, questi autori ritengono che, per supportarli al meglio, sia necessario usare parole che esprimano direttamente una relazione, ad esempio, "otto è la stessa quantità di 3 più 5" (Carpenter, Franke et al. 2003, p. 17). In aggiunta, è fondamentale utilizzare una notazione che dimostri come i

numeri in entrambi i lati dell'uguale rappresentino lo stesso valore numerico:

$$8 + 4 = 7 + 5$$

$$\backslash / \quad \backslash /$$

$$12 \quad 12$$

oppure

$$8 + 4 = 7 + 5$$

$$\parallel \quad \parallel$$

$$12 = 12$$

(Carpenter, Franke et al. 2003, p. 18)

In aggiunta, l'obiettivo dell'organizzazione ed orchestrazione delle discussioni di classe non è unicamente di assicurarsi che gli apprendenti acquisiscano una concezione adeguata del simbolo uguale, ma anche di coinvolgerli in una discussione matematica. Come già spiegato in precedenza, ascoltare le diverse prospettive dei compagni consente a ogni apprendente di mettere in discussione il proprio punto di vista e di capire che non tutte le concezioni che emergono nel corso di una discussione sono corrette. Per i *learner* motivare chiaramente la loro visione del simbolo uguale potrebbe costituire un primo passo per imparare a fare e ad argomentare generalizzazioni matematiche. In definitiva, le discussioni di classe forniscono una valida opportunità per riflettere, per dare senso alle proprie idee e per metterle a confronto con quelle di altri.

In conclusione, Carpenter, Franke et al. (2003) avanzano tre ipotesi alla base delle possibili visioni errate sull'uguale. La prima è già stata spiegata precedentemente: gli apprendenti sono abituati a vedere solo esempi di espressioni della forma $a + b = c$, quindi, a partire da tali esempi, traggono la conclusione che un'espressione debba necessariamente rispettare quella forma. In una seconda ipotesi si imputa lo sviluppo di tali interpretazioni all'uso della calcolatrice, che rafforza ulteriormente la visione dell'uguale secondo cui bisogna "eseguire il calcolo precedente", in quanto viene restituita una risposta una volta premuto il tasto uguale. Infine, secondo un'ultima ipotesi, i *learner* sembrano inclini a pensare all'uguale in termini di procedura piuttosto che di relazione.

Un'inadeguata comprensione del significato dell'uguale determina un vero e proprio ostacolo all'apprendimento dell'Algebra. Virtualmente, tutte le trasformazioni delle equazioni richiedono una visione dell'uguale come indicatore di relazione, pertanto, non comprendendo questo aspetto, gli apprendenti imparano tali manipolazioni a memoria. Una corretta concezione del simbolo uguale permette di sfruttare le potenzialità dell'Algebra per rappresentare problemi e di eseguire operazioni complesse oppure espressioni matematiche.

3.3.2 Individuare relazioni fra numeri ed operazioni per semplificare o evitare calcoli

Per introdurre il secondo aspetto, basta riprendere lo scenario 3 dello studio condotto da Falkner et al. (1999), in cui due studenti, sebbene con modalità differenti, hanno dimostrato di saper risolvere correttamente l'uguaglianza proposta, vale a dire, $8 + 4 = \square + 5$. Uno dei due ha inizialmente eseguito l'operazione di sinistra, cioè, $8 + 4$, quindi ha trovato quel numero che sommato a 5 dia come risultato 12. Nonostante l'uso corretto del simbolo dell'uguale, questo studente ha ritenuto di dover comunque eseguire le operazioni prima di mettere in relazione i risultati. Al contrario, il secondo allievo ha osservato l'uguaglianza nella sua interezza, accorgendosi che esiste una relazione fra i numeri presenti in entrambi i lati dell'uguale. In altre parole, ha individuato la relazione fra 5 e 4, ovvero, che il primo numero è di un'unità più grande del secondo, quindi ha dedotto che il numero da inserire nel riquadro dovesse avere un'unità in meno di 8. In definitiva, quest'ultimo studente è stato in grado di applicare la proprietà associativa dell'addizione per manipolare l'uguaglianza:

$$8 + 4 = (7 + 1) + 4 = 7 + (1 + 4)$$

(Carpenter, Levi et al. 2005, p. 2)

Queste trasformazioni spesso hanno il potere di agevolare i calcoli. Ad esempio, l'espressione $87 + 56 - 56 = \square$ si può risolvere facilmente sapendo di poter eseguire direttamente $56 - 56$ piuttosto che iniziare a calcolare da sinistra a destra, cioè, prima $87 + 56$ e poi sottrarre 56 al risultato. Carpenter e colleghi (2005), pur riconoscendo la validità di questi metodi di risoluzione, che talvolta vengono considerati come dei veri e propri "trucchi matematici", precisano che il pensiero relazionale non consiste nel memorizzarli, ma nel comprendere le proprietà fondamentali delle operazioni che sono alla base di tali approcci.

Anche in questo caso, gli autori ritengono che le uguaglianze vero/falso e quelle incomplete, unitamente al supporto dell'esperto, rappresentino la chiave di volta per aiutare gli apprendenti a pensare in modo relazionale. Nel già citato libro *Thinking Mathematically* (Carpenter, Franke et al. 2003), questi autori illustrano degli stralci di discussione con uno o più studenti in cui vengono somministrati delle uguaglianze che mettono in luce alcuni aspetti. Affinché gli apprendenti riescano ad individuare autonomamente le relazioni fra numeri, si potrebbe esordire con un'uguaglianza incompleta composta da numeri relativamente piccoli, ad esempio, $7 + 6 = \square + 5$. Inizialmente, per via dei numeri coinvolti, un apprendente potrebbe essere incline ad eseguire l'operazione di sinistra, quindi a scoprire quale numero sommato a 5 ha come risultato 12. A questo punto, l'insegnante/esperto potrebbe rispondere presentando un *task* con numeri più grandi, per esempio, $43 + 28 = \square + 42$. Se l'apprendente persiste nell'effettuare prima il calcolo a sinistra, allora, il docente/esperto dovrebbe domandargli se esiste un altro metodo di risoluzione, quindi proporre un nuovo *task*, più semplice rispetto al precedente, come $15 + 16 = 15 + \square$. Nel caso in cui il *learner* riconosca che nell'ultima uguaglianza sono presenti due numeri uguali, l'esperto potrebbe avanzare un altro *task* con numeri leggermente più grandi, quale, ad esempio, $28 + 32 = 27 + \square$, per verificare se anche in questa espressione vengono rilevate delle relazioni

che rendano il calcolo superfluo. Dato che in quest'ultimo esempio i numeri sono tutti diversi, lo studente/apprendente potrebbe concentrarsi prima sul calcolo di sinistra, ma il docente/esperto potrebbe domandargli se il metodo applicato per risolvere l'espressione precedente possa essere adottato per completare anche quest'ultima.

Nel libro vengono esposti anche scenari in cui si propongono uguaglianze vero/falso. Il modus operandi dell'insegnante/esperto dovrebbe essere sempre lo stesso: si consiglia di partire da espressioni della forma $a + b = c$ composte da numeri relativamente piccoli, per introdurre la classe alla tipologia di *task*, quindi presentare di volta in volta *task* con numeri sempre più grandi. Una volta afferrato il modo di ragionare degli apprendenti su questa categoria di espressioni, si potrebbero prevedere uguaglianze della forma $a + b = c + d$ e i suoi casi particolari, cioè, quelli in cui uno dei due termini a sinistra è uguale a uno dei due a destra, e altre del tipo $a + b - c = d$, quindi i casi particolari, ovvero, in cui $b = c$ oppure $b \neq c$. Come per quelle incomplete, è essenziale proporre uguaglianze vero/falso che si adeguino al livello attuale di performance e comprensione degli apprendenti, che può essere dedotto dalle risposte date a *task* precedenti. A tal proposito, gli autori sottolineano che le sequenze di *task* suggerite sia in Interpretare il simbolo "=" sia in questa sezione non siano da avanzare indiscriminatamente ad ogni grado scolastico o classe, ma debbano essere necessariamente calibrate a seconda delle abilità e conoscenze degli apprendenti.

Secondo Carpenter, Franke et al. (2003), un altro modo per incoraggiare i learners ad osservare le relazioni fra numeri è quello di spingerli a scrivere delle uguaglianze vero/falso che coinvolgano numeri relativamente piccoli e che prevedano l'uso delle proprietà fondamentali per evitare o semplificare i calcoli. Da queste produzioni scritte potrebbero emergere delle discussioni interessanti su tali proprietà.

Oltre ad esortare a spiegare in modo chiaro il proprio punto di vista e a supportare nell'individuazione delle relazioni fra numeri, le uguaglianze vero/falso potrebbero rivelarsi utili anche per apprendere le tabelline. Ad esempio, comprendere la relazione fra addizione e moltiplicazione permette di stabilire un collegamento fra l'apprendimento della procedura della moltiplicazione e la conoscenza dell'addizione. Ad esempio, l'espressione $3 \times 7 = 7 + 7 + 7$ esplicita la relazione fra moltiplicazione e addizione. Infatti, la moltiplicazione si definisce come "un'addizione ripetuta", in cui uno dei due termini rappresenta il numero da ripetere, mentre il secondo indica *quante volte* è necessario ripetere il primo. Qualora un apprendente non ricordasse il risultato della moltiplicazione 4×6 , per scoprirlo gli basterebbe semplicemente ricorrere alla relazione fra moltiplicazione ed addizione, cioè, riscrivendo la moltiplicazione come un'addizione ripetuta, quindi sommando i termini a destra dell'uguale:

$$4 \times 6 = 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4$$

$$4 \times 6 = 6 + 6 + 6 + 6$$

$$4 \times 6 = 12 + 12$$

Di seguito si riportano ulteriori esempi di uguaglianze, la maggior parte delle quali sono vere, che

evidenziano alcune relazioni fra operazioni aritmetiche:

$$3 \times 8 = 2 \times 8 + 8$$

$$6 \times 7 = 5 \times 7 + 7$$

$$8 \times 6 = 8 \times 5 + 6$$

$$7 \times 6 = 7 \times 5 + 7$$

$$9 \times 7 = 10 \times 7 - 7$$

(Carpenter, Franke et al. 2003, p. 39))

Il prodotto 4×6 può essere, a sua volta, riscritto come

$$4 \times 6 = 4 \times 4 + 4 \times 2$$

$$4 \times 6 = 2 \times 6 + 2 \times 6$$

e anche in altri modi. In effetti, un altro metodo per conoscere il prodotto fra due numeri consiste nel ricorrere a prodotti che si ricordano più facilmente, oltre che a sfruttare alcune relazioni fra operazioni. Questo procedimento permette anche di ridurre notevolmente il numero di tabelline da imparare a memoria, in quanto molte di esse possono essere ottenute a partire da quelle più basilari. Nel caso di 9×7 , una possibile soluzione potrebbe essere quella di considerare il prodotto 10×7 , il cui risultato sembra più facile da ricordare, quindi sottrarre ad esso 7.

Partendo da *task* legati alla relazione fra moltiplicazione e addizione e riscrivendoli come somme di prodotti già noti, è possibile aprire una discussione il cui fine potrebbe essere l'uso della proprietà distributiva per risolvere operazioni come 4×6 .

Inoltre, si potrebbero predisporre espressioni di questo tipo per porre l'accento su una questione già sollevata nella sezione Interpretare il simbolo "=", ovvero, aiutare gli apprendenti a riconoscere che le espressioni ad ambo i lati dell'uguale rappresentano lo stesso numero senza dover eseguire calcoli. Come il lettore avrà compreso, la concezione dell'uguale è propedeutica all'aspetto esaminato in questa sezione: per poter rilevare relazioni fra numeri ed operazioni, è importante avere un'adeguata visione di questo simbolo.

3.3.3 Rendere esplicite relazioni generali basate su proprietà fondamentali delle operazioni

Una volta appreso il significato del simbolo uguale e a pensare in modo relazionale, il passo successivo è quello di imparare a generalizzare alcune relazioni basate su proprietà fondamentali delle operazioni aritmetiche. Secondo Carpenter, Franke et al. (2003), molti alunni di scuola primaria spesso dimostrano una conoscenza implicita delle proprietà aritmetiche, ad esempio, la maggior parte di essi sa che quando si somma 0 ad un altro numero (diverso da 0), il risultato è pari a quest'ultimo.

Purtroppo solitamente non si predispongono sufficienti opportunità che li esortino ad argomentare e ad esaminare queste idee. Qualora venisse loro richiesto di esprimere in modo chiaro questi “principi”, si nota una certa esitazione, poiché non sono sicuri che tali idee siano vere per tutti i numeri. Per esempio, se un’espressione coinvolge la somma di numeri relativamente piccoli, allora buona parte dei learners è certa del fatto che cambiando il loro ordine il risultato rimanga lo stesso, ma non dimostrano la medesima sicurezza quando si sommano numeri molto grandi. Tutto ciò potrebbe avere ripercussioni negative sulla manipolazione di espressioni algebriche, per cui è necessario applicare quelle idee a uguaglianze contenenti numeri e variabili. Nel libro *Thinking Mathematically* (Carpenter, Franke et al. 2003) vengono usati i termini “idea” o “principio” per indicare questa conoscenza implicita dei learners. Nel momento in cui tali idee o principi vengono generalizzati e motivati accuratamente in linguaggio naturale diventano delle “congetture” (*conjectures* in inglese). Pertanto, nel corso della sezione si utilizzerà la parola congettura per riferirsi alle regole espresse dagli apprendenti sulle proprietà fondamentali dei numeri e delle operazioni.

Carpenter, Franke et al. (2003) ritengono sia essenziale apprendere ad argomentare, raffinare e correggere le proprie idee e comprendere la necessità di usare un linguaggio preciso nel formularle. Come per i due aspetti precedenti, anche in questo caso si potrebbe intavolare una discussione di classe partendo da uguaglianze vero/falso oppure da quelle incomplete. In particolare, si potrebbe cominciare con espressioni vero/falso che rimandino alle proprietà dello zero nell’addizione, in quanto probabilmente le più semplici da argomentare, come, ad esempio, $58 + 0 = 58$. In questa fase iniziale, è importante che l’insegnante/esperto non solleciti subito gli apprendenti affinché esplicitino una generalizzazione sulla proprietà dello zero, ma proponga anche dei controesempi, ossia uguaglianze false, come, $78 + 49 = 78$, che possano aiutarli a rafforzare oppure a riesaminare i loro principi. Una volta ascoltate le osservazioni della classe, l’esperto potrebbe domandare se le loro idee risultino sempre vere per tutti i numeri, quindi si potrebbe presentare un’ulteriore *task* con numeri molto grandi, come $789564 + 0 = 789564$. Tutti questi esempi dovrebbero portare alla formulazione di una generalizzazione in linguaggio naturale, che rappresenta una valida occasione per avviare un’altra discussione su come esplicitare correttamente tale regola, evidenziando i limiti di una determinata formulazione rispetto ad un’altra e correggendola in modo da non lasciar spazio ad ambiguità. Fornire dei controesempi può essere considerata una strategia interessante da parte dell’insegnante/esperto per supportare la classe nella correzione delle loro formulazioni di congetture. Inizialmente, è importante che l’insegnante/esperto che mostri questo approccio alla classe, proponendo, appunto, delle uguaglianze false, in modo che gli apprendenti interiorizzino tale strategia. Dopo aver espresso una prima congettura sulle proprietà dello zero, gli apprendenti potrebbero essere capaci di esplicitarne agevolmente delle altre sempre legate allo stesso argomento. Un esempio di congettura che esplicita la proprietà dello zero per cui $a + 0 = a$ potrebbe essere il seguente:

*Quando si aggiunge zero ad un numero, si ottiene il numero di partenza.*⁴

(Carpenter, Franke et al. 2003, p. 54)

⁴“When you add zero to a number, you get the number you started with.”

Per fissare ulteriormente le idee, l'insegnante/esperto potrebbe appendere in aula un cartellone su cui riportare ogni congettura formulata, unitamente ad esempi di uguaglianze vero/falso oppure incomplete ad essa correlati.

In definitiva, provare a formulare delle congetture non dovrebbe essere un'attività da proporre in un'unica lezione di Matematica, ma dovrebbe essere una pratica abituale, in cui, di volta in volta, gli apprendenti raffzano o modificano le loro formulazioni e ne esprimono di nuove.

3.4 Sviluppare il pensiero relazionale

Finora sono state descritte le tre principali applicazioni del pensiero relazionale: concepire il simbolo uguale come indicatore di relazione, individuare relazioni fra numeri ed operazioni per semplificare o evitare i calcoli e rendere esplicite relazioni generali su proprietà fondamentali dell'Aritmetica.

Tutti gli articoli che affrontano il tema del pensiero relazionale hanno una caratteristica in comune: per illustrare questa competenza matematica, gli autori non possono prescindere dal presentare degli stralci di discussione da cui emerge l'importanza del ruolo dell'esperto e dei *task*. Infatti, nel motivare la presentazione di alcuni estratti di discussione, Carpenter, Levi et al. (2005) si esprimono nel modo seguente:

per illustrare il tipo di ragionamento in cui sono coinvolti i bambini di queste classi e i tipi di domande, scaffolding e sequenziamento di problemi che supportano lo sviluppo del pensiero relazionale.

(Carpenter, Levi et al. 2005, p. 3, trad. autrice)⁵

La ricerca di Carpenter e colleghi si colloca quindi in un'ottica socio-costruttivista, secondo cui, per poter stimolare lo sviluppo di una determinata competenza, è sempre necessario avvalersi di mezzi e assumere dei comportamenti specifici all'interno di un contesto sociale. Nella citazione di cui prima si fa riferimento non solo ai *task*, che, appunto, incorporano il tipo di pensiero da stimolare, ma si descrivono anche le azioni dell'insegnante/esperto. Più precisamente, a giudicare da quanto si ritengono cruciali i *task* e la presenza dell'insegnante/esperto, schede cartacee composte da uno o più *task* possono costituire degli *scaffolds*, mentre i comportamenti, le azioni dell'esperto si possono concepire come dei veri e propri *scaffolding means*. Eppure nella frase di Carpenter, Levi et al. (2005) non risulta ben chiaro come venga utilizzato il termine *scaffolding* in questo contesto, cioè, se riferito all'intero processo che avviene durante un'interazione oppure se ad una particolare strategia. Inoltre, stando alle definizioni date nel paragrafo Caratteristiche dello *scaffolding* del capitolo precedente, porre domande e rispondere in maniera contingente, anche con una sequenza di *task* ordinata in base ad un determinato criterio (difficoltà, argomento, tipo di risposta ottenuta, eccetera), rappresentano già dei *means*, il che metterebbe in forte dubbio la prima ipotesi. Al fine di esplicitare le azioni compiute dall'insegnante/esperto, quindi sia i *means* di quest'ultimo che quelli di risposta degli apprendenti, si mostrano degli stralci di discussione tratti sia dal libro *Thinking Mathematically* (Carpenter, Franke

⁵Citazione originale: "[...] to illustrate the kind of thinking that children in these classes were engaged in and the kinds of questioning, scaffolding, and sequencing of problems that support the development of relational thinking."

et al. 2003). Nei primi due si presenta l'interazione uno-a-uno tra un insegnante di scuola primaria e una sua alunna, Emma. L'obiettivo iniziale dell'insegnante è di aiutare la bambina ad individuare relazioni fra numeri, quindi, come spiegato in Individuare relazioni fra numeri ed operazioni per semplificare o evitare calcoli, le viene chiesto dapprima di risolvere delle uguaglianze incomplete con numeri relativamente piccoli, come $7 + 6 = \square + 5$, poi altre uguaglianze, sempre della stessa tipologia, con numeri leggermente più grandi, come, ad esempio, $43 + 28 = \square + 42$. Tuttavia, pur avendo una concezione valida del simbolo uguale, Emma sembra non conoscere altri procedimenti oltre al computo. Il docente ritiene quindi di dover cambiare nuovamente tipologia di *task*, dato che aumentare gradualmente i numeri coinvolti non sembra dissuadere la bambina dall'effettuare calcoli. In virtù di ciò, le propone il seguente *task*: $15 + 16 = 15 + \square$, in cui, cioè, sono presenti due numeri identici. L'alunna risponde rapidamente senza aver eseguito alcun calcolo e spiega che, poiché sono presenti due numeri uguali sia a sinistra che a destra dell'uguale, il numero mancante deve essere uguale al secondo addendo di sinistra, vale a dire 16. A questo punto, l'insegnante vuole verificare se la bambina sarà in grado di applicare lo stesso ragionamento ad un altro tipo di uguaglianza con numeri leggermente più grandi, cioè, $28 + 32 = 27 + \square$. Vedendo che quest'ultima sta sommando i numeri a sinistra dell'uguale, l'insegnante la interrompe per domandarle:

- 1 **Insegnante:** A cosa stai pensando?
- 2 **Emma:** Stavo solo, ehm, sommando questi due [indicando 28+32].
- 3 **Insegnante:** Ho una domanda. Ti ricordi come hai fatto questa? [indicando
- 4 $15 + 16 = 15 + \square$]
- 5 **Emma:** Perché se questi due [indicando i due 15] sono lo stesso numero, dato che ci
- 6 sono due numeri qui [si intendono i due numeri a sinistra dell'uguale, cioè,
- 7 15 e 16] e poi è lo stesso numero di prima [riferendosi al 15 a destra
- 8 dell'uguale], [il numero mancante] deve essere uguale a quello [al 16 a
- 9 sinistra]?
- 10 **Insegnante:** Potresti fare qualcosa di simile anche qui?
- 11 **Emma:** Ehm, no.

Subito dopo questo breve dialogo, la bambina si serve dei cosiddetti "regoli" per eseguire prima la somma $28 + 32$ e poi per individuare quel numero che sommato a 27 sia uguale al risultato di tale somma. Ad un tratto, proprio mentre cerca di comporre il numero 27 con i blocchi, Emma si ferma e li osserva. Accortosi dell'esitazione dell'alunna, l'insegnante le domanda a cosa stia pensando ed Emma risponde:

- 12 **Emma:** Credo che sia 30 e qualcosa.
- 13 **Insegnante:** Perché 30 e qualcosa?
- 14 **Emma:** Credo forse sia 33.
- 15 **Insegnante:** Perché lo pensi? Hai fatto in fretta.
- 16 **Emma:** Perché, ho detto 33 perché 27 è uno in meno di 28 e poi 33 è uno in più di 32.
- 17 **Insegnante:** Molto interessante. Molto bene! Ho davvero apprezzato il modo in cui l'hai
- 18 risolto. Proviamone un'altra: $67 + 83 = \square + 82$. Cosa ne pensi?

- 19 **Emma:** Penso che sia 60 e qualcosa.
- 20 **Insegnante:** Ok, perché lo pensi?
- 21 **Emma:** Perché è un po' come quello. [indica $28 + 32 = 27 + \square$]
- 22 **Insegnante:** Oh, me lo puoi spiegare?
- 23 **Emma:** Perché questo qui [indica 82] è meno di quello [indica 83], quindi deve essere
24 o meno o più di quello.
- 25 **Insegnante:** Ok, quale pensi che sia?
- 26 **Emma:** Ehm, 68.
- 27 **Insegnante:** Ok, perché hai scelto 68?
- 28 **Emma:** Perché, ho scelto 68 perché questo [82] è meno di questo [83] e poi penso che
29 dovrebbe essere uno in più di questo [67]. Quindi dovrebbe essere 68.
- 30 **Insegnante:** Hai fatto un ottimo lavoro! Cosa hai scoperto quando stavi risolvendo
31 questa? [riferita all'ultimo task]
- 32 **Emma:** Ho scoperto solo grazie a queste ultime due che tutte queste [compie un
33 gesto per indicare tutte le uguaglianze risolte] sono un po' le stesse, perché
34 questo [indica il numero 6 della prima uguaglianza proposta, ovvero,
35 $7 + 6 = \square + 5$] è più di questo [indica il 5] e questo [indica il 7] è minore di
36 questo [indica la risposta 8 scritta nel riquadro].

Nel momento in cui Emma cerca di risolvere l'uguaglianza $15 + 16 = 15 + \square$ si registra una svolta nel suo modo di ragionare, in quanto realizza che eseguire i calcoli è superfluo, dato che i numeri presenti sono uguali. Tuttavia, in seguito alla domanda posta alla riga 10 del primo stralcio, la bambina non sembra ancora in grado applicare il medesimo ragionamento per risolvere il *task* successivo, pertanto, ricomincia ad effettuare i calcoli. Durante la risoluzione del *task* $28 + 32 = 27 + \square$, Emma si ferma, osserva i blocchi di numeri e scopre di poter trovare il numero mancante senza ricorrere ai calcoli. A giudicare dalla battuta 32, pare che l'insegnante abbia raggiunto la sua *intention* iniziale. Effettivamente, Emma usa in modo diretto il procedimento esposto in 16 per completare il *task* $67 + 83 = \square + 82$, quindi giunge alla conclusione che anche le uguaglianze precedentemente proposte potevano essere risolte allo stesso modo. Sia nell'antefatto sia nei due stralci riportati si osserva come vengano scelti e proposti i *task* quindi l'importanza del ruolo del docente.

Di seguito, proveremo ad analizzare l'intero episodio sottolineando sia le motivazioni legate alla scelta dei *task* sia le strategie adottate dall'insegnante durante nel corso dell'interazione secondo la lente teorica fornita dal modello di van de van de Pol et al. (2010).

Per iniziare la discussione il docente propone uguaglianze incomplete con numeri molto piccoli, quindi, al fine di inquadrare il pensiero della bambina, le richiede di esporre il suo procedimento (*instructing*). Tale richiesta consente all'esperto di poter valutare in modalità online (rimando al paragrafo *Whole-class scaffolding* del capitolo precedente) il livello di comprensione ed abilità dell'allieva. Quest'ultima ribatte con un altro *means*, ossia, un *explaining*, per cui espone il suo metodo di risoluzione. Avendo notato che l'apprendente è particolarmente incline ad effettuare i calcoli, il docente prende un'altra decisione: per indurla a cercare relazioni fra i numeri, le assegna dei *task* con numeri

più grandi (*hint*), con la richiesta di motivare la sua risposta (*instructing*). La scelta di proporre un nuovo *task* è contingente alla situazione, cioè, è basata sulla prima risposta dell'alunna: fintanto che i numeri nelle uguaglianze sono piccoli e sarà in grado di effettuare la somma agevolmente, Emma non sarà motivata ad individuare relazioni fra numeri. Sicché presentare uguaglianze con numeri più grandi potrebbe rivelarsi una strategia utile per scoraggiare Emma a compiere calcoli e a concentrarsi maggiormente sulle relazioni fra numeri. Ancora una volta, però, nonostante i numeri più grandi, la bambina dimostra di saper ricorrere unicamente al computo, spiegando anche in questo caso il suo metodo di risoluzione (*explaining*). Poi, l'insegnante reagisce prima con un *questioning*, domandando alla bambina se conosce metodi più semplici per risolvere il compito, poi con un *hint*, chiedendole se è in grado di individuare qualcosa di particolare tra i numeri. Emma risponde di no, che può essere valutato come un *feeding back*.

Per sbloccare la situazione, nel corso della discussione l'insegnante opera una diagnosi online che lo porta a modificare nuovamente la tipologia di *task*, perciò viene proposto $15 + 16 = 15 + \square$, in cui due dei tre numeri noti sono uguali, rendendo le loro relazioni molto evidenti (quindi, di nuovo, un *hint*). Dopodiché, come sempre ad ogni nuovo *task*, le chiede di illustrare il suo pensiero (*instructing*). La risposta di Emma è rapida, corretta e mette in luce un ragionamento di tipo relazionale (*explaining*). A questo punto, per verificare se sia capace di applicare tale procedimento anche ad altre uguaglianze, il docente le assegna una con numeri leggermente più grandi (di nuovo, una combinazione di *hint* ed *instructing*). All'inizio del primo estratto, constatando che la bambina sta ricominciando ad effettuare i calcoli, la interrompe per domandarle (*questioning*) il suo modo di ragionare. La risposta della discente nella battuta 2 è chiaramente un altro esempio di *explaining*, a cui fa seguito la domanda in 3, che potrebbe essere interpretata come un *hint*. Infatti, l'insegnante le suggerisce di ripensare al tipo di ragionamento adottato per risolvere $15 + 16 = 15 + \square$ e successivamente in 10 le domanda (*questioning*) se sia possibile applicarlo anche per determinare il numero mancante in $28 + 32 = 27 + \square$. Per tutta risposta, Emma prima ci pensa e poi ribatte con un *feeding back*.

Quando sta per ultimare il calcolo con i regoli, all'inizio del secondo stralcio, l'allieva risponde con un *feeding back* (12), non già fornendo la soluzione precisa, ma una stima del numero mancante. Il docente ribatte con un *questioning* per conoscere la sua motivazione (si veda 13), quindi la bambina dà un altro *feeding back* (14) esplicitando stavolta la soluzione corretta. Alla domanda dell'insegnante in 15, Emma reagisce dimostrando di aver effettivamente adottato il metodo suggerito (*explaining*, in 16). Come si nota in 17, l'esperto reagisce alla sua spiegazione con un *feeding back*, in cui si congratula con l'alunna per il metodo di risoluzione, quindi poi le chiede di affrontare un nuovo *task*, con l'intento di capire se utilizzerà lo stesso metodo per venire a capo di $67 + 83 = \square + 82$ (*instructing*). Emma risponde nuovamente con una stima del numero mancante (*feeding back* in 19) e, alla successiva domanda dell'insegnante (*questioning*, si veda 20), osserva che sia il nuovo compito sia $28 + 32 = 27 + \square$ sono in realtà simili (*explaining*, in 21). Il docente replica chiedendole in che modo i due *task* siano simili (*questioning*, in 22) e la bambina illustra le relazioni che intercorrono fra i numeri coinvolti (*explaining*, in 23). Infine, l'esperto le domanda quale sia il numero mancante (*questioning*, in 25), Emma risponde (*feeding back*, in 26) e descrive il suo ragionamento, cioè, il medesimo utilizzato per

risolvere il *task* precedente (28). Per concludere, l'insegnante si complimenta con l'alunna (*feeding back*, in 30) e le pone un'ultima domanda per comprendere ulteriormente quale passaggio le abbia permesso di osservare le relazioni fra i numeri. Emma risponde che, grazie agli ultimi due *task*, ovvero, $28 + 32 = 27 + \square$ e $67 + 83 = \square + 82$, è riuscita a capire che, in realtà, tutte le uguaglianze presentate "are a sort of like the same", ovvero, sono all'incirca simili, in quanto è possibile applicare lo stesso tipo di ragionamento.

In questi due estratti si può riscontrare un processo di *scaffolding*, in cui, da principio, viene dato un certo grado di supporto, sia tramite i *task* sia tramite i *means* dell'insegnante, che poi viene gradualmente ridotto, una volta che l'apprendente dimostra di aver compreso quindi di poter completare in maniera autonoma il compito assegnatogli. Durante questo processo di *scaffolding*, l'insegnante mette in atto il *fading*, ovvero, la riduzione del grado di supporto: infatti, i *task* vengono presentati secondo un livello crescente di difficoltà. Inizialmente si propongono uguaglianze con numeri molto piccoli, facili da calcolare, per poi passare ad altre con numeri man mano più grandi, per scoraggiare il calcolo e focalizzare l'attenzione sulle relazioni fra numeri.

Di seguito, presentiamo altri due stralci di discussione in cui si prova a rendere esplicite relazioni generali fra numeri ed operazioni. In questo caso, si descrive una discussione di classe, cioè, un'interazione uno-a-molti (si veda *Whole-class scaffolding* per definizione e quadro teorico), in cui un insegnante di una classe seconda di scuola primaria cerca di aiutare i suoi alunni ad argomentare, raffinare e modificare le loro congetture.

Come dichiarato nel paragrafo *Rendere esplicite relazioni generali basate su proprietà fondamentali delle operazioni*, Carpenter, Franke et al. (2003) consigliano di sfruttare le uguaglianze vero/falso per avviare una discussione che punti all'argomentazione, al raffinamento e all'eventuale modifica delle ipotesi su principi generali dell'Aritmetica. In particolare, si esorta a partire da espressioni che coinvolgono lo zero, da cui risulta più facile estrarre delle congetture.

- 1 **Insegnante:** Che ne pensate di questa uguaglianza? [scrive alla lavagna $58 + 0 = 58$]
 2 **Bambini:** Vera, vera.

Piuttosto che sollecitare la classe ad esprimere una prima generalizzazione, il docente propone un'altra uguaglianza matematicamente equivalente, cioè, con il medesimo principio, ma che, diversamente dalla prima, è falsa.

- 3 **Insegnante:** Che ne pensate di questa? [scrive alla lavagna $78 + 49 = 78$]
 4 **Bambini:** Falsa! No, no, falsa! Nessun dubbio!
 5 **Insegnante:** Perché è falsa?
 6 **Jenny:** Perché [il risultato] è lo stesso numero dell'inizio e tu hai già aggiunto di più,
 7 quindi dovrebbe essere più grande del numero da cui sei partito.
 8 **Mike:** A meno che non sia 78 più 0 uguale 78 . Quello sarebbe giusto.
 9 **Insegnante:** Perché è vero? Abbiamo aggiunto qualcosa.
 10 **Steve:** Ma quel qualcosa è come niente. Zero è niente.
 11 **Insegnante:** Funzionerà sempre così?

- 12 **Lynn:** Se vuoi cominciare con un numero e finire con un numero e fare
 13 un'uguaglianza, dovresti sempre mettere uno zero. Dato che hai scritto 78 più
 14 49 uguale 78, devi cambiare il 49 con 0 uguale 78, perché se vuoi la stessa
 15 risposta sia nel primo numero che nell'ultimo, devi mettere uno zero in
 16 mezzo.
- 17 **Insegnante:** Quindi pensate che funzionerà sempre con zero? Che ne pensate di questa?
 18 [scrive alla lavagna $789564 + 0 = 789564$]
- 19 **Bambini:** Questa è vera.
- 20 **Insegnante:** Come fate a sapere che è vera? L'avete già fatta? Ann?
- 21 **Ann:** Ti dirò. Tutti quei numeri più zero, non aggiungeresti nulla, quindi sarebbe lo
 22 stesso numero.
- 23 **Insegnante:** Quindi sembra che abbiamo una regola qui, vero? Qual è?
- 24 **Ann:** Qualsiasi cosa con uno zero può essere la risposta giusta.
- 25 **Mike:** No. Perché se era 100 più 100, allora era 200.
- 26 **Jenny:** Non stiamo parlando di quello. Non ha solo lo zero e basta.
- 27 **Ann:** Ho detto, ehm, se c'è uno zero in esso [nel numero], non può essere come
 28 100, perché vuoi solo lo zero e basta, come 0 più 7 uguale 7.

Carpenter, Franke et al. (2003) suggeriscono che, per avviare una discussione produttiva, sia necessario chiedere agli alunni di esplicitare chiaramente il loro punto di vista ogniqualvolta si introduca una nuova uguaglianza. Ed è esattamente ciò che avviene in ciascuno degli stralci riportati: in questo caso, l'insegnante scrive alla lavagna un'espressione vero/falso e chiedono alla classe cosa pensano a riguardo (una combinazione di *hint*, in quanto viene fornito uno spunto e di *questioning*, si vedano la battuta 1 del primo stralcio e quella 3 del secondo). In particolare, all'inizio di quest'ultimo estratto, il docente, prima di spingere la classe a formulare una prima congettura, sfida i suoi alunni con un *task* che presenta lo stesso principio di quello precedente, cioè, della forma $a + b = a$, con l'unica differenza che, in quest'ultimo, il valore di b è pari a 0. I bambini forniscono dei *feeding back* (4), quindi il docente replica domandando il motivo di tale affermazione (*questioning*, 5). Jenny dà una prima spiegazione molto simile ad una regola (*explaining*, 6). Per dimostrare la sua posizione, Mike interviene correggendo l'uguaglianza proposta (*explaining*, 8). Per far sì che gli alunni riflettano sulla proprietà dello zero nell'addizione, il docente muove i passi a partire dalla risposta di Mike per chiedere alla classe perché $78 + 0 = 78$ sia vera, nonostante sia stato aggiunto qualcosa. Anche in questo frangente, in 9 l'esperto adotta una combinazione di strategie: *questioning* e *hint*, dato che, oltre alla classica domanda, viene offerto uno spunto, un'idea. Steve risponde esponendo il suo punto di vista (*explaining*, 10). Dal momento che l'obiettivo principale, quindi l'*intention*, è di supportare gli apprendenti nella formulazione di congetture che siano precise e non ambigue, l'insegnante li esorta a domandarsi se quanto da loro affermato sia sempre vero. Sia l'uso di controesempi, come $78 + 49 = 78$ (si veda 3), sia porsi questo genere di domanda (si veda 11), sembrano modi di implementare il *modeling* (Caratteristiche dello *scaffolding*), per cui si esibiscono dei procedimenti o comportamenti affinché siano replicati in futuro. Nella battuta 12 del secondo stralcio, Lynn sembra enunciare una prima regola, che però non è ancora

astratta dai numeri. Affinché gli studenti corroborino la loro tesi sul ruolo dello zero nell'addizione, l'insegnante propone un'ulteriore *task*, sempre della forma $a + 0 = a$, in cui a è molto grande (di nuovo, una combinazione di *hint* e *questioning*, 17). Non lasciandosi intimorire dal numero di cifre, i bambini replicano con un *feeding back* (19), quindi, l'insegnante chiede una motivazione (*questioning*, 20) e se in passato avessero mai affrontato un simile *task*, probabilmente spinto dalla rapidità della risposta della classe. Inoltre, sempre in 20, l'esperto *seleziona* lo studente da far intervenire, in questo caso l'alunna Ann. Quest'ultima conferma la prospettiva di Mike in 8: nonostante sia composto da tutte quelle cifre, la presenza dello zero non cambia il numero di partenza (*explaining*, 21). A questo punto, l'insegnante ritiene sia opportuno formulare una prima congettura, quindi nella battuta 23 mette in campo un *instructing*. Sia negli episodi descritti in precedenza sia in quest'ultimo si verifica un "botta e risposta" fra insegnante e studente/i, perciò si può parlare ancora di un *expert scaffolding*. Tuttavia, in quest'ultima parte dell'estratto si assiste ad un dialogo fra alunni, quindi ad un *reciprocal scaffolding*. In particolare, nelle battute 25 e 26, Mike e Jenny cercano di correggere la formulazione data da Ann in 24. Infatti, la spiegazione della bambina risulta poco accurata ed ambigua, in quanto si riferisce a qualsiasi numero *con* lo zero, come 10, 20, o 200, piuttosto che a qualsiasi numero *sommato a zero*. In 25, il bambino replica prima con un *feeding back*, poi con un controesempio (*modeling*) che mette in forte dubbio l'affermazione della compagna e la spinge a riesaminare la sua prospettiva. In aggiunta, nell'intervento 26, Jenny puntualizza che si sta considerando unicamente lo zero e non i numeri che *contengono* uno o più zeri (combinazione di *feeding back* più *explaining*). Effettivamente, come si può constatare dall'ultima battuta di Ann (27), le precisazioni dei compagni hanno portato quest'ultima a riconsiderare la sua formulazione. Anche in quest'ultimo scenario è stato presentato un processo di *scaffolding*, in cui l'insegnante assiste gli studenti passo dopo passo nell'enunciare una prima formulazione su una proprietà dello zero, proponendo una piccola sequenza di esempi, veri o falsi e ponendo delle domande specifiche in grado di aiutarli ad argomentare in modo preciso e non ambiguo. Come il lettore avrà compreso, per poter sviluppare una determinata competenza matematica, è essenziale avvalersi di mezzi, quali i *task*, classificati in base alla difficoltà nonché all'idea che si intende veicolare, e di compiere azioni specifiche, come, ad esempio, porre domande per avere un quadro ben chiaro del livello attuale di comprensione dell'apprendente e per spingerlo ad esprimere apertamente il proprio pensiero.

3.5 Sintesi

Come già spiegato nell'introduzione di questo capitolo, il quadro teorico contemplato in questa tesi è composto da tre dimensioni strettamente connesse fra loro, ovvero, *means* (azioni da mettere in atto per supportare uno o più soggetti meno capaci), *intention* (l'obiettivo con cui si intende implementare tali *means*) e disciplina. Questi tre elementi, associati alla definizione di *scaffolding*, sono interdipendenti, dal momento che, come è stato stabilito a chiare note nel paragrafo *Strategie di scaffolding* del capitolo precedente, ogni attività viene realizzata a partire da un preciso obiettivo relativo ad un certo contenuto o processo disciplinare. Ad esempio, si consideri il primo dei due estratti descritti

nel paragrafo precedente, quello in cui dialogano un insegnante e la sua alunna, Emma. Il primo ha pensato e proposto quei *task* con uno scopo iniziale ben definito, cioè, di far riflettere l'alunna sulle relazioni fra numeri. Inoltre, come si può osservare dagli stralci presentati, tali obiettivi possono cambiare anche nel corso dell'interazione: infatti, per verificare se Emma fosse in grado di applicare un procedimento più relazionale, il docente le ha assegnato un'uguaglianza con numeri più grandi, che richiede un'osservazione più accurata dell'intera espressione per poter rilevare le relazioni fra numeri.

Oltre ad essere educative, abbiamo visto che le *intention* di un docente/esperto dipendono fortemente dalla disciplina trattata, in questo caso la Matematica, e possono essere declinate in termini dei cinque fattori illustrati in *Strand* di *scaffolding*. Abbiamo ritenuto necessario collocare questo lavoro in un ambito matematico specifico, che consentisse anche di caratterizzare ulteriormente le *intention* di questa indagine. Poiché riguarda un argomento matematico trasversale e si presta bene ad essere indagato tramite le lenti teoriche dello *scaffolding*, la scelta è ricaduta sul pensiero relazionale, una competenza matematica, nonché una forma del pensiero algebrico, che si situa a cavallo fra l'Aritmetica e l'Algebra. Come sottolineano Carpenter, Franke et al. (2003) e Carpenter, Levi et al. (2005), il pensiero relazionale deve essere integrato nell'insegnamento/apprendimento dell'Aritmetica fin dai primi anni di scuola primaria, per stabilire delle solide basi che agevoleranno l'apprendimento dell'Algebra. Per di più, diversamente da quanto si potrebbe pensare, l'insegnamento del pensiero relazionale non dovrebbe comportare la totale esclusione delle procedure aritmetiche, ma una comprensione delle proprietà dei numeri e delle operazioni che sono il fondamento di tali procedure. Come già spiegato, l'esplorazione di questo ambito ci ha permesso di tracciare più nettamente le nostre intentions, quali, lo sviluppo di una corretta visione del simbolo uguale, con particolare attenzione alla relazione di identità, quindi il supporto nell'individuazione di relazioni fra numeri ed operazioni. Tali obiettivi hanno un forte impatto sui cinque fattori per lo sviluppo di una competenza matematica.

Analizzando sia gli articoli (Carpenter, Levi et al. 2005; Jacobs et al. 2007) sia il libro di Carpenter, Franke et al. (2003), è possibile il nesso tra queste tre dimensioni, giacché nei medesimi contenuti si illustrano delle strategie quali i comportamenti dell'insegnante/esperto e i *task* selezionati, grazie a cui si possono raggiungere determinate intentions, legate, ad esempio, allo sviluppo di una corretta visione dell'uguale oppure all'individuazione di relazioni fra numeri. In aggiunta, una lettura approfondita degli esempi di discussione presentati da Carpenter, Franke et al. (2003), Carpenter, Levi et al. (2005) e Jacobs et al. (2007) ha portato anche a riassumere nei seguenti quattro punti le pratiche per stimolare il pensiero relazionale:

1. selezionare adeguati *task* da somministrare e poi da discutere con gli apprendenti;
2. invitare determinati studenti ad intervenire durante la discussione (si veda, ad esempio, la riga 10 del secondo stralcio in *Sviluppare il pensiero relazionale*);
3. inventare o introdurre nuovi *task* per chiarire o condividere le idee matematiche che emergono durante la discussione (si veda, per esempio, la riga 17 dell'ultimo stralcio in *Sviluppare il pensiero relazionale*);

4. incoraggiare gli studenti ad inventare nuovi *task* per chiarire o condividere le idee matematiche che emergono durante la discussione.

Queste pratiche sono strettamente connesse fra loro e buona parte di esse possono essere contemplate in un particolare *scaffold*, sia esso sociale o materiale.

Dato che negli articoli e nel libro citati di Carpenter, Franke et al. (2003), Carpenter, Levi et al. (2005) e Jacobs et al. (2007) vengono sempre mostrati esempi di interazioni, uno-a-uno oppure uno-a-molti, è capitale sottolineare una caratteristica implicita del costrutto dello *scaffolding*, vale a dire, la bidirezionalità. In sostanza, la natura dialogica ed interattiva di questo concetto permette a ciascuna delle persone coinvolte di regolare, calibrare il supporto in base alle esigenze contingenti dell'interlocutore. In virtù di ciò, ai fini di questa ricerca, potrebbe rivelarsi interessante osservare *coppie di soggetti*, come docente/esperto e studente/apprendente o apprendente/apprendente, che interagiscono in modalità uno-a-uno, oppure coppie che affrontano attività presenti in un tipo di *material scaffold* (cartaceo o tecnologico), per risolvere *task* che portino allo sviluppo di aspetti legati al pensiero relazionale. Si è preferito escludere dall'indagine altri tipi di interazione, come ad esempio il *self scaffolding*, in quanto corrisponde al fine ultimo del processo, cioè, la *metacognizione* e l'interazione uno-a-uno fra un soggetto ed un supporto (cartaceo o tecnologico). In questo secondo caso, per poter investigare le dinamiche dello *scaffolding*, a meno che l'apprendente non pensi ad alta voce, il che raramente accade, è essenziale l'intervento di almeno un altro individuo, apprendente oppure esperto, che metta in atto delle strategie in grado di rivelare il pensiero del *learner* impegnato/a nella risoluzione di un compito. Tale intervento potrebbe quindi invalidare l'osservazione, visto che, di fatto, si interferirebbe con l'attività svolta dall'apprendente. Inoltre, in un contesto di classe risulterebbe piuttosto problematico per un insegnante avviare un processo di *scaffolding* uno-a-uno con ciascuno studente, a causa della moltitudine di Zone di Sviluppo Prossimale. Come suggerito nel paragrafo *Whole-class scaffolding* del capitolo precedente, si potrebbero strutturare, ad esempio, delle attività su carta e delle discussioni di classe, come proposto in entrambi i lavori di Carpenter e colleghi (Carpenter, Franke et al. 2003; Carpenter, Levi et al. 2005). Tuttavia, a giudicare da come vengono descritte, suddette attività richiedono solitamente la presenza di un altro soggetto affinché l'acquisizione di un nuovo sapere o di un'abilità avvenga rispettando le tre caratteristiche definite in Caratteristiche dello *scaffolding*. Dal momento che per un insegnante sarebbe praticamente impossibile garantire un supporto contingente e calibrato ad ogni studente della classe, una soluzione potrebbe essere quella di formare delle coppie o dei gruppi di apprendenti da coinvolgere in tali attività. Così facendo, non solo si assicura un supporto minimo all'intera classe, dato dalle strategie incluse nella consegna oppure direttamente nei *task*, ma i *learner* potrebbero fare affidamento anche sull'eventuale aiuto del compagno, o dei compagni, aiuto che, molto probabilmente, sarebbe contingente e dinamico. In altre parole, questa soluzione implementa il cosiddetto *distributed scaffolding*: da un lato, si predispone un *material scaffold* che incorpora alcune strategie, dall'altro, invece, è possibile sopperire ai limiti di quest'ultimo tramite l'interazione fra pari oppure con un esperto (*social scaffolding* di tipo uno-a-uno).

Una delle caratteristiche primarie di questo costrutto è la *contingency*, correlata alla bidirezionalità. In un tipico processo di *scaffolding*, un individuo attua dei *means* in vista di un determinato obiettivo, i

quali, di conseguenza, portano all'attivazione da parte di un interlocutore di altri *means* di risposta, generando così un *circolo virtuoso* di *means* che culmina con la risoluzione di un compito oppure con l'acquisizione di una competenza, conoscenza o abilità. Pertanto, oltre a prefiggersi un fine specifico quindi ad adottare particolari *means*, una persona coinvolta in una simile interazione dovrebbe anche prevedere *a priori* o analizzare *a posteriori* il tipo di risposta ottenuta per poter, a sua volta, scegliere il *means* successivo. Si consideri, per esempio, il primo stralcio della discussione fra l'insegnante ed Emma riportato nel paragrafo precedente. Ad un certo punto, l'insegnante assegna alla bambina un *task*, $15 + 16 = 15 + \square$, visto che quest'ultima era ancora propensa ad eseguire i calcoli, quindi attiva una strategia per risolvere una sua evidente difficoltà. Dopo aver risolto velocemente il compito, Emma risponde spiegando il suo procedimento, dunque ribatte con un *means*. In seguito a tale spiegazione, il docente mette alla prova l'alunna proponendole un nuovo *task*: se quest'ultima non fosse ancora riuscita ad applicare un approccio più relazionale, allora probabilmente l'esperto avrebbe optato per un'altra strategia, quale, ad esempio, inventare o introdurre un nuovo *task*. La scelta delle coppie di soggetti è quindi ulteriormente giustificata dalla necessità non solo di assicurare un supporto minimo a tutta la classe, ma anche di indagare dinamiche come la bidirezionalità e la contingency.

Infine, in un processo di insegnamento/apprendimento, avendo stabilito un obiettivo incentrato su un argomento, generalmente un docente/esperto predispose delle attività che *già* incorporano delle strategie. Ad esempio, ogniqualvolta entra in aula per proporre una lezione frontale, un insegnante ha già selezionato *offline*, oppure introduce sul momento, una sequenza di esempi per rinforzare un concetto oppure per discutere su nuove tematiche.

A partire da queste premesse, possiamo iniziare ad inquadrare un primo problema, che consiste nel chiedersi quali *means* attivino coppie di soggetti coinvolti in attività che prevedano l'uso di due diversi *material scaffold*, con l'*intention* di sviluppare il pensiero relazionale.

Si tratta di una domanda che mette in evidenza alcuni degli elementi già esplicitati, come i *means*, le intentions, il pensiero relazionale e la scelta delle coppie di soggetti. Tuttavia, è ancora una domanda aperta, generica nella sua forma, in quanto non è stato ancora descritto il tipo di attività proposta, gli *scaffold* considerati e i *means* che questi ultimi includono.

Prima di concludere, è importante non distogliere l'attenzione dall'obiettivo di ricerca, volto a individuare le potenzialità di un videogioco educativo. Come già spiegato in Introduzione, per poter effettuare questo tipo di indagine, potrebbe essere necessario considerare un altro materiale che sia libero da qualsiasi dinamica dovuta all'introduzione di un videogioco educativo in ambito scolastico. Probabilmente, il problema esposto poc'anzi potrebbe far deragliare dall'obiettivo delineato. In realtà, studiare il costrutto dello *scaffolding* ci ha permesso di definirlo più chiaramente. Grazie a questo quadro teorico, infatti, abbiamo potuto caratterizzare le *strategie di scaffolding* e constatare che un videogioco educativo, così come un materiale cartaceo, in cui sono inserite delle attività matematiche, possono essere valutati come dei *material scaffold*. Alla luce di tutte queste considerazioni, l'obiettivo della tesi è diventato sempre più specifico, per comprendere quali *means* potrebbero scaturire da due tipi di *material scaffold*, uno dei quali è un *soft scaffold*, cioè, che prevede certi *means*, l'altro è un *hard scaffold*, che, al contrario, ne prevede solo uno, il *task*.

Capitolo 4

Predisporre discussioni di classe

4.1 Introduzione

Nel descrivere il pensiero relazionale abbiamo proposto alcuni esempi di estratti di discussioni di classe, in cui l'esperto si configura come orchestratore, cioè, colui/colei che propone task matematici, seleziona gli studenti da far intervenire e modera tali interazioni.

Nel suo articolo, Malara (2008) evidenzia come gli esperti debbano creare degli ambienti di insegnamento/apprendimento che incentivino l'esplorazione matematica e la formulazione di congetture, quindi attuare strategie comunicative che agevolino il dialogo e la condivisione delle idee. Inoltre, è loro dovere prevedere i possibili processi di pensiero, le risposte o reazioni a specifiche domande e, soprattutto, affrontare l'evoluzione di un discorso matematico divergente da quello atteso.

Le quattro pratiche desunte dai lavori di Carpenter e colleghi sono specifiche per lo sviluppo del pensiero relazionale e possono essere adottate in qualsiasi *scaffold*, sia esso materiale o sociale. Tuttavia, queste pratiche non possono considerarsi una guida per pianificare delle discussioni efficaci che sviluppino il pensiero relazionale. Come sostenuto da Lampert (2001), è necessario considerare il ruolo dell'esperto anche in questa fase.

Dopo aver illustrato l'importanza e i possibili ostacoli durante la preparazione di discussioni di classe, proponiamo prima un inquadramento teorico del modello proposto da Stein et al. (2008), poi, descriveremo nel dettaglio le cinque pratiche che lo compongono. Concluderemo il capitolo con delle considerazioni generali sulla lente teorica riportata.

4.2 L'importanza di preparare discussione matematiche e le principali sfide

Uno dei più grandi ostacoli degli esperti che si occupano di Educazione Matematica riguarda la fase di preparazione delle discussioni di classe, in cui si sfruttano le risposte degli apprendenti a task matematici in modo da favorire l'apprendimento della disciplina. Nello specifico, queste figure esperte

devono far fronte ad un ampio spettro di risposte di apprendenti e trovare delle soluzioni per servirsene, allo scopo di guidare i soggetti con meno conoscenze verso una comprensione profonda degli aspetti salienti di questo ambito. Il modello proposto da Stein et al. (2008) rappresenta un valido supporto per docenti/esperti, in grado di fornire delle linee guida per un uso efficiente delle risposte degli apprendenti nel corso delle discussioni uno-a-molti. Il predetto modello tiene conto del pensiero degli apprendenti e permette l'esplorazione di idee matematiche di rilievo. In aggiunta, questo *framework* si presta ad essere impiegato come schema concettuale atto ad inquadrare le ricerche inerenti a questo tipo di interazione.

Stein e colleghi illustrano la figura dell'esperto come "ingegnere degli ambienti di apprendimento" in cui gli apprendenti sono alle prese con problemi matematici e con la costruzione di nuovi saperi. In questa cornice, l'esperto dovrebbe assegnare agli apprendenti problemi matematici realistici e complessi, in modo che ciascuno di essi si affidi all'altro unire gli sforzi, e, infine, condividere i propri processi risolutivi e soluzioni con altri durante le interazioni uno-a-molti. Il ruolo della figura più esperta nel corso di tali interazioni è di sviluppare e poi costruire sul modo, sia personale sia collettivo, di dare un senso agli argomenti appresi, piuttosto che valutare approcci come corretti o errati oppure dimostrare procedure per risolvere particolari task.

Nell'ambito scolastico, solitamente una lezione frontale dovrebbe prevedere le seguenti tre fasi:

1. nella prima, detta *launch phase*, traducibile con "fase di lancio", viene proposto un task che veicola importanti idee matematiche e può essere risolto in diversi modi. In questo primo momento l'esperto introduce la classe al problema, ai mezzi disponibili per risolverlo e alla natura del risultato atteso;
2. nella seconda, *explore phase*, la fase di esplorazione, gli apprendenti lavorano al problema, avviando discussioni fra pari o in piccoli gruppi. In questo frangente, si invita la classe a risolvere il problema nel modo più congeniale e a prepararsi a descrivere il proprio processo agli altri;
3. infine, la terza è denominata dagli autori *discuss and summarize*, cioè, discussione e sintesi, in cui tutti gli apprendenti riflettono sulle soluzioni e sui processi dei propri compagni.

Nel corso di quella che gli autori definiscono la "prima generazione" di pratiche, il ruolo dell'esperto come "costruttore di idee matematiche" non era ben chiaro. Principalmente, tali figure erano chiamate a proporre task impegnativi da un punto di vista cognitivo, ad esortare ad interagire in modo produttivo durante la fase di esplorazione e ad ascoltare rispettosamente i ragionamenti degli apprendenti. Durante le discussioni collettive, l'attenzione era focalizzata sulla creazione di norme che avrebbero permesso agli apprendenti di percepire i loro contributi come vevoli e degni di essere ascoltati, quindi sui tipi di domande poste dagli esperti che li avrebbero spinti a spiegare il proprio pensiero. In questa prima generazione, non si teneva conto delle azioni che gli esperti avrebbero potuto adottare per organizzare delle discussioni di classe che puntassero ad aspetti matematici essenziali. Invero, è stato riscontrato che molti insegnanti/esperti avessero l'impressione di dover evitare di fornire alcun tipo di guida per incentrare la discussione sui processi mentali degli apprendenti. Nell'articolo di Stein et al. (2008) viene offerto un primo esempio di tipologia di discussione ancora in atto in diversi ambienti scolastici. In

sintesi, viene descritta una situazione in cui, dopo le prime due fasi, quella di proposta di un problema e di esplorazione dello stesso, durante le quali un esperto circola fra i banchi, assicurandosi che ogni apprendente lavori al problema. Dopodiché, si osserva come l'esperto faccia intervenire solo studenti che hanno elaborato processi risolutivi corretti per l'esposizione e la cosiddetta discussione. In altre parole, nella terza fase, cioè, quella di discussione e sintesi, sono state escluse le altre procedure, in quanto ritenute errate o di poco conto, approvando ed esaltando quelle che hanno portato al risultato atteso. Lo scopo dell'insegnante in questione era di mostrare come un problema potesse essere risolto tramite una vasta gamma di procedure tra cui scegliere.

Nell'ottica di un uso efficace ed efficiente delle risposte degli studenti, in questo caso, la presentazione dei processi risolutivi non era appannaggio della costruzione di concetti matematici importanti. In realtà, nonostante lo scopo della discussione finale, in questo modo l'insegnante ha solamente reso ogni studente consapevole di conoscere un modo di risolvere il problema. In aggiunta, i docenti fedeli a tale visione delle discussioni di classe sembrano non sfruttare il momento in cui circolano tra i banchi per valutare cosa è stato compreso riguardo al tema trattato. Di conseguenza, non viene raccolta alcuna informazione circa le modalità con cui coloro che hanno risposto in modo errato abbiano tratto vantaggio dalle presentazioni dei processi risolutivi corretti. Ball (2001) caratterizza tale approccio alle discussioni di classe con l'espressione *show and tell*, già incontrata nel capitolo *Scaffolding*, in cui coloro che hanno elaborato procedimenti adeguati vengono chiamati a turno per condividere il proprio ragionamento con il resto della classe. Nel corso di questa pratica didattica, infatti, gli esperti non passano al setaccio le procedure degli apprendenti interpellati per estrarne le idee matematiche fondanti, per di più, non viene dispiegato alcuno sforzo per rimarcarle. Solitamente, in questo tipo di lezione non si stabiliscono connessioni fra i diversi metodi di soluzione, né questi ultimi vengono legati a metodi o a concetti matematici. In definitiva, in queste situazioni non si esortano gli apprendenti a riflettere sull'efficienza, efficacia, accuratezza ed utilità di determinati processi in particolari circostanze. Ogni procedimento viene posto sullo stesso livello. Lo *show and tell* non può essere considerata una pratica valida a spingere un'intera classe a ragionare in modo matematico. Permettendo solo ad alcuni di presentare il proprio punto di vista, diversi insegnanti che adottano un simile approccio didattico sono stati criticati per aver realizzato degli ambienti di classe in cui gli apprendenti avessero quasi il pieno controllo del programma curricolare della disciplina. Secondo Stein et al. (2008), tali docenti hanno mal interpretato il dovere di onorare il pensiero ed il ragionamento degli studenti, al punto da evitare, nel corso delle presentazioni, qualsiasi tipo di istruzione o indicazione.

Stein e colleghi aggiungono un'ulteriore critica a questo metodo di insegnamento, la cui fase finale, quella di discussione e sintesi, viene categorizzata come frammentaria e spesso incoerente. Durante questi *show and tell*, l'esposizione di uno studente seguirebbe quella di un altro e sarebbe accompagnata da pochi o, addirittura, nessun commento o assistenza da parte dell'orchestratore in grado di stabilire delle connessioni fra i metodi risolutivi o di associarli a metodi ampiamente riconosciuti e a concetti matematici rilevanti. In sostanza, gli apprendenti non percepiscono la motivazione per cui dovrebbero necessariamente ascoltare e comprendere i processi dei loro compagni. Nell'esempio predetto, a conclusione del momento di discussione, l'esperto ha lasciato agli studenti la massima di

“scegliere la strada più congeniale”. In quest’ultima frase si rileva la totale mancanza di associazione delle idee e dei metodi risolutivi degli apprendenti ai concetti principali della disciplina che sono tenuti a conoscere, in linea con un criterio di insegnamento basato sulla ricerca e sulla scoperta.

In un importante articolo, Ball (1993) sostiene che il settore dell’Educazione Matematica debba assumersi la responsabilità di aiutare i docenti/esperti a comprendere come verificare in modo continuo se le idee matematiche siano state sviluppate nel corso di tali interazioni e ad attivarsi ad intervenire e a dirigere il discorso se necessario.

Il lavoro di Stein e colleghi si allinea a quello di Ball (1993) e di altri, con l’intento di identificare modalità in cui gli insegnanti/esperti possano orientare in modo efficace le discussioni di classe verso i concetti della disciplina, a partire dai prodotti degli studenti/apprendenti. Tutti questi autori hanno avviato la cosiddetta “seconda generazione”, concepita come una forma didattica che riesamina il ruolo dell’esperto alla guida delle discussioni collettive. Il tratto distintivo di questa seconda generazione di pratiche didattiche consiste nell’utilizzo degli elaborati generati dagli apprendenti come punto di partenza delle discussioni di classe, in cui gli esperti danno forma attivamente alle prospettive emerse, allo scopo di condurre verso un ragionamento matematico robusto, efficiente ed accurato.

In letteratura è possibile riscontrare delle descrizioni interessanti inerenti alle azioni degli esperti e a ciò che dovrebbero sapere per agevolare le discussioni matematiche. Ad ogni modo, la ricerca ha anche dimostrato che la preparazione e l’orchestrazione di discussioni basate sui ragionamenti degli apprendenti esigono un impegno pedagogico significativo. In primo luogo, rispetto a tipiche lezioni frontali dove viene presentata una procedura matematica, imperniare una discussione su un task che può essere risolto in diversi modi riduce considerevolmente il grado di controllo degli esperti su quanto accade nel corso di una lezione. Tutto ciò potrebbe risultare particolarmente scoraggiante per coloro che affrontano per la prima volta una didattica basata sulle discussioni, pertanto, hanno la percezione di non essere sufficientemente efficaci nel supportare gli apprendenti nell’acquisizione di nuovi saperi.

Stein e colleghi aggiungono che in letteratura si rilevano diversi modelli di pratiche a partire dall’operato di particolari esperti, chiamati *discussion facilitators*, che dapprima conducono, con estrema facilità, diagnosi online sulle conoscenze degli apprendenti, poi, confrontano queste ultime con gli obiettivi didattici che si intende raggiungere e, infine, pensano alla risposta più appropriata. Per un novizio, un simile livello di improvvisazione può essere considerato irraggiungibile, in quanto questa capacità richiede un lavoro di connessione fra contenuti matematici, pedagogici e conoscenza di come gli studenti apprendono. Ne consegue che l’esempio di tali esperti sembra rappresentare una guida incompleta per coloro che vorrebbero diventare dei discussion facilitator. In sostanza, benché possano aiutare dei novizi a percepire l’importanza delle discussioni di classe, le azioni di tali figure esperte restituiscono un’immagine della preparazione di discussioni di classe molto complessa e scoraggiante, piuttosto che offrire loro delle semplici indicazioni da seguire. Inoltre, questi modelli di pratiche non tengono conto delle conoscenze di base dei novizi. Questi ultimi potrebbero non essere capaci di improvvisare allo stesso modo durante le discussioni, dato che non conoscono il bagaglio di conoscenze di tali facilitator sul modo in cui associano le risposte degli apprendenti ad importanti contenuti matematici. Senza questa informazione, che potrebbe supportarli nella previsione delle

possibili risposte degli apprendenti, i novizi potrebbero rimanere basiti dinanzi ad alcune osservazioni, non riuscendo a trovare una risposta adeguata nel vivo di una discussione. A causa della perdita del controllo e della sensazione di inadeguatezza, questa pratica didattica diventerebbe meno interessante e proficua.

In virtù di ciò, Stein e colleghi sostengono che i docenti/esperti novizi abbiano bisogno di un insieme di pratiche che li assistano nella preparazione di discussioni e, contestualmente, a diventare, in modo graduale ed affidabile, dei mediatori migliori. Il modello proposto da questi autori consiste di cinque pratiche, pensato appositamente per le discussioni di classe previste in seguito alla risoluzione di task impegnativi dal punto di vista cognitivo.

4.3 Fondamenta teoriche delle cinque pratiche

Dall'avvento di una prospettiva educativa più incentrata sull'apprendente e basata sulla ricerca, gli esperti hanno spesso riscontrato problemi legati alla pianificazione di discussioni di classe che promuovessero sia la comprensione sia lo sviluppo di importanti idee matematiche. Secondo gli autori, per raggiungere questi obiettivi, è necessario includere due regole nelle proprie classi: l'*authority*, ovvero, l'autorità degli apprendenti e l'*accountability*, cioè, la loro responsabilità nei confronti della disciplina. La prima regola stabilisce che gli ambienti di apprendimento dovrebbero essere pensati in modo da "autorizzare" gli apprendenti a risolvere problemi matematici individualmente, riconoscerli come "autori" delle proprie idee e farli diventare delle "autorità" locali della disciplina. Un ambiente di apprendimento che incorpora la norma della responsabilità incoraggia regolarmente gli apprendenti ad essere responsabili di come i loro punti di vista siano a contatto con quelle di altre autorità matematiche, sia all'interno che all'esterno della classe. Al cuore di una prospettiva di insegnamento/apprendimento incentrato sugli apprendenti, vi è l'esigenza di stabilire un equilibrio fra due opposti: dare agli apprendenti autorità sul lavoro matematico svolto e assicurarsi che questi ultimi ne siano responsabili. Stimolare l'autorità matematica degli apprendenti comporta predisporre delle opportunità in cui sono coinvolti pubblicamente nella risoluzione di problemi matematici reali, mettono in campo delle procedure o rappresentazioni per venire a capo di tali problemi, infine, valutano la validità e l'efficacia del proprio approccio.

Una lezione che prevede le tre fasi descritte in 4.2 e dei task impegnativi, che possono essere risolti con diversi metodi, sembra essere molto efficace nel supportare l'autorità degli apprendenti. Sia individualmente che a piccoli gruppi questi ultimi hanno l'opportunità di risolvere problemi usando i propri processi, quindi di essere riconosciuti come gli autori di tali approcci nel momento in cui li condividono con il resto della classe. Allo stesso tempo, gli insegnanti/esperti dovrebbero assistere il passaggio verso un insieme di idee e processi di cui gli apprendenti sono responsabili nei confronti della disciplina. Per idee e processi si intendono quei prodotti che sono stati ampiamente accettati come vevoli ed utili per il futuro apprendimento della Matematica in ambito scolastico. Qualora gli esperti non intervenissero in questo senso, l'ago della bilancia penderebbe decisamente dalla parte

dell'autorità degli apprendenti, di conseguenza, le discussioni di classe potrebbero non essere più incentrate sui contenuti della disciplina.

D'altro canto, gli sforzi per esortare gli apprendenti ad essere responsabili potrebbero portare gli esperti a compromettere inconsapevolmente la loro autorità e il loro modo di comprendere. Tutto ciò si verifica, ad esempio, se in ogni lezione, ci si limita a presentare solamente quei processi che hanno portato alla soluzione corretta. In questo modo, si trasmette il messaggio per cui, per poter essere selezionate e presentate, le procedure devono prima essere convalidate dagli esperti, piuttosto che attraverso un ragionamento matematico a cui gli apprendenti possono prendere parte. Analogamente, anche quegli esperti che danno spazio alla presentazione di procedimenti errati potrebbero minare l'autorità degli apprendenti, specialmente quando valutano la sensatezza sia delle proprie idee sia di quelle altrui, quando forniscono indizi sottili sulle valutazioni degli apprendenti, facendo pause diverse durante il discorso, assumendo espressioni facciali particolari, e così via. In questi casi, gli apprendenti non sarebbero più propensi a condividere il proprio ragionamento, ma solo ciò che ritengono che gli esperti accoglierebbero con favore. In aggiunta, alcuni insegnanti/esperti, preoccupati delle visioni errate dei loro apprendenti, spesso non riescono a fare a meno di correggere direttamente le loro risposte. Questa azione potrebbe compromettere ancor di più la loro autorità matematica nel momento in cui usano il proprio ragionamento matematico per valutare la sensatezza delle proprie idee e di quelle altrui.

Il modello di Stein e colleghi favorisce la responsabilità nei confronti della disciplina senza minare l'autorità matematica degli apprendenti attraverso un insieme di pratiche di insegnamento, che partono dalle loro idee e adattano la discussione di classe in modo che siano trattati concetti matematici importanti, siano risolti i conflitti e siano acquisite e consolidate conoscenze. Seguendo tale modello, infatti, gli esperti potrebbero affidarsi alle risposte degli apprendenti date a particolari task e selezionarne alcune e disporle in un ordine che supporti il conseguimento degli obiettivi didattici.

Le pratiche che compongono il prossimo modello sono per lo più invisibili agli apprendenti, infatti, nella maggior parte dei casi, questi ultimi non sono consapevoli delle azioni svolte dagli esperti per preparare le lezioni. Contrariamente ai suggerimenti e alle correzioni, queste pratiche non incidono sullo sviluppo dell'autorità matematica degli apprendenti. Come si evincerà dal modello, le loro idee, di cui sono chiamati ad essere i principali valutatori, costituiscono la linfa delle discussioni di classe. Contestualmente, è essenziale il ruolo degli esperti nel selezionare e guidare accuratamente la classe verso orizzonti matematici produttivi.

4.4 Cinque pratiche per pianificare discussioni matematiche efficaci

Come già spiegato nella sezione L'importanza di preparare discussione matematiche e le principali sfide, questo modello è stato progettato con l'obiettivo di rendere la predisposizione di discussioni di classe più gestibile ed agevole per insegnanti/esperti novizi ad una didattica che prevede delle discussioni di classe. Invero, diversamente da altri modelli che puntano all'acquisizione di un livello di improvvisazione, gli autori intendono evidenziare quegli aspetti delle discussioni che possono essere

pianificate in anticipo. Nel corso della preparazione, gli insegnanti/esperti hanno la possibilità di prevedere i possibili contributi degli apprendenti, strutturare delle risposte appropriate e prendere delle decisioni sulla struttura delle loro esposizioni per portare avanti il programma curricolare. Stein e colleghi riportano che il tempo impiegato per preparare delle discussioni che rispettino il predetto modello permette ad un numero sempre crescente di insegnanti/esperti di sentirsi più competente per affrontare un simile compito.

Passiamo ora alla descrizione del modello.

Quest'ultimo consta delle seguenti cinque pratiche:

1. anticipare le possibili risposte degli apprendenti a compiti matematici impegnativi da un punto di vista cognitivo;
2. monitorare le risposte degli apprendenti a tali task durante la fase di esplorazione, descritta in 4.2;
3. selezionare determinati apprendenti affinché presentino le loro risposte matematiche durante la fase di discussione e sintesi;
4. disporre in modo intenzionale e sequenziale le risposte che saranno presentate;
5. aiutare la classe a creare delle connessioni matematiche tra le diverse risposte presentate e fra queste ultime e i concetti principali.

Questo modello è il frutto dell'integrazione e dell'unione di lavori precedenti, in cui ogni pratica è stata discussa separatamente.

Come si può desumere dalla figura 4.1, ogni pratica poggia sui frutti, su quanto è stato fatto in quelle precedenti. Ad esempio, la seconda pratica, ovvero, il monitoraggio del lavoro degli apprendenti, tiene conto dell'impostazione iniziale dell'attività, in cui si prevedono i modi in cui gli apprendenti potrebbero affrontare il task assegnato. Allo stesso modo, scegliere particolari apprendenti perché esponano il loro processo parte dal monitoraggio di un insieme di risposte prodotte durante la fase di esplorazione. In aggiunta, un uso corretto del modello dipende dalla progettazione di task matematici sfidanti che possono essere risolti in diversi modi e che incorporano degli obiettivi didattici ben definiti.

4.4.1 Anticipare le risposte degli apprendenti

Innanzitutto, si richiede agli insegnanti/esperti di compiere un sforzo per prevedere come gli studenti potrebbero affrontare i task assegnati. Questa operazione va oltre una valutazione generale del task, in termini di difficoltà, cioè, se è al di sopra o al di sotto della *Zona di Sviluppo Prossimale della classe*, di interesse, ovvero, se risulta stimolante o meno. Questa prima pratica coinvolge lo sviluppo di previsioni legate alle possibili interpretazioni matematiche di un problema, all'insieme di metodi risolutivi, sia corretti sia errati, e a come questi ultimi siano correlati ai concetti, alle procedure e alle rappresentazioni che l'insegnante/esperto vorrebbe che venissero acquisite.

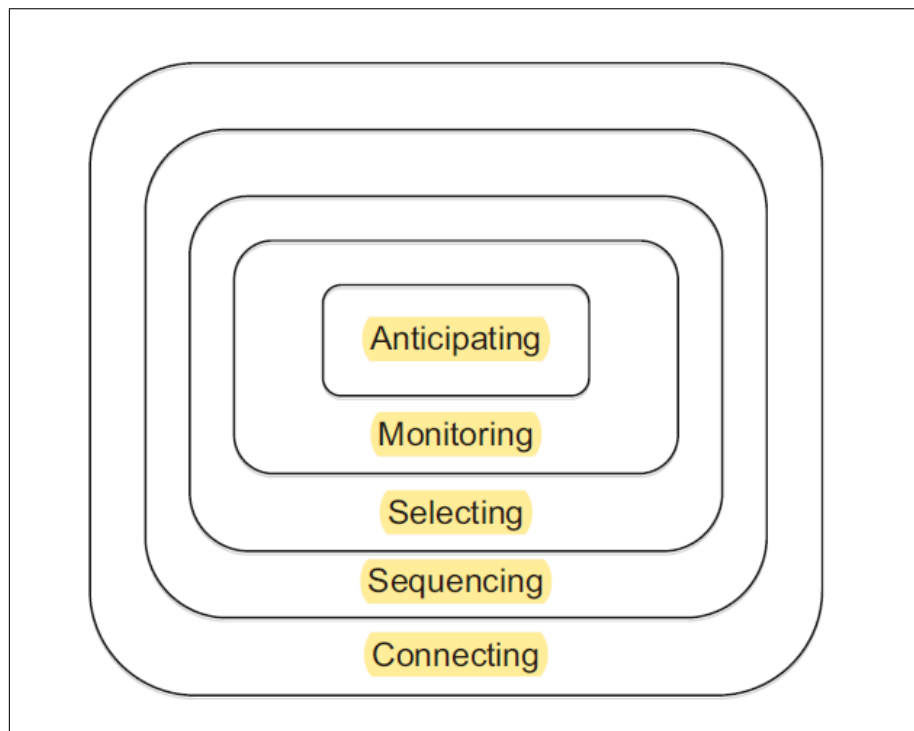


Figura 4.1: Rappresentazione a “cipolla” del modello proposto, in cui ogni pratica dipende dalle precedenti. Immagine tratta dall’articolo di Stein et al. (2008)

Per esempio, un docente/esperto potrebbe riportare su una tabella una varietà di metodi risolutivi, il nome degli apprendenti che li hanno prodotti e, infine, come tali processi siano legati fra loro. A partire da questa tabella, si potrebbero desumere interpretazioni comuni corrette ed errate quindi si potrebbe pensare in anticipo a delle domande o a delle attività da proporre alla classe per aiutare la classe ad individuare le differenze fra due tipi di approcci, uno più efficiente e un altro più dispendioso. Per anticipare le risposte degli apprendenti, è necessario mettersi nei loro panni e provare a pensare a come loro potrebbero risolvere il task. In questo modo, il docente/esperto potrebbe imbattersi in una serie di metodi e approcci, piuttosto che in un singolo processo. Inoltre, attuando questa pratica è possibile prevedere alcuni processi generati da apprendenti aventi diversi livelli di competenza matematica, considerando i modi in cui un problema potrebbe essere mal interpretato o gli ostacoli che potrebbero incontrare durante la risoluzione. Naturalmente, se tale anticipazione venisse effettuata per ogni task assegnato, il bagaglio di conoscenza sulle modalità di apprendimento della classe cresce.

Oltre alle risposte fornite dagli apprendenti, gli insegnanti/esperti potrebbero affidarsi a materiali preesistenti, come ricerche che evidenziano le tipiche risposte agli stessi task oppure a task simili, oppure le visioni errate di concetti e procedure. Per di più, è possibile attingere a programmi di Matematica in cui si riportano le risposte degli apprendenti a particolari problemi e ad archivi di casi di studio che, talvolta, includono diverse informazioni circa i metodi risolutivi. Inutile dire che tali materiali possono configurarsi come dei veri e propri *material scaffold* per i novizi.

4.4.2 Monitorare le risposte degli apprendenti

Questo passaggio impone di prestare particolare attenzione al pensiero matematico degli apprendenti durante la risoluzione del problema assegnato. Per monitorare tali processi, è possibile circolare fra i banchi nel corso della fase di esplorazione. L'obiettivo di questa pratica è di identificare cosa si potrebbe potenzialmente acquisire da alcuni processi risolutivi, spostando il focus sulle risposte più rilevanti da condividere con la classe durante l'ultima fase di discussione e sintesi. Ad esempio, gli insegnanti/esperti potrebbero osservare ed ascoltare le idee matematiche messe in campo dagli apprendenti durante le interazioni fra pari. In sostanza, i docenti/esperti dovrebbero prestare attenzione ai ragionamenti matematici emersi durante tali interazioni, valutarne la validità ed attribuirne un significato anche in caso di errore.

Secondo gli autori, avendo dispiegato una notevole quantità di risorse nella fase precedente, quella di anticipazione delle risposte, molti insegnanti/esperti si sentono più preparati nell'affrontare la pratica di monitoraggio. Eppure, quest'ultima può risultare ugualmente complessa, specialmente se i processi risolutivi oppure le rappresentazioni degli apprendenti non sono note al docente/esperto. Una possibile soluzione potrebbe essere quella di annotare gli approcci più peculiari e di riflettere su quelli utilizzati dagli apprendenti. Inoltre, alcuni compiti coinvolgono l'uso di alcuni oggetti che possono essere manipolati, rappresentazioni, fogli per rispondere o dati digitali, che supportano l'identificazione di tali metodi attraverso un esame visivo di come vengano adoperati tali materiali. Altrimenti, gli insegnanti/esperti potrebbero valutare il pensiero matematico dei propri apprendenti ascoltando le conversazioni di un gruppo, assicurarsi di comprenderle appieno, in modo tale da individuarne il

potenziale matematico ed, eventualmente, intervenire per porre delle domande dettagliate. In aggiunta, gli insegnanti/esperti dovrebbero porre domande in grado di aiutarli a valutare il loro ragionamento, in particolar modo, la loro comprensione dei concetti fondamentali legati allo scopo della lezione.

Ad esempio, avendo raccolto un insieme di metodi risolutivi, anche con rappresentazioni diverse, un insegnante/esperto potrebbe cogliere l'occasione per invitare gli apprendenti a riflettere su quale rappresentazione sia la più adatta a descrivere i dati oppure a formulare delle congetture, allo scopo di introdurre alcuni dei concetti matematici previsti nel programma curricolare.

Nel complesso, investire del tempo nel monitorare i processi risolutivi consente di accumulare maggiori informazioni per moderare più efficacemente una discussione di classe, quindi di stabilire con più calma come rispondere alle osservazioni degli apprendenti. Infine, secondo Stein e colleghi, tutte le informazioni ottenute attraverso l'implementazione di questa pratica permettono di decidere quali risposte evidenziare nella fase di discussione e sintesi.

4.4.3 Selezionare le risposte degli apprendenti

Dopo aver monitorato le risposte degli apprendenti, i docenti/esperti potrebbero selezionare alcuni apprendenti le cui risposte sono state ritenute interessanti da condividere con il resto della classe. Per attuare tale pratica, si potrebbero chiamare degli apprendenti (o gruppi di essi) affinché esponano il loro lavoro durante la discussione di classe. In alternativa, i docenti/esperti potrebbero chiedere dapprima dei volontari ma, poi, scegliere di far intervenire particolari apprendenti la cui risposta è risultata essere utile per la condivisione. Quest'ultima strada rappresenta un equilibrio fra due sponde opposte: concedere a dei volontari di esporre il proprio ragionamento, anche se non legato all'obiettivo didattico perseguito dagli insegnanti/esperti, e fare in modo che il discorso matematico mantenga una direzione ben precisa. Nonostante questi modi di selezione, il controllo sulla discussione resta saldamente nelle mani del mediatore, che sceglie accuratamente gli apprendenti in base ai processi risolutivi adottati e decide l'oggetto della discussione di classe.

Ad esempio, se intende trattare un determinato argomento matematico, che è alla base di uno dei ragionamenti prodotti dagli apprendenti, un docente/esperto dovrebbe servirsi della presentazione di tale risposta per introdurre il contenuto previsto, lasciando temporaneamente da parte altri processi che non costituiscono un valore aggiunto.

La selezione voluta e sequenziale delle presentazioni aumenta le probabilità di trattare argomenti matematici rilevanti. I docenti/esperti dovrebbero selezionare quegli apprendenti i cui metodi sono associati ai suddetti argomenti, dando la possibilità di illustrarli, evidenziarli e generalizzarli (si veda, ad esempio, l'intervento dell'insegnante in riga 20 del paragrafo 3.4). In aggiunta, gli esperti potrebbero cogliere l'occasione per condividere, per far riflettere e correggere alcune interpretazioni errate esposte da specifici apprendenti. In particolare, la presentazione di tali processi dovrebbe spingere l'intera classe ad analizzarli e a comprendere il motivo per cui non sono corrette. Se necessario, gli esperti potrebbero introdurre un procedimento o un ragionamento importante, mai emerso durante la discussione e generato o da un apprendente di un'altra classe oppure dal mediatore stesso. Un altro modo in cui gli esperti potrebbero ingrandire il loro repertorio di processi risolutivi da presentare alla

classe è offrendo del supporto didattico a coloro che sono in procinto di applicare un procedimento per risolvere un problema durante la fase di esplorazione, ma che necessitano di aiuto per svilupparlo e per condividerlo con il resto della classe.

L'attenzione con cui si scelgono determinate risposte da condividere potrebbe portare ad escluderne oppure a presentarne in futuro altre che gli apprendenti non sarebbero in grado di affrontare sul momento. Allo stesso modo, una risposta che appare stimolante ma del tutto inattesa per gli esperti potrebbe essere riproposta in una lezione successiva, quando questi ultimi, dopo averla analizzata attentamente, potrebbero essere capaci di esplicitarne il contenuto matematico sotteso. In tal caso, i novizi potrebbero consultare dei loro colleghi, delle figure che formano docenti, dei materiali curriculari o altre risorse per approfondire la loro comprensione circa l'argomento matematico che si intende trasmettere e il modo in cui viene recepito dagli apprendenti.

Gli autori precisano che questa pratica non dovrebbe essere sfruttata per evitare di affrontare quei processi a cui non si è in grado di rispondere o di attribuire un significato matematico. Passare regolarmente in rassegna ogni nota scritta durante la pratica precedente permette di identificare tutti gli approcci adottati, sia quelli degli apprendenti che hanno presentato sia quelli di coloro che non sono stati selezionati. In questo modo, gli esperti potrebbero migliorare il proprio metodo didattico per le lezioni successive e, con l'occasione, concedere a quegli apprendenti, le cui soluzioni sono state trascurate in passato, di renderle pubbliche al resto della classe.

4.4.4 Disporre in sequenza le risposte degli apprendenti

Una volta selezionati specifici apprendenti per la presentazione, gli esperti potrebbero decidere come mettere in sequenza l'esposizione di tali processi. Questo lavoro consente di massimizzare le possibilità di raggiungere le *intentions* della discussione. Ad esempio, gli esperti potrebbero voler presentare dapprima i metodi usati dalla maggior parte degli apprendenti, per poi passare ai processi adottati solo da pochi soggetti, al fine di convalidare il lavoro svolto da tutti gli apprendenti e di rendere l'avvio della discussione accessibile all'intera classe. Tutto ciò potrebbe consentire agli apprendenti di comprendere profondamente il problema e di porre le basi per cogliere il significato di processi risolutivi più complessi. In poche parole, si potrebbe cominciare la fase di discussione e sintesi dalla descrizione di un approccio molto semplice. In alternativa, si potrebbe iniziare da metodi comuni basati su un'interpretazione errata, in modo tale che la classe possa correggerla e lavorare sullo sviluppo di modi più efficaci di risolvere il problema assegnato. In aggiunta, gli esperti potrebbero fare in modo che vengano presentati in sequenza processi risolutivi correlati oppure antitetici, per agevolarne il confronto da un punto di vista matematico.

Per esempio, gli esperti potrebbero decidere di presentare gli interventi nel seguente ordine: dal metodo più basilare a quello più sofisticato, affinché il problema diventi accessibile a quanti più apprendenti possibile. Il primo intervento, quello che espone un procedimento semplice, può essere seguito da altri, in cui si adottano procedure o rappresentazioni relativamente facili. In questo modo, si potrebbero assistere gli apprendenti nella comprensione di particolari processi e nel confrontare diverse rappresentazioni o modelli del problema.

Grazie a questa pratica, è possibile disporre i lavori degli apprendenti in un certo ordine per rendere la discussione più coerente e prevedibile da una prospettiva matematica. Gli autori sottolineano che l'approccio di disposizione delle risposte necessita di ulteriori studi per cogliere quale sequenza sia la migliore per raggiungere le *intention* prefissate. Ad ogni modo, la scelta della sequenza delle risposte dipende fortemente dalla conoscenza della propria classe e dagli obiettivi didattici degli esperti.

4.4.5 Creare delle connessioni fra le risposte degli apprendenti

Infine, gli esperti potrebbero aiutare gli apprendenti a stabilire delle connessioni fra le idee matematiche su cui poggiano alcune procedure o rappresentazioni. In particolare, gli insegnanti/esperti dovrebbero supportare nel valutare le conseguenze dei diversi approcci, la propria accuratezza ed efficienza nella risoluzione di problemi e i tipi di modelli matematici che possono essere riconosciuti più facilmente. Inoltre, queste figure potrebbero assistere le proprie classi nel verificare come un'idea importante possa essere incorporata in due procedure che, a prima vista, potrebbero sembrare del tutto diverse. Pertanto, piuttosto che tenere discussioni formate da presentazioni separate di differenti processi risolutivi, l'obiettivo è quello di fare in modo che ciascuna di esse poggia sulle altre per sviluppare idee matematiche fondamentali.

Per esempio, si potrebbero mettere a confronto rappresentazioni diverse di uno stesso problema, mostrandone similitudini e differenze. Se l'*intention* degli esperti è far sì che comprendano in modo flessibile alcuni concetti, si potrebbe chiedere agli apprendenti di identificare tali idee in ogni rappresentazione o procedura presentate.

Anche in questo caso, molteplici sono le modalità con cui aiutare gli apprendenti a creare delle connessioni fra i concetti. Nel passaggio dalla rappresentazione di un apprendente ad un'altra, gli esperti potrebbero indicare come tali modelli siano connessi alle idee matematiche. Questi metodi potrebbero rendere la discussione di classe più coerente con gli obiettivi didattici prefissati e, contestualmente, spingere gli apprendenti a riflettere sui procedimenti dei compagni mentre valutano ed analizzano i propri.

Per concludere, gli esperti potrebbero pianificare delle lezioni aggiuntive in cui si richiede un'ulteriore riflessione sul task. Per esempio, questi ultimi potrebbero modificare il compito di partenza per discutere di questioni legate all'efficienza e a come diverse procedure possano essere più adeguate per risolvere altri tipi di problemi.

4.5 Domande di ricerca

In questa sezione si presentano le due domande di ricerca.

Prima domanda: *Con l'intention di sviluppare il pensiero relazionale, quali means vengono attivati da coppie di soggetti coinvolti in attività che prevedono l'uso di un hard e di un soft scaffold?*

A fronte del modello teorico delineato in questo capitolo, è evidente come i due *material scaffold* considerati non siano in grado di fornire i dati necessari per poter attuare la pratica di anticipazione

delle risposte. A tal proposito, si rivela necessario introdurre un altro mezzo per avere un'idea generale delle conoscenze e competenze di base dei soggetti. Al contempo, le pratiche di sequenziamento e creazione di connessioni devono essere coerenti con lo studio del quadro teorico sul pensiero relazionale. Pertanto, siamo consapevoli del fatto che i due *material scaffold* potrebbero essere adottati per le pratiche di monitoraggio e di selezione delle risposte date dalle coppie di soggetti. In linea con il secondo problema:

Seconda domanda: *Quali caratteristiche di un material scaffold possono supportare l'organizzazione di discussioni che stimolino il pensiero relazionale, rispetto alle pratiche di monitoraggio e di selezione delle risposte date da coppie di soggetti?*

4.6 Sintesi

Nel loro articolo, Smit et al. (2013) sostengono che la pianificazione dei materiali e delle attività debba essere inclusa nel *whole-class scaffolding*. Pertanto, è possibile analizzare alcune delle pratiche del modello predetto secondo questa lente teorica. Ad esempio, l'anticipazione ed il monitoraggio delle risposte si potrebbero paragonare alla caratteristica della *offline diagnosis*, cioè dell'analisi condotta al di fuori dell'interazione di classe. L'implementazione di tali pratiche porta alla realizzazione della *responsiveness*, sia offline che online, in quanto consente di preparare delle risposte basate sugli elaborati degli apprendenti e di restituirle in modo contingente nel corso della discussione. Il modello di Stein e colleghi rispetta anche la proprietà dell'*handover to independence*. Tramite le suddette cinque pratiche, la responsabilità del compito viene gradualmente devoluta verso gli apprendenti, i quali, tra i vari ruoli, si configurano come i principali valutatori sia delle proprie idee che di quelle altrui, diventando delle autorità locali della disciplina e responsabili dei propri lavori. In definitiva, le discussioni di classe possono essere considerate dei *social scaffold*, dei supporti che coinvolgono esclusivamente dei soggetti e costituiti da particolari *strategie di scaffolding*. Inoltre, le quattro pratiche riportate in 3.5 possono essere coniugate con tale modello. In altre parole, la selezione di task adeguati dovrebbe essere inclusa nell'anticipazione delle risposte, poiché comporta l'acquisizione di un bagaglio di conoscenze sul modo di pensare degli apprendenti. Invitare determinati apprendenti ad intervenire coincide con la pratica di selezione, che implica una diagnosi delle loro risposte. Poi, gli ultimi due punti, ovvero, inventare o introdurre nuovi *task* e incoraggiare gli apprendenti a fare altrettanto dovrebbero essere previste nell'ultima pratica, in cui si stabiliscono delle connessioni e si definiscono i concetti matematici più importanti.

In accordo con il quadro teorico presentato, è necessario anche avvalersi di *scaffold* che siano in grado di supportare l'esperto nella realizzazione delle cinque pratiche. In generale, un *material scaffold* dovrebbe presentare le seguenti caratteristiche:

1. fornire un bagaglio di informazioni circa il livello di conoscenze e competenze degli apprendenti, in modo da poterne prevedere i processi risolutivi;
2. consentire di controllare i progressi degli apprendenti;

3. predisporre una modalità di selezione delle risposte;
4. indicare come disporre le risposte in modo sequenziale;
5. e, infine, supportare nella creazione di connessioni fra le risposte degli apprendenti e fra queste ultime e alcuni concetti matematici.

Al problema descritto in 3.5 se ne aggiunge un altro, cioè di comprendere quali caratteristiche di un *material scaffold* possano supportare l'organizzazione di discussioni che stimolino il pensiero relazionale, rispetto alle cinque pratiche del modello di Stein e colleghi. La parte successiva della tesi riguarderà la descrizione puntuale degli *scaffold* considerati. Inoltre, nel capitolo Descrizione della procedura di predisposizione delle discussioni mostreremo come è stato utilizzato tale modello per pianificare delle discussioni efficaci capaci di stimolare il pensiero relazionale.

Parte II

Progettazione ed implementazione del *case study*

Capitolo 5

Descrizione dei *material scaffold* e dei *task*

5.1 Introduzione

Nel capitolo Ambito matematico di riferimento è stato delineato l'ambito matematico di riferimento, che corrisponde all'Aritmetica, con un particolare focus sul pensiero relazionale, una forma del cosiddetto *pensiero algebrico*. Questo lavoro ha reso possibile definire più dettagliatamente le *intentions*, ossia, gli obiettivi che si intendono perseguire in questa ricerca e i *means*, cioè, i modi o i mezzi per poterli realizzare. Questa parte della tesi ha due obiettivi principali. Il primo è di illustrare due *material scaffold*, nei quali sono stati inseriti determinati *task* e che, come si vedrà, includono particolari *means*. Pertanto, nei prossimi due paragrafi verranno mostrati tali *material scaffold*: il primo è dato dalle *schede* ed è di tipo cartaceo, mentre il secondo è un videogioco educativo, quindi di tipo tecnologico. Inoltre, la descrizione dei due supporti farà luce anche sull'attività matematica proposta, concepita come una concatenazione di *task* relativamente agli aspetti salienti del pensiero relazionale tracciati nel capitolo precedente. Nel capitolo successivo, invece, si descrive l'assetto metodologico del *case study*.

5.1.1 Primo *material scaffold*: le *schede*

In virtù delle considerazioni presentate nel capitolo *Scaffolding* e della domanda di ricerca enunciata nel capitolo precedente, l'organizzazione e la strutturazione del *case study* hanno comportato la predisposizione di due tipi di supporto, nei quali abbiamo proposto dei *task* relativamente agli aspetti del pensiero relazionale illustrati nella sezione Il pensiero relazionale. In questo paragrafo verrà illustrato il materiale cartaceo, che si è scelto di denominare con il termine *scheda*, mettendo in risalto come sono stati pensati i quesiti assegnati. Come stabilito nel paragrafo Supporti cartacei, è stato scelto di proporre un supporto cartaceo per via della sua capacità di offrire un aiuto "copertina", cioè minimo, ad un alto numero di apprendenti. Inoltre, poiché risultano essere sempre la prima opzione in

ambito scolastico, per via della facilità con cui si possono predisporre, i materiali cartacei costituiscono la categoria di *material scaffold* con cui gli apprendenti entrano maggiormente in confidenza sin dai primi anni scolastici. In questi supporti cartacei è stato incluso solo uno dei quattro *means* desunti dai lavori di Carpenter, Franke et al. (2003), Carpenter, Levi et al. (2005) e Jacobs et al. (2007), ovvero, la selezione e la disposizione sequenziale di opportuni *task* in grado di stimolare interazioni tra pari sul pensiero relazionale. Ai fini di questa ricerca, è fondamentale comprendere quali altri *means* emergano a partire da un supporto che include già dei *means*, in questo caso dei *task* adeguati che favoriscano la discussione e il confronto tra pari.

In totale, nel corso del *case study* sono state proposte sei schede cartacee, quattro delle quali riportavano uguaglianze vero/falso, le restanti, invece, uguaglianze con un termine incognito. In linea con quanto stabilito da Carpenter, Franke et al. (2003), inizialmente sono state assegnate quelle schede contenenti uguaglianze vero/falso, che, secondo questi autori, permettono agli apprendenti di familiarizzare più velocemente sia con la tipologia di *task* che con l'argomento trattato e servono come spunto per avviare discussioni fra pari inerenti ai concetti delineati in 3.3. L'immagine 5.1 rappresenta un esempio di scheda, nella quale, prima di affrontare i *task*, si richiedeva agli alunni di scrivere i propri nomi, la classe di appartenenza e la data in cui è stata svolta l'attività. In generale, le schede erano composte da almeno cinque uguaglianze e, per ciascuna di esse, la consegna prevedeva di indicare se fosse vera o falsa quindi di motivare la propria scelta (Figura 5.1).

Tutte le schede proposte nel corso del *case study* sono state incluse nell'allegato Schede. Come già stabilito, per ogni scheda è stato inserito un insieme di uguaglianze (vero/falso oppure incomplete), ordinato in base al concetto trattato e ad un livello crescente di difficoltà. Difatti, per la prima scheda è stata prevista la sequenza di *task* mostrata nella tabella 5.1.

Tabella 5.1: Esempio di sequenza di *task* assegnata in una delle schede

Indice	Task
1	$8 = 8$
2	$3 + 5 = 3 + 5$
3	$2 \times 7 = 7 \times 2$
4	$3 + 5 = 8$
5	$8 = 3 + 5$
6	$4 \times 2 = 2 + 4$

Nel dettaglio, il *task* 1 esorta a rivisitare un'eventuale interpretazione errata del simbolo uguale. Infatti, affrontando un simile *task*, gli apprendenti potrebbero riflettere sulla corretta interpretazione del simbolo uguale, non più in senso procedurale come sinonimo di "fa", oppure "si ottiene", ma relazionale, cioè come sinonimo di "è". Per di più, tale compito dovrebbe sollecitare lo studente a pensare all'uguale come indicatore di relazioni di identità, e, in particolare, dovrebbe spingere a domandarsi quando due termini sono uguali. Allo stesso modo, il *task* 2 dovrebbe portare a comprendere quando due espressioni sono identiche. In questo caso, infatti, numeri e operazioni ad ambo i membri sono uguali e si presentano nel medesimo ordine. Per indagare ulteriormente sulle relazioni di uguaglianza, si è pensato di proporre il *task* 3, in cui l'uguale mette in relazione due *valori* identici. Anche se numeri

Sperimentazione Matematica Superpiatta
Scheda 0

Nome e cognome dei membri
1. _____
2. _____

Classe

Data e ora di consegna

Le seguenti uguaglianze sono vere o false? Mettete una crocetta e motivate la vostra scelta.

1. $8 = 8$

Vero	Falso
------	-------

(a) Prima pagina

$2. 3 + 5 = 3 + 5$

Vero	Falso
------	-------

$3. 2 \times 7 = 7 \times 2$

Vero	Falso
------	-------

(b) Seconda pagina

$4. 3 + 5 = 8$

Vero	Falso
------	-------

$5. 8 = 3 + 5$

Vero	Falso
------	-------

(c) Terza pagina

$6. 4 \times 2 = 2 + 4$

Vero	Falso
------	-------

(d) Quarta pagina

Figura 5.1: Esempio di scheda

ed operazioni coinvolti sono uguali, l'ordine in cui sono disposti i numeri è invertito: quest'ultimo costituisce un valido spunto per iniziare una riflessione relativamente alla proprietà commutativa e alle operazioni che la seguono. In definitiva, il suddetto *task* è vero poiché la moltiplicazione gode della proprietà commutativa, quindi i valori coinvolti sono uguali. In maniera analoga, il *task* 4 dovrebbe generare un'ulteriore considerazione in merito al simbolo uguale, che mette in relazione oggetti aventi lo stesso valore. Inoltre, si tratta di un'uguaglianza che si presenta nella forma a cui la maggior parte degli apprendenti è abituata, ovvero $a + b = c$. Pertanto, avendo una visione procedurale dell'uguale, è altamente probabile che la maggior parte degli apprendenti risponda correttamente e prontamente. Tuttavia, imbattendosi nel *task* 5, tale visione potrebbe essere scossa. In effetti, l'obiettivo è di indurre una considerazione sull'uguale come simbolo simmetrico. Come spiegato da Carpenter, Franke et al. (2003), questo *task* dovrebbe aiutare gli apprendenti non solo ad attribuire un corretto significato al simbolo uguale, ma anche a demolire quel preconcetto secondo cui un'uguaglianza debba forzatamente rispettare la forma $a + b = c$. La simmetria dell'uguale, ovvero la capacità di poter leggere un'uguaglianza da entrambe le direzioni, dovrebbe rinforzare l'idea per cui tale simbolo non rappresenta un'istruzione, cioè, non può corrispondere al verbo "fa", oppure "si ottiene", in quanto, utilizzando tali verbi, non è possibile leggere in linguaggio naturale un'uguaglianza da ambo le direzioni. In buona sostanza, la terza persona del verbo essere si configura come l'unica forma verbale che può essere usata per leggere un'uguaglianza sia da destra verso sinistra sia da sinistra verso destra. Per completare il discorso relativamente all'interpretazione del simbolo uguale, è stato pensato il *task* 6 come controesempio: anche se i numeri coinvolti in entrambi i membri dell'uguaglianza sono identici, basterebbe semplicemente soffermarsi sulle operazioni per determinare che il *task* è falso. Similmente, la seconda scheda assegnata prevedeva uguaglianze vero/falso con numeri leggermente più alti, legate alla visione dell'uguale e ad alcune proprietà delle operazioni. Le suddette uguaglianze vengono mostrate nella tabella 5.2.

Tabella 5.2: Secondo esempio di sequenza di uguaglianze vero/falso

Indice	Task
1	$9 + 5 = 14 + 5$
2	$5 + 10 - 5 = 5 + 5 - 10$
3	$10 \div 2 = 2 \div 10$
4	$5 + 8 \times 2 = 16$
5	$9 \times 3 + 5 = 9 \times 8$
6	$50 \times 4 \div 2 = 50 \times 2$

Per questioni di brevità, nel prosieguo si descriveranno solamente alcuni dei *task* presenti nella tabella. Il *task* 1 può essere considerato un ulteriore esempio che rafforza il concetto di uguale come indicatore di relazione di identità. A prima vista, il *task* potrebbe trarre in inganno, in quanto il primo addendo a destra dell'uguale corrisponde alla somma dei due addendi a sinistra. Sebbene le operazioni e il secondo termine siano uguali in entrambi i membri dell'uguaglianza, il primo termine di sinistra differisce dal primo addendo a destra, quindi da ciò si può facilmente e rapidamente stabilire che il *task* è falso. Finora, sia nella prima scheda che nella seconda, sono stati proposti *task* che

coinvolgevano somme o moltiplicazioni. Il *task 3* dovrebbe stimolare gli apprendenti a domandarsi cosa renda uguali due oggetti matematici. L'uguaglianza contiene numeri ed operazioni uguali ma c'è un aspetto importante, associato all'ordine in cui appaiono nell'uguaglianza. Come si può notare, nel *task 3* della tabella 5.1 l'ordine dei numeri è stato invertito, ma l'uguaglianza resta vera poiché l'operazione coinvolta gode della proprietà commutativa. Al contrario, nel *task 2* della nuova sequenza, oltre alla somma, che segue tale proprietà, c'è anche la sottrazione, per la quale l'ordine dei numeri è fondamentale. In definitiva, per alcune operazioni l'ordine dei numeri è irrilevante, mentre per altre, come la sottrazione, non è possibile affermare lo stesso. Il *task 3* offre un altro esempio di operazione che non rispetta la proprietà commutativa. Così come per la sottrazione, anche nella divisione l'ordine dei numeri è essenziale. Le ultime due schede appartenenti a questa categoria pongono l'accento su alcune proprietà delle operazioni e, soprattutto, sulle relazioni fra numeri, le cui uguaglianze includono numeri sempre più grandi, sono disposte in ordine crescente di difficoltà.

La Figura 5.1 riporta un esempio di scheda con uguaglianze vero/falso. Di seguito, si propone una sequenza di uguaglianze incomplete che è stata somministrata nella seconda parte del *case study*. Come suggerito dagli autori del già citato libro *Thinking Mathematically* (Carpenter, Franke et al. 2003), sono state assegnate dapprima uguaglianze vero/falso, come punto di partenza per avviare del *reciprocal scaffolding* su alcuni aspetti del pensiero relazionale. Carpenter, Franke et al. (2003) consigliano di assegnare anche *task* incompleti, che potrebbero far emergere procedimenti e motivazioni differenti rispetto alla prima categoria di uguaglianze. In questo caso, agli apprendenti è stato richiesto di completare le uguaglianze con un solo numero mancante e di descrivere il procedimento adottato. Nella tabella 5.3 si presentano le uguaglianze proposte in una delle ultime due schede.

Tabella 5.3: Esempio di sequenza di uguaglianze con un termine incognito

Indice	Task
1	$51 + 76 = 51 + \dots$
2	$69 + 32 = 68 + \dots$
3	$57 + 13 = \dots + 10$
4	$72 + 27 - 27 = \dots$
5	$67 + 37 - 35 = \dots$
6	$92 - 47 = 90 - \dots$
7	$85 - 77 = \dots - 7$

Anche in questo caso, per brevità, saranno illustrati solo alcuni dei *task* mostrati nella tabella. Nel *task 1* si presenta un'uguaglianza con tre termini noti, di cui due a sinistra dell'uguale e uno a destra. Nello specifico, il primo numero a sinistra e quello a destra sono identici, così come le operazioni. Questo *task* dovrebbe aiutare gli apprendenti ad osservare più attentamente i numeri coinvolti. Pertanto, affinché l'uguaglianza sia vera, è essenziale che essi comprendano che, così come il primo termine a sinistra e il primo a destra sono identici, anche il numero mancante dovrebbe essere identico al secondo termine a sinistra. Inoltre, tale compito dovrebbe, sperabilmente, scoraggiare l'uso di procedure di calcolo, dal momento che i numeri presenti sono uguali. Il *task 2* attira l'attenzione degli apprendenti sulle relazioni fra i numeri, scoraggiando il ricorso ai calcoli. In questo caso, si

potrebbero individuare numeri molto vicini fra loro e capire di quanto differiscano, per scoprire il termine incognito. Ad esempio, 69 e 68 sembrano numeri vicini fra loro, quindi, dato che 69 è di 1 unità più grande di 68, basterebbe aggiungere 1 unità al 32 per ottenere il termine incognito. Infine, il *task* 6 risulta essere molto interessante. Come nel *task* precedente, bisognerebbe prestare attenzione alle relazioni fra i numeri presenti, con una piccola accortezza. Mentre nel *task* 2 si toglie/aggiunge una certa quantità dal primo membro per aggiungerla/toglierla dal secondo, in questo compito non è possibile applicare il medesimo ragionamento. Nella sottrazione è necessario togliere la stessa quantità da entrambi i termini noti a sinistra per ottenere il numero mancante. In questa uguaglianza esistono due numeri vicini fra loro, quali 92 e 90, la cui differenza è di 2 unità, pertanto, affinché l'uguaglianza risulti vera, è sufficiente togliere 2 unità da 47 per scoprire il numero mancante.

Come già affermato nella prima parte del paragrafo, queste schede mostrano solo una delle quattro pratiche evidenziate dallo studio dei lavori di Carpenter, Franke et al. (2003), Carpenter, Levi et al. (2005) e Jacobs et al. (2007), ossia, la selezione di *task* adeguati, che può essere considerato uno *scaffolding means*. A quest'ultimo ne abbiamo aggiunto altri due: la disposizione di tali *task* in un determinato ordine, di modo che il raggiungimento della competenza matematica avvenga in modo graduale e segua un ordine di esplorazione dei concetti, nonché la richiesta di motivare la risposta data, per sollecitare gli apprendenti a definire e giustificare le proprie idee. In particolare modo, la disposizione dei *task* è stata concepita con la consapevolezza che tale ordine potrebbe non essere rispettato. Infatti, riteniamo che alcuni apprendenti potrebbero scegliere di risolvere prima *task* reputati più semplici, per poi avere più tempo da dedicare a quelli più complicati. Inoltre, non ci aspettiamo che la richiesta di scrittura avvenga subito dopo la risoluzione del *task* associato. In generale, abbiamo concepito quest'ultima domanda come un *questioning* di dominio concettuale, con l'intento di portare ad una riflessione sulle relazioni individuate nelle uguaglianze assegnate. Ciononostante, siamo ben consapevoli del fatto che gli apprendenti possano interpretare una simile richiesta anche da un punto di vista euristico, descrivendo pedissequamente le procedure attuate. Scorrendo tutte le schede presenti negli allegati, il lettore potrà constatare che ognuna di esse verte su uno degli argomenti descritti in 3.3. Nello specifico, abbiamo concepito tutte le sequenze di uguaglianze per accompagnare gli apprendenti passo dopo passo nella comprensione dei concetti legati al pensiero relazionale. Infatti, questi ultimi sono stati analizzati e parcellizzati in modo che ciascun *task* veicolasse un aspetto particolare. Tutto ciò dovrebbe permettere di acquisire progressivamente una visione completa di tali argomenti, contribuendo al raggiungimento della competenza matematica.

5.1.2 Secondo *material scaffold*: il videogioco educativo *Matematica Superpiatta*

Il secondo *scaffold* adottato nell'ambito del *case study* è di tipo digitale, più precisamente, un videogioco educativo. In generale, i videogiochi hanno la capacità di fornire dei *feedback*, che, come illustrato in 2.5.2, rappresentano la forma più basilare di assistenza di diversi software. Questo elemento garantisce una certa interattività fra l'utente e il mezzo tecnologico, quindi può essere considerato come un vero e proprio *scaffolding means* (si veda 2.3.1). Nel paragrafo Supporti tecnologici, oltre all'importanza

del *feedback*, si è accennato alle potenzialità di diversi mezzi digitali, nei quali è possibile sviluppare meccanismi in grado di prevedere anche altri *scaffolding means*.

Matematica Superpiatta¹ è un videogioco educativo che include diverse attività relativamente ad argomenti curriculari di Matematica per il primo ciclo. È stato ideato, progettato e sviluppato dal prof. Leonardo Guidoni del Dipartimento di Scienze Fisiche e Chimiche (DSFC) dell'Università degli Studi dell'Aquila, con l'intento di stimolare e veicolare l'apprendimento di concetti matematici attraverso piccole sfide, o puzzle. Il videogioco è stato sviluppato a partire dal motore di gioco di Minetest², cioè, una versione gratuita ed open-source, che può essere scaricata e modificata tramite appositi programmi, del ben noto videogioco commerciale *Minecraft*³. Infatti, Matematica Superpiatta presenta gran parte delle caratteristiche grafiche e delle dinamiche di gioco di quest'ultimo, quali, ad esempio, l'ambientazione tridimensionale a blocchi, nel quale sono presenti diversi elementi (terra, sabbia, pietra, erba, eccetera), la possibilità di modificare l'ambiente collocando o spaccando dei blocchi e di arricchire l'inventario, composto principalmente da strumenti utili per interagire con il mondo. Mentre in *Minecraft* è possibile prevedere degli ambienti con valli e rilievi, nel caso di Matematica Superpiatta è stato deciso di crearne uno totalmente piatto, da cui deriva il nome del videogioco. Esattamente come in *Minecraft*, anche Matematica Superpiatta consente di avere un'esperienza di gioco sia in prima persona, per cui la prospettiva del mondo dell'utente è uguale a quella del personaggio, del quale non è possibile vedere il corpo, ma soltanto gli strumenti usati o le mani, sia in terza persona, per cui sono visibili le fattezze del personaggio impersonato dall'utente.

In generale, come già detto, il videogioco consta di diverse attività, che corrispondono a mondi differenti, concernenti argomenti matematici in linea con le Indicazioni Nazionali per il Curricolo e rivolte principalmente a studenti di scuola primaria e secondaria di I grado. A ciascuna attività è associato un livello di difficoltà, stabilito in base al grado scolastico degli apprendenti. Inoltre, esse sono composte da diversi "minigiochi" (*minigames*, in inglese), ovvero, piccole sfide inerenti all'argomento matematico affrontato nell'attività stessa, ordinate in base ad un grado di difficoltà crescente e da risolvere nel più breve tempo possibile. Naturalmente, come in qualsiasi videogioco, è stato previsto un sistema di punteggio. In poche parole, ogni attività considera un punteggio globale, dato dalla somma dei punteggi ottenuti al completamento dei singoli minigiochi. In aggiunta, se gli apprendenti riescono a risolvere le sfide matematiche nel più breve tempo possibile, oltre al punteggio base, è previsto anche un bonus, che equivale all'assegnazione di un maggior numero di punti.

Questo videogioco è stato pensato per essere proposto specialmente in ambito didattico. Per rispondere alle esigenze di varie realtà scolastiche italiane, Matematica Superpiatta è fruibile in base al Sistema Operativo in uso. Prima di iniziare a giocare, è essenziale avere un profilo digitale, cioè, un nome utente e una password, da poter inserire nella finestra di Login rappresentata dalla Figura 5.2. Le istruzioni per muoversi all'interno dell'ambiente tridimensionale usando un PC sono abbastanza semplici, difatti, basta premere

- il tasto **W** per andare avanti;

¹Per maggiori informazioni, visitare il sito <https://www.matematicasuperpiatta.it/>

²Per maggiori informazioni, visitare il sito <https://www.minetest.net/>

³Per maggiori informazioni, visitare il sito <https://www.minecraft.net/it-it>

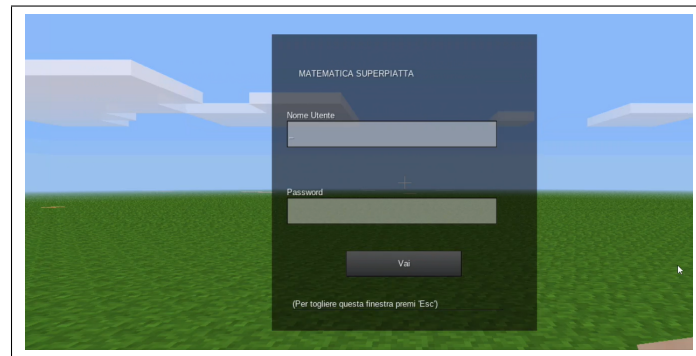


Figura 5.2: Schermata di login, in cui inserire username e password

- il tasto **S** per andare indietro;
- il tasto **A** per andare a sinistra;
- il tasto **D** per andare a destra;
- la **barra spaziatrice** per saltare;
- il tasto **I** per accedere all'inventario;
- il tasto destro per inserire un blocco oppure leggere le istruzioni, una volta selezionato il cartello etichettato con la lettera **i**;
- il tasto sinistro per prendere un blocco;
- il tasto **ESC** per tornare al menu principale.

Dopo aver inserito le credenziali di accesso, usando i primi quattro comandi appena descritti, l'utente può iniziare a sondare un ambiente completamente piatto. Guardandosi intorno, cioè, spostando il cursore del mouse in entrambe le direzioni ed andando avanti, è possibile scorgere la cosiddetta "lobby" (5.3), formata da un insieme di pilastri fatti da quattro blocchi diversi: una base in pietra nera, di fianco alla quale è posto un blocco di rocciamadre, sormontata da un altro che riporta, in ogni suo lato, il nome dell'attività a cui si può accedere. In cima ad ogni pilastro c'è un blocco che indica una lanterna. Tali pilastri costituiscono l'ingresso per accedere alle attività. Inoltre, il numero di pilastri presenti nella lobby differisce in base al grado scolastico degli utenti.

Nella lobby, è possibile consultare le istruzioni per muoversi all'interno del gioco cliccando con il tasto destro del mouse sui cartelli etichettati con la lettera **i** (si veda l'immagine 5.4), i quali sono presenti sia all'interno di ciascuna attività sia all'interno dei singoli minigiochi.

Prima di illustrare come entrare in un'attività, è importante conoscere l'inventario, raffigurato in 5.5 e gli strumenti in esso contenuti. L'inventario consiste in uno spazio associato al profilo digitale degli utenti, nel quale è possibile immagazzinare una certa quantità di strumenti e di oggetti di varia natura. Durante il gioco, in basso al centro viene costantemente messo a disposizione degli utenti una versione



Figura 5.3: Lobby



Figura 5.4: Cartello per ottenere istruzioni

dell'inventario di più facile accesso (si veda l'insieme di celle in basso nella Figura 5.3), nella quale sono contenuti tre attrezzi, disponibili sin dal primo accesso al videogioco e necessari per interagire con il mondo tridimensionale: una spada, un piccone e una pala. In aggiunta, all'interno dell'inventario possono essere conservati tutti gli oggetti acquisiti durante il gioco. Ogni oggetto corrisponde ad una singola posizione nell'inventario rapido, a cui si può accedere selezionando un numero da 1 a 8 sulla tastiera numerica. Pertanto, per cambiare strumento o prendere un blocco dall'inventario, basta digitare il numero ad esso associato. La spada serve per attivare i cosiddetti "blocchi di rocciamadre", piazzati in diversi punti del mondo e utili per attivare le risposte date, mentre il piccone è essenziale per rompere i materiali più duri e per inserire blocchi o strumenti nell'inventario. Infine, per poter scavare più in fretta, si può ricorrere alla pala.



Figura 5.5: Inventario

Come già detto poc'anzi, in cima a tali pilastri c'è una lanterna, che, se illuminata, significa che gli utenti possono accedere alla relativa attività. A questo punto, per entrare nell'area di un'attività, basta semplicemente colpire il blocco di rocciamadre attiguo al pilastro.

La modalità di "passaggio" da un ambiente ad un altro è il teletrasporto, che viene comunicata attraverso un messaggio in alto a sinistra e al termine del quale gli apprendenti si imbattono in un nuovo contesto, sempre molto piatto, nel quale sono presenti diversi *portali*, stavolta composti internamente da blocchi di vetro e numerati a partire da 0 (si veda 5.7). Come si può notare da 5.8, a sinistra di ogni portale è collocato un pilastro, simile a quelli presenti nella lobby, dal quale, cliccando con il tasto destro sulla lettera *i*, si possono ottenere informazioni circa l'obiettivo del minigioco, inoltre, se il blocco più in alto è di colore giallo, gli utenti sono abilitati ad entrare.

Per di più, al di sopra di ogni portale relativo ad un minigioco è stato inserito un tabellone che registra il punteggio ottenuto nel puzzle corrispondente (in 5.8). Ogni portale costituisce l'ingresso verso l'ambiente in cui è stato inserito il *task* matematico.



Figura 5.6: Dettaglio portali della lobby

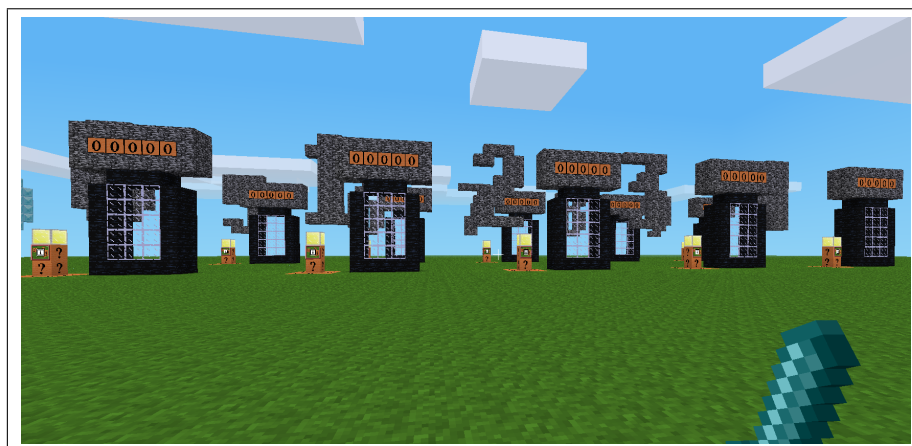


Figura 5.7: Panoramica minigame presenti in un'attività

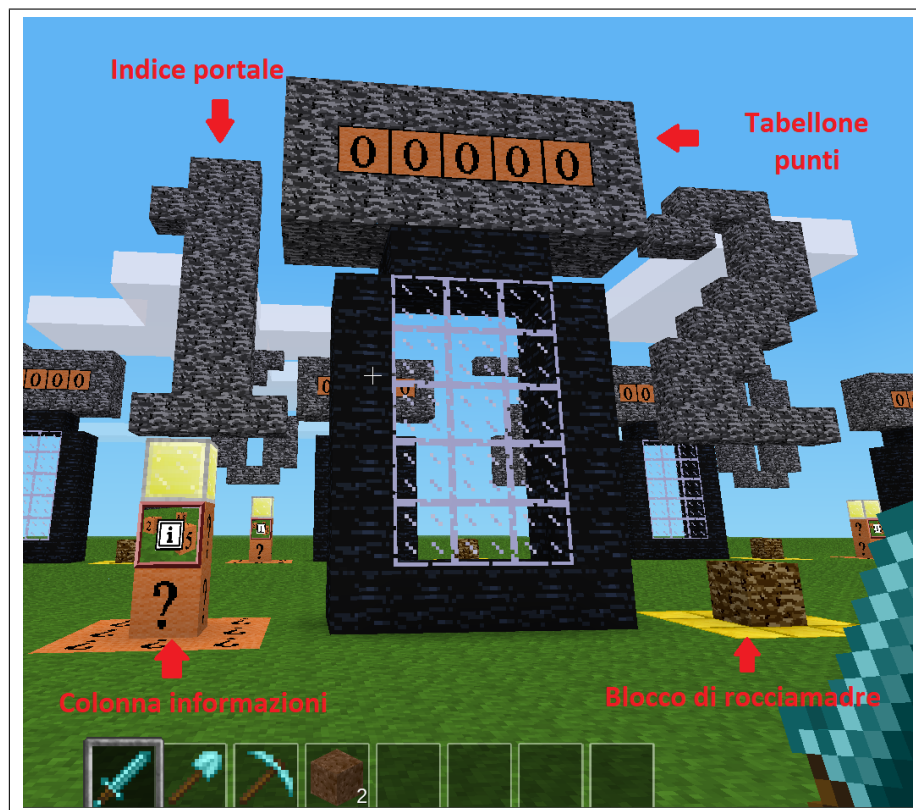


Figura 5.8: Portale di accesso ad un minigame

Per accedere ad un minigioco, è necessario spaccare i blocchi di vetro e saltare all'interno del portale stesso. Completato il teletrasporto, ancora una volta, l'utente si ritrova in un ambiente particolare, formato da elementi spesso insoliti, che compongono il puzzle matematico. L'ambientazione dei minigiochi che comprendono un'attività è sempre la stessa: l'unica variabile è rappresentata dal *task* matematico. Per quanto concerne il *feedback*, dopo aver compiuto una determinata azione nel videogioco, il sistema risponde con un riscontro, che può essere un messaggio testuale sulla correttezza della soluzione, visibile in alto a sinistra. Se la risposta data risulta corretta, allora vengono mostrati i seguenti messaggi: il primo può essere del tipo riportato in 5.9, seguito da un altro, sempre testuale, che aggiorna l'utente sul punteggio ottenuto, a cui si accompagna la rappresentazione stilizzata di un volto sorridente (smile) che campeggia nel cielo (si veda 5.10). Se la risposta fornita risulta sbagliata, allora potrebbero apparire *feedback* aventi le forme evidenziate sia in 5.11 sia in 5.12.



Figura 5.9: Feedback risposta corretta

I puzzle di ogni attività sono stati pensati per essere risolti in modo sequenziale, cioè, rispettando la numerazione degli indici. Effettivamente, non è possibile entrare in un minigioco scelto casualmente senza aver prima portato a termine i precedenti. Tutto ciò è deducibile dal fatto che, all'uscita da un minigioco non ancora ultimato, il pilastro del portale successivo non risulterà illuminato. In altre parole, il completamento di un minigame rende accessibile il successivo portale.

Nella maggior parte dei videogiochi accumulare un numero sempre maggiore di punti consente di acquistare, ad esempio, oggetti o altro, in grado di aiutare gli apprendenti a progredire e ad interagire con il gioco. Stando a quanto affermato da Dondlinger (2007), tali ricompense costituiscono una fonte di motivazione estrinseca. In buona parte dei minigame di Matematica Superpiatta, infatti, gli apprendenti hanno la possibilità di convertire, tramite appositi blocchi di rocciamadre situati a destra di ciascun portale (in 5.13), il punteggio ottenuto in centesimi di euro.

Le monete ricavate possono essere utilizzate per acquistare strumenti od oggetti all'interno di un portale speciale presente in molte attività del videogioco, chiamato "negoziò" (si veda 5.14). Gli eventuali acquisti possono essere usati per divertirsi all'interno del mondo tridimensionale.

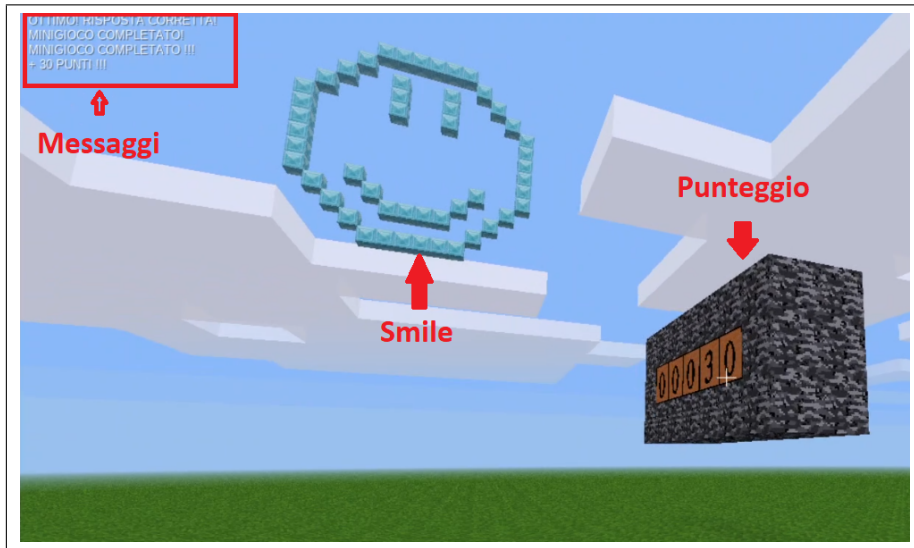


Figura 5.10: Messaggi ottenuti in caso di risposta corretta



Figura 5.11: Feedback risposta errata



Figura 5.12: Feedback risposta errata



Figura 5.13: Conversione del punteggio in denaro

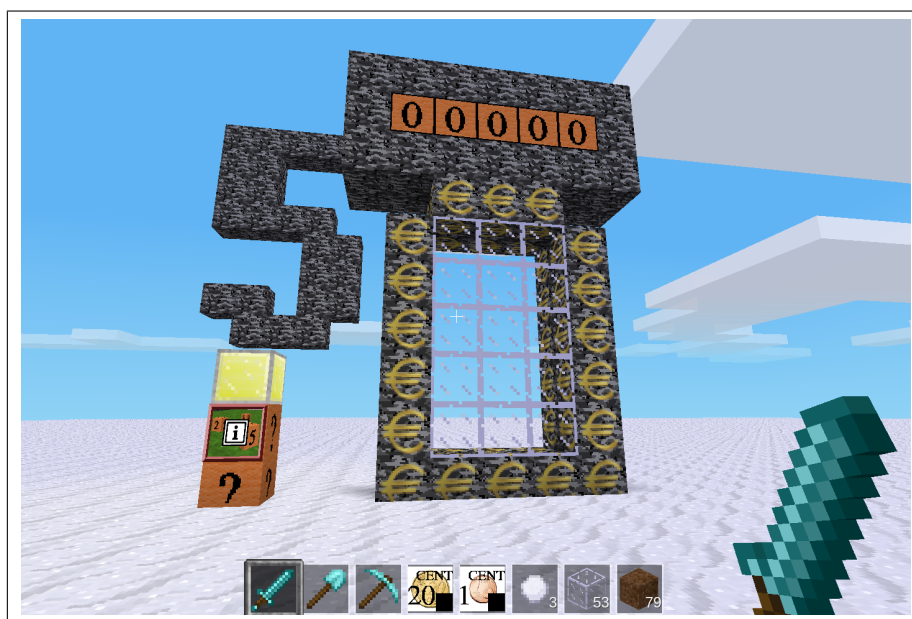


Figura 5.14: Portale speciale chiamato negozio

Nell'ambito della suddetta prova sul campo sono state proposte le seguenti attività matematiche presenti nel videogioco: *Parkour Uguaglianze* e *Piscine Uguaglianze*, entrambe inerenti ai diversi aspetti del pensiero relazionale.

I minigiochi che compongono la prima attività, vale a dire Parkour uguaglianze, sono numerati da 0 a 8. L'ultimo portale permette di accedere al negozio. La loro ambientazione prevede un percorso insidioso in salita, che in alcuni punti presenta delle buche, lungo il quale sono state inserite delle uguaglianze complete, formate da blocchi di numeri ed operazioni.



Figura 5.15: Esempio di minigame di Parkour Uguaglianze

Al di sotto delle uguaglianze sono stati collocati altri due blocchi, uno etichettato con la lettera V,



Figura 5.16: Task presenti in un minigame

solitamente a sinistra, l'altro con F a destra. La posizione di tali blocchi può, in alcuni casi, risultare invertita. Dietro a questi ultimi sono presenti due blocchi di rocciamadre, importanti per attivare la propria scelta. Ogni uguaglianza lungo il percorso è seguita da alcuni cancelli, costituiti da serie di blocchi trasparenti, che impediscono agli utenti di procedere e che scompaiono non appena viene risolto il *task*. Prima di poter proseguire, infatti, gli apprendenti dovrebbero determinare se l'uguaglianza proposta sia vera o falsa, quindi colpire con la spada la rocciamadre corrispondente al blocco scelto.

Qualora la risposta risulti corretta, gli utenti sono autorizzati a procedere, altrimenti, in sostituzione di quello precedente, viene avvisato, attraverso un messaggio di testo visibile in alto a sinistra, che verrà proposto un altro *task* matematicamente equivalente, scelto da un insieme di *task* alternativi.

In generale, ciascun minigame contempla un percorso in salita con al più quattro uguaglianze diverse. Nello specifico, il grado di difficoltà delle uguaglianze aumenta da un minigioco ad un altro. In aggiunta, ad ogni nuovo accesso ad un minigioco già completato, viene proposto un *task* diverso da quello già affrontato, nello specifico, il primo di una sequenza di *task* prestabiliti. In sostanza, l'ingresso ripetuto ad un minigioco consente di guadagnare un punteggio maggiore che, a sua volta, favorisce l'acquisto di un gran numero di oggetti. Durante la risoluzione dei *task*, se la risposta data è corretta, si può ricevere un *feedback*, che informa gli utenti della correttezza della risposta. Altrimenti, come si può vedere nell'immagine 5.19, viene mostrato un messaggio che esorta gli apprendenti a ritentare, quindi il *task* viene sostituito con un altro stabilito a priori. Tutto ciò non implica che, in caso di risposta corretta, il sistema non reagisca. Come già spiegato, una volta colpito il blocco giusto, l'insieme di blocchi che preclude il passaggio viene spostato quindi l'utente ha la possibilità di andare avanti (si veda l'Immagine 5.20).

In ultimo, il messaggio relativo al punteggio ottenuto e lo smile appaiono solamente dopo aver risolto correttamente tutti i *task* del minigame (si veda 5.21).

Un'ulteriore caratteristica dei minigiochi di Parkour Uguaglianze è la presenza non soltanto dei diversi tipi di *feedback*, ma anche di messaggi specifici, relativamente al *task* matematico, che vengono

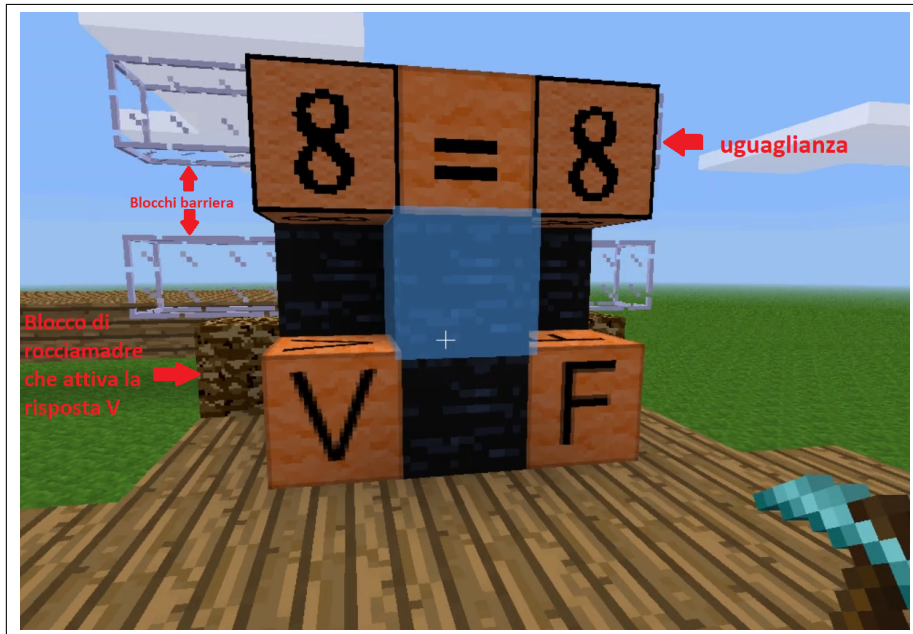


Figura 5.17: Esempio di uguaglianza nel primo minigame di Parkour Uguaglianze



Figura 5.18: Esempio di messaggio restituito in caso di risposta errata

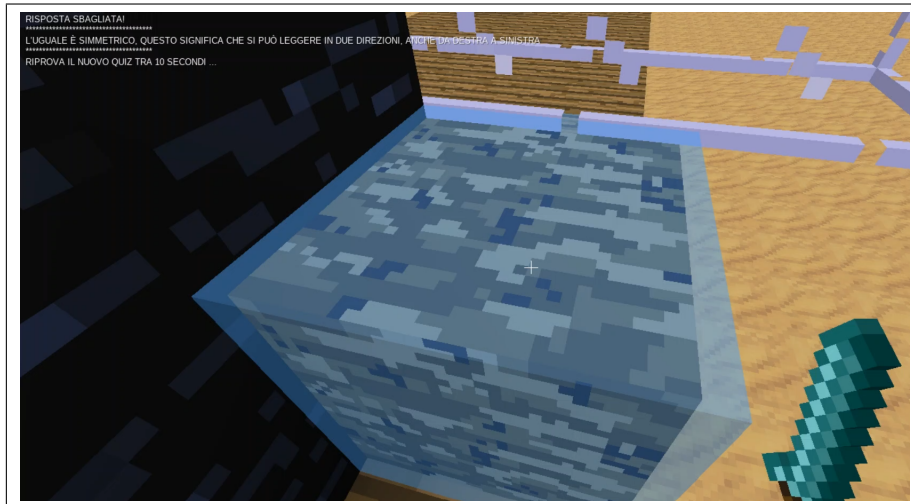


Figura 5.19: Altro esempio di messaggio in caso di risposta errata



Figura 5.20: Risposta corretta: i cancelli scompaiono



Figura 5.21: Messaggi ricevuti una volta completato un minigame di Parkour Uguaglianze

restituiti all'utente in risposta ad una sua azione. In aggiunta, le potenzialità del mezzo tecnologico hanno permesso di includere, oltre ai *task*, anche altri elementi, esplicitati nella tabella 5.4 e la cui funzione sarà spiegata in seguito. Nella seguente tabella vengono riportate le prime tre uguaglianze incontrate in 5.2 e inserite nel minigioco 2 della suddetta attività. Per ognuna di esse sono stati previsti dei *task alternativi* che, come già spiegato, costituiscono un insieme di uguaglianze stabilite a priori, che sostituiscono il *task* di partenza in caso di errore o di nuovo accesso ad un minigioco completato, e, per finire, i messaggi di risposta, visibili in caso di errore e legati a ciascun *task*.

Tabella 5.4: Task presenti nel minigioco 2, con *means* di risposta e *task* alternativi

Indice	Task	Messaggi di risposta in caso di errore	Task alternativi
1	$9 + 5 = 14 + 5$	"Attenzione che a destra dell'uguale c'è anche 5."	1. $2 + 3 = 5 + 3$ 2. $3 + 6 = 9 + 6$ 3. $5 + 7 = 12 + 7$ 4. $8 + 9 = 17 + 9$
2	$5 + 10 - 5 = 5 + 5 - 10$	"I numeri e le operazioni sono uguali, ma l'ordine in cui sono messi no." "Le due espressioni sono comunque equivalenti?"	1. $2 + 5 - 2 = 2 + 2 - 5$ 2. $4 + 3 - 2 = 4 + 2 - 3$ 3. $6 + 8 - 5 = 6 + 5 - 8$ 4. $9 + 6 - 4 = 9 + 4 - 6$
3	$10 \div 2 = 2 \div 10$	"In una divisione posso cambiare l'ordine dei termini?" "Ti ricordi quali operazioni godono della proprietà commutativa?"	1. $4 \div 2 = 2 \div 4$ 2. $6 \div 3 = 3 \div 6$ 3. $8 \div 4 = 4 \div 8$ 4. $9 \div 3 = 3 \div 9$

Come illustrato nel paragrafo precedente, il *task* 1 è falso in quanto, sebbene ci siano due numeri uguali, il primo termine differisce in entrambi i membri. Ogniqualevolta l'utente risponda in modo errato, viene proposta una delle uguaglianze presenti nell'elenco della riga 1. In effetti, la lista contiene *task* matematicamente equivalenti, con numeri leggermente più piccoli, in cui il secondo termine a sinistra e il secondo a destra sono identici, mentre cambia il primo addendo da un membro all'altro. Inoltre, qualora la risposta dell'utente risultasse errata, si è pensato di mostrare un messaggio che metta in guardia l'apprendente da un uso procedurale del simbolo uguale, evidenziando la presenza di un secondo termine a destra. Per quanto riguarda il *task* 2, le uguaglianze alternative ripropongono le

medesime relazioni fra numeri. Nello specifico, anche se i numeri coinvolti sono identici in entrambi i membri delle uguaglianze, il loro ordine è invertito. In caso di errore, per supportare l'apprendente nella risoluzione del *task*, è stato inserito un messaggio in grado di focalizzare l'attenzione degli apprendenti sull'ordine dei numeri. L'obiettivo è che gli apprendenti giungano alla conclusione che, nonostante in questo caso numeri ed operazioni siano uguali, per alcune operazioni aritmetiche è importante l'ordine in cui appaiono i numeri nell'uguaglianza. Infine, il *task* 3 è un esempio di applicazione della proprietà commutativa, in cui dividendo e divisore compaiono in ordine inverso al secondo membro.

La seconda attività matematica, cioè, Piscine uguaglianze, è anch'essa formata da diversi minigiochi, numerati da 0 a 14, dove l'ultimo portale rappresenta il negozio. Come si può notare da 5.22, in ogni minigioco di questa attività viene generata una piscina, il cui fondo è pieno di blocchi di numeri, da 0 a 100. In uno dei bordi lunghi della piscina viene mostrata un'unica uguaglianza, composta da blocchi che rappresentano sia i termini noti sia le operazioni coinvolte, alla quale manca un termine. Accanto all'uguaglianza si trova un blocco di rocciamadre. Lo scopo dei minigiochi è di individuare nella piscina il numero mancante e di posizionarlo nel buco.



Figura 5.22: Ambientazione minigiame Piscine Uguaglianze

Pertanto, l'utente deve immergersi sott'acqua alla ricerca del numero corrispondente, e, una volta trovato, inserirlo nell'inventario usando il piccone. Dopo essere riemersi dalla piscina usando la barra spaziatrice, basta posizionare il blocco trovato nel buco e colpire con la spada il blocco di rocciamadre di fianco all'uguaglianza. Di conseguenza, in alto a sinistra viene mostrato un messaggio di testo, che equivale ad un *feedback*, sulla correttezza della risposta data. Se quest'ultima risulta corretta, allora vengono restituiti i messaggi presenti in 5.23. Altrimenti, il sistema reagisce con un altro *feedback* testuale, in cui gli utenti sono invitati a ritentare, quindi l'uguaglianza di partenza viene sostituita da un'altra matematicamente equivalente, scelta da un insieme predeterminato di *task*. Come nella precedente attività, anche in questo caso gli utenti/apprendenti hanno la possibilità di accedere

nuovamente ad un minigioco già completato e di risolvere un *task* diverso da quello già affrontato. Inoltre, i minigiochi sono stati ordinati in senso crescente di difficoltà.

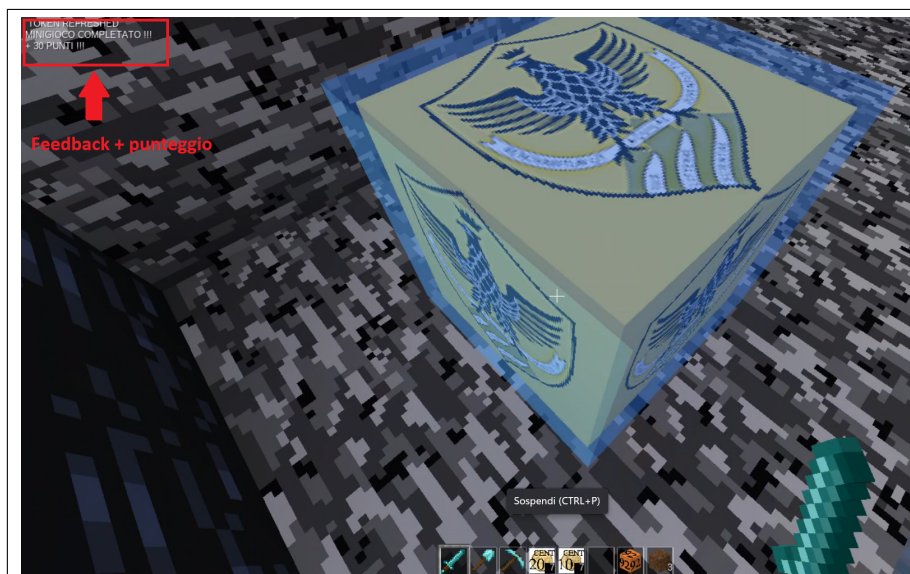


Figura 5.23: Risposta corretta

La tabella 5.5 contiene le uguaglianze inserite nei primi sette minigiochi, quelli da 0 a 6, nonché l'insieme di *task* alternativi, ognuno dei quali è stato pensato preventivamente e viene proposto ad ogni tentativo fallito, infine, i messaggi di risposta, specifici per ogni *task*. Durante la risoluzione dei minigiochi della suddetta attività, si è richiesto di descrivere il procedimento adottato sul diario di bordo.

Di seguito, si descriveranno alcuni *task*, quelli alternativi ad essi associati e i rispettivi messaggi di risposta. Il *task* 1 presenta due addizioni: in quella di sinistra i due addendi sono noti, mentre in quella di destra manca un termine. Inoltre, due numeri dell'uguaglianza, cioè, il primo a sinistra e il primo a destra, sono uguali. Gli apprendenti dovrebbero comprendere che basterebbe inserire un numero identico al secondo termine a sinistra affinché l'uguaglianza sia vera. Nei *task* alternativi sono state incluse uguaglianze con le medesime relazioni fra numeri. Consideriamo il primo *task* dell'elenco: anche in questo caso vengono assegnate due addizioni fra coppie di numeri, una delle quali, quella a sinistra, ha entrambi i termini noti, la seconda, invece, ha un solo termine noto. Tutte le uguaglianze alternative associate al *task* 1, anche se con numeri diversi, rispettano queste relazioni. Il messaggio che viene restituito in caso di risposta errata invita gli apprendenti ad osservare l'uguaglianza nella sua interezza e ad individuare se sono coinvolti numeri identici. Il *task* 4 è molto interessante: si tratta di un'uguaglianza con un'addizione e una sottrazione, in cui tre termini sono noti. Gli apprendenti dovrebbero concludere che aggiungendo e togliendo una stessa quantità l'uguaglianza resta invariata. Alcuni di essi, fedeli ad una visione procedurale del simbolo uguale, potrebbero eseguire prima l'addizione $72 + 27$ quindi sottrarre 27 al risultato della precedente somma. Probabilmente tutto ciò è dovuto



Figura 5.24: Risposta errata

Tabella 5.5: Task presenti nei primi 7 minigiochi, con *means* di risposta e *task* alternativi

Indice	Task	Messaggi	Task alternativi
1	$51 + 76 = 51 + \dots$	“Ci sono dei termini uguali a sinistra e a destra dell'uguale?”	1. $24 + 30 = 24 + \dots$ 2. $28 + 32 = 28 + \dots$ 3. $30 + 23 = 30 + \dots$ 4. $45 + 39 = 45 + \dots$
2	$69 + 32 = 68 + \dots$	“Ci sono dei termini simili a destra e a sinistra dell'uguale?” “Puoi sfruttare questa similitudine per trovare il numero che manca?”	1. $25 + 18 = 24 + \dots$ 2. $29 + 22 = 28 + \dots$ 3. $36 + 29 = 35 + \dots$ 4. $47 + 41 = 46 + \dots$
3	$57 + 13 = \dots + 10$	Se la risposta è 70, “Attento che a destra dell'uguale c'è già 10!” Altrimenti, “Posso vedere 13 come $10 + 3$?”	1. $15 + 14 = \dots + 10$ 2. $25 + 18 = \dots + 10$ 3. $34 + 15 = \dots + 20$ 4. $45 + 14 = \dots + 10$
4	$72 + 27 - 27 = \dots$	“Se aggiungo e tolgo lo stesso numero che cosa succede?”	1. $20 + 5 - 5 = \dots$ 2. $36 + 18 - 18 = \dots$ 3. $42 + 15 - 15 = \dots$ 4. $56 + 24 - 24 = \dots$
5	$67 + 37 - 35 = \dots$	“Potresti trovare il risultato concentrandoti solo su $37 - 35$?”	1. $18 + 4 - 2 = \dots$ 2. $27 + 13 - 11 = \dots$ 3. $39 + 18 - 15 = \dots$ 4. $55 + 24 - 21 = \dots$
6	$92 - 47 = 90 - \dots$	“Ci sono dei termini simili a destra e a sinistra dell'uguale?” “Puoi sfruttare questa similitudine per trovare il numero che manca?”	1. $20 - 18 = 18 - \dots$ 2. $32 - 14 = 30 - \dots$ 3. $39 - 23 = 37 - \dots$ 4. $57 - 35 = 55 - \dots$
7	$85 - 77 = \dots - 7$	“Puoi sfruttare la differenza che c'è fra 70 e 77 per trovare il numero mancante?”	1. $28 - 14 = \dots - 7$ 2. $36 - 22 = \dots - 12$ 3. $48 - 34 = \dots - 14$ 4. $66 - 52 = \dots - 12$

alla forma dell'uguaglianza, cioè $a + b = c$. In caso di errore, il sistema risponde con un messaggio che pone l'accento sulla sottrazione fra i due numeri uguali, che non ha effetti sul primo termine.

Coerentemente con la domanda di ricerca, formulata in 3.5, dei tre aspetti considerati, ovvero, *means*, *intention* e ambito matematico, si è scelto di mantenere costanti gli ultimi due per osservare quali *means* vengano attivati durante lo svolgimento di *task* con i due *material scaffold*. A tal proposito, è risultato imperativo far sì che le attività matematiche proposte in entrambi i supporti fossero uguali. Ciononostante, a differenza delle schede, il videogioco non contempla la possibilità di motivare una risposta. Inoltre, dai dati di gioco non è possibile avere un quadro ben definito del ragionamento degli apprendenti. Per creare un'attività matematica speculare a quella descritta nelle schede, abbiamo scelto di includere uno *scaffold cartaceo* integrativo, chiamato "diario di bordo", visto che il suo scopo era di accompagnare gli apprendenti durante la risoluzione dei *task* presenti nelle due attività esposte poc'anzi. In sintesi, la sua funzione principale era di invitare gli apprendenti a riportare nero su bianco il motivo per cui avessero scelto una determinata soluzione.

Per giunta, nel corso del *case study* è stato utilizzata una Web App, ovvero, un'interfaccia online dedicata agli insegnanti, allo scopo di supportarli nel monitoraggio delle attività degli studenti all'interno del videogioco. Tale mezzo digitale può essere considerato uno *scaffolding means* per insegnanti e ricercatori, per assistere al meglio gli apprendenti nello svolgimento delle attività presenti in Matematica Superpiatta. Tramite questa Web App è possibile visualizzare una certa quantità di informazioni relativamente ai risultati di gioco dei solutori, come, ad esempio, la data e l'ora dell'ultimo accesso ad un'attività o ad un minigioco specifico, il punteggio ottenuto in un'attività o in un minigioco. Una prima caratteristica della Web App è la possibilità di avere una panoramica dei risultati di gioco delle proprie classi, in particolare, questa interfaccia consente di

- controllare l'ultimo accesso alle attività e ai minigiochi;
- ottenere dei dati sui risultati ottenuti dagli apprendenti, in termini di risposte corrette ed errate, numero di minigiochi completati, punti guadagnati, tempo impiegato per risolvere i *task*, il numero di tentativi, e così via.

Nella pagina rappresentata in Figura 5.25, è possibile visualizzare la seguente tabella, nelle cui righe sono presenti i nomi degli studenti, nelle cui colonne, invece, oltre a data e ora dell'ultimo accesso, i nomi di ciascun minigioco. Cliccando sul tasto **i** accanto al nome di ogni minigame si può visualizzare la tipologia di *task* assegnato. Inoltre, ogni cella esplicita il rapporto fra il numero di risposte corrette e il numero di risposte date, quest'ultimo pari al numero di tentativi; il valore di tale rapporto in percentuale, il punteggio ottenuto nel minigioco ed il collegamento ad una pagina con il dettaglio delle risposte. Per comprendere se un minigioco è stato completato, basta osservare la barra blu presente in ogni cella della tabella: se è piena, vuol dire che il minigame è stato completato. Inoltre, sempre in ogni cella, appare un collegamento ipertestuale ad un'altra pagina, quella rappresentata in Figura 5.26.

Questa pagina permette di visualizzare nel dettaglio le risposte date da ciascun apprendente. Più precisamente, è possibile conoscere la data e l'ora di accesso e uscita da un minigioco, inoltre, le soluzioni fornite dagli apprendenti sono disposte su due file, una per quelle corrette, l'altra per quelle

#	Nome	Ultimo accesso	Abilitato a 17 studenti	Abilitato a 15 studenti	Abilitato a 13 studenti	Abilitato a 12 studenti
			Parkour relazionale A i	Parkour relazionale B i	Parkour relazionale C i	Parkour relazionale D i
↑↓	↑↓	↑↓	$a+b=c+d$	$a*b=c*d$	$a-b=c-d$	$a/b=c/d$
5031 AQPI5A01	[redacted]	07 May 2021 21:21	---	---	---	---
5032 AQPI5A02	[redacted]	07 May 2021 21:20	10 / 10 100% Punti : 30 Vedi	6 / 7 85% Punti : 30 Vedi	10 / 11 90% Punti : 30 Vedi	8 / 8 100% Punti : 30 Vedi
5033 AQPI5A03	[redacted]	07 May 2021 21:17	4 / 4 100% Punti : 30 Vedi	2 / 2 100% Punti : 0 Vedi	---	---
5034 AQPI5A04	[redacted]	07 May 2021 21:19	12 / 16 75% Punti : 30 Vedi	6 / 6 100% Punti : 30 Vedi	5 / 5 100% Punti : 30 Vedi	13 / 18 72% Punti : 30 Vedi

Figura 5.25: Pagina con dati generali sui progressi dei giocatori nella piattaforma.

errate. Ogni fila è composta da tre righe: nella prima, evidenziata in grigio, è riportato il *task* assegnato, unitamente a due possibili soluzioni, una corretta e l'altra errata, calcolate dal videogioco; nella seconda si evidenzia la risposta corretta, cioè, quella che il sistema si aspetterebbe di ricevere, e nell'ultima la soluzione scelta dal solutore. Per ripercorrere lo storico delle risposte, è necessario leggerle dal basso verso l'alto, cioè, a partire dalla meno recente. L'immagine 5.26 descrive il dettaglio delle risposte date da un utente per il *task* incompleto $50 + 39 = \dots + 37$. In alto a sinistra si può leggere il tempo impiegato per risolvere il *task*, dato dalla differenza fra l'orario di accesso e quello di uscita dal minigioco. Nello specifico, l'utente selezionato ha compiuto tre tentativi per risolvere questo *task*, due errati, presenti a destra ed evidenziati di rosso, e uno corretto, visibile a sinistra ed evidenziato di verde. Per quanto concerne i primi due, inizialmente, sembra che il giocatore abbia scelto come termine mancante il blocco di numero 48. Avendo ricevuto un *feedback* di risposta errata, è stato proposto un secondo *task*, cioè, $24 + 29 = \dots + 27$, la cui risposta sembra essere stata 22. Infine, in un terzo tentativo, in cui è stato riproposto il *task* di partenza, è stata data la risposta corretta. Grazie a questa pagina è stato possibile dedurre il tempo di risoluzione e quali e quanti *task* fossero stati affrontati, risolti e, in ultimo, il numero di volte in cui il *task* di partenza è stato sostituito da un altro matematicamente equivalente.

Per concludere, è essenziale mettere in risalto gli elementi essenziali del *sistema di scaffolding* formato da videogioco, Web App e diario di bordo. In generale, la piattaforma Matematica Superpiatta prevede:

- la selezione e la disposizione in un certo ordine di *task*. Alcuni elementi del gioco, quali, ad esempio, l'impossibilità di proseguire il cammino in salita o di accedere ad un nuovo minigioco senza aver prima completato il precedente, impongono di seguire i *task* nell'ordine prestabilito;
- la sostituzione dei *task* di partenza con altri matematicamente equivalenti, predisposti a priori;
- la richiesta di motivare le proprie risposte, che può essere vista come un *questioning* concettuale;

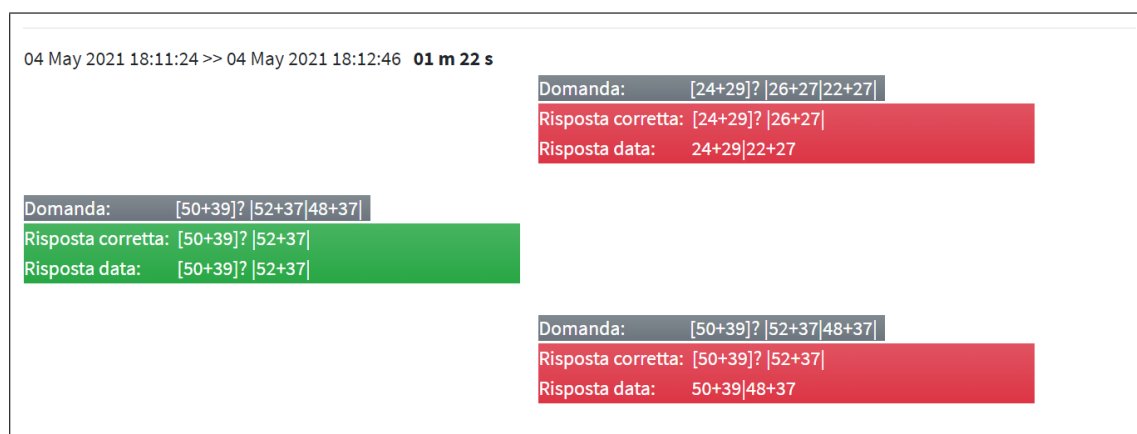


Figura 5.26: Pagina del dettaglio delle risposte

- la possibilità di monitorare e di selezionare le risposte degli apprendenti;
- i diversi tipi di messaggio di risposta, che possono rappresentare i seguenti *scaffolding means*:
 - *feeding back*: “corretto/errato”, aggiornamento punteggio e smile;
 - uno oppure una combinazione dei seguenti *means*: *questioning*, *hint*, *instructing*, *modeling*. Per esempio, la generica domanda “Puoi sfruttare questa similitudine per trovare il numero che manca?” potrebbe essere interpretata come un *questioning*, mentre “Posso vedere 13 come $10 + 3$ ”, che ha lo scopo di orientare le scelte degli apprendenti, potrebbe ritenersi un *instructing*. La frase “Attento che a destra c’è già 10!” potrebbe rimandare ad un suggerimento (*hint*). Infine, con la domanda “Potresti trovare il risultato concentrandoti solo su $37 - 35$?” si intende mostrare un esempio di procedimento o azione, nel quale si potrebbe intravedere un *modeling*. In fase di progettazione non è sembrato sensato aggiungere delle spiegazioni in merito ai processi di risoluzione, cioè, degli *explaining*, prima dell’esecuzione dei *task* per poi proporre altri simili.

I primi due punti, cioè la selezione e la presenza di *task* alternativi, risultano equivalenti a due dei *means* rilevati nei lavori di Carpenter, Franke et al. (2003), Carpenter, Levi et al. (2005) e Jacobs et al. (2007):

- selezionare *task*;
- inventare o introdurre nuovi *task*.

I messaggi di risposta corretta/errata potrebbero confermare i processi risolutivi degli apprendenti, da un punto di vista sia euristico sia concettuale, pertanto, saranno oggetto di indagine nel capitolo Interazioni fra pari. Tuttavia, siamo anche consapevoli che il messaggio di aggiornamento del punteggio e lo smile abbiano risvolti maggiormente legati ad aspetti di natura affettiva e motivazionale, che non saranno indagati in questa tesi. Inoltre, si evidenziano le seguenti peculiarità del videogioco: la capacità

di adattare i *task* alle risposte degli utenti e la presenza di diversi tipi di messaggi di risposta ad ogni tentativo fallito, che dovrebbero supportare nell'esecuzione dei *task*.

5.2 Sintesi

In questa sezione conclusiva verranno riassunte i principali *means* di ciascun *material scaffold*. In questo modo, la descrizione dei risultati ottenuti risulterà più agevole e puntuale, poiché per ogni *means* di un supporto materiale verranno illustrati i corrispondenti *means* manifestati dagli apprendenti.

Le schede sono un *material scaffold* di tipo cartaceo, nelle quali abbiamo aggiunto un insieme ordinato di uguaglianze relativamente al pensiero relazionale. Essendo un *hard scaffold*, cioè costituito da strategie statiche, è stato possibile implementarne tre, vale a dire, la *selezione*, la *disposizione in un dato ordine* di *task* e la richiesta di motivazione.

Per contro, Matematica Superpiatta è uno *scaffold* di tipo tecnologico, nel quale abbiamo inserito i seguenti elementi: un insieme ordinato di *task*, un altro formato da *task* matematicamente equivalenti che sostituiscono quelli di partenza in caso di errore o di nuovo accesso, infine, dei messaggi di risposta alle azioni degli utenti, in grado di supportarli a progredire nel gioco. In poche parole, in questo *scaffold* sono stati previsti i seguenti *means*:

- *selezione di task*;
- *disposizione ordinata dei task*;
- *introduzione di nuovi task per chiarire le idee matematiche*;
- richiesta di motivare ogni risposta, che, come già stabilito, può essere considerato un *questioning*, concettuale o euristico a seconda dell'interpretazione del designer e degli studenti;
- messaggi di risposta alle azioni degli utenti, interpretabili come uno dei seguenti *means*: *feeding back*, *questioning*, *hint*, *instructing* e *modeling*.

Infine, apriamo una breve riflessione relativa alla disposizione in sequenza dei *task* assegnati, comune ad entrambi gli *scaffold* presentati. Nello specifico, i *task* sono stati disposti sia in ordine crescente di difficoltà sia in base ad un criterio di esplorazione dei concetti, per esempio, dall'idea di uguale come indicatore di relazione di equivalenza alla proprietà commutativa, quindi alle operazioni aritmetiche che la rispettano. Tuttavia, il sequenziamento potrebbe portare ad almeno due scenari diversi. Mentre nella situazione con *scaffold digitale* non sarebbe possibile proseguire il cammino in salita o accedere al minigioco successivo senza aver risolto i *task* o i minigiochi precedenti, nell'alternativa cartacea, invece, gli apprendenti potrebbero decidere di rispondere ai quesiti in un ordine del tutto diverso da quello proposto. Per esempio, avendo dinanzi un insieme di *task*, una coppia di apprendenti, probabilmente ignari dell'ordinamento, potrebbe decidere di iniziare a risolvere i *task* ritenuti più semplici per poi dedicarsi a quelli più complessi. Un'altra possibilità è data dal voler affrontare i *task* nell'ordine prestabilito, lasciando per ultima la scrittura della motivazione per ogni *task*. Diversamente

dal gioco, in cui l'obiettivo principale è proseguire per guadagnare il maggior numero di punti (o soldi), con il materiale cartaceo, in cui i *task* assegnati sono disposti su uno o più fogli sempre a disposizione delle coppie, è possibile tornare indietro per soffermarsi nuovamente su uguaglianze già risolte.

Capitolo 6

Descrizione dell'assetto metodologico

6.1 Introduzione

Per provare a rispondere alle domanda di ricerca formulate in Domande di ricerca, nell'anno scolastico 2021/2022 abbiamo avviato un *case study*, i cui soggetti/partecipanti erano studenti di tre scuole primarie della città dell'Aquila (AQ).

Nelle prossime sezioni si delineano il riferimento metodologico e alcuni dettagli organizzativi del *case study* quali l'individuazione dell'insieme di partecipanti, il contesto socio-culturale delle scuole coinvolte, all'analisi del territorio e dell'offerta formativa. Infine, descriviamo l'assetto metodologico.

6.2 Metodologia di riferimento

Prima di illustrarlo in modo puntuale, è fondamentale introdurre il lettore al riferimento teorico su cui poggia l'assetto metodologico di questa ricerca, ovvero il *Design-Based Research* (per brevità, useremo l'acronimo DBR) (Anderson e Shattuck 2012). Si tratta di una metodologia che ha conosciuto una vasta diffusione nell'ambito dell'Educazione Matematica nei primi decenni del ventunesimo secolo e mira alla costruzione di un modello teorico che possa essere agevolmente adattato ed applicato in vari contesti educativi. Stando a Anderson e Shattuck (2012), un valido studio fondato sulla DBR dovrebbe prevedere i seguenti otto principi:

- *essere collocato in un contesto educativo reale*, caratteristica che ne garantisce la validità. Inoltre, i risultati ottenuti possono essere usati per valutare, segnalare e migliorare la pratica didattica nel contesto scelto ed, eventualmente, in altri;
- *puntare alla progettazione e alla verifica di un intervento significativo*. Per la selezione e la creazione di un intervento didattico, che può essere un'attività (cartacea, tecnologica, ...), una valutazione o altro, ricercatori ed insegnanti/esperti devono lavorare in sinergia. L'oggetto di tale collaborazione consiste nella valutazione accurata del contesto, nella ricerca di teorie e pratiche

provenienti da altri contesti e, infine, nella progettazione di un intervento specifico per venire incontro ai problemi individuati oppure per migliorare la pratica didattica. La pianificazione dell'intervento è vitale poiché determina la qualità della ricerca e dei suoi risultati;

- *la possibilità di usare metodologie di ricerca miste* (qualitative, quantitative, ecc.), a seconda degli obiettivi preposti;
- *iterazioni successive*, ovvero, l'intervento didattico dovrebbe essere soggetto a costanti raffinamenti ed evoluzioni una volta implementato in un contesto educativo reale;
- *la negoziazione degli obiettivi di ricerca fra ricercatori ed insegnanti/esperti*. In questo modo, da un lato, questi ultimi hanno la possibilità di informarsi ed organizzarsi adeguatamente per la riuscita dello studio sperimentale. Dall'altro lato, i ricercatori sono consapevoli della dimensione socio-culturale, dei mezzi disponibili (tecnologici e non), degli obiettivi e delle politiche vigenti nella situazione educativa in cui dovrebbero operare;
- *l'evoluzione dei principi di progettazione*. La progettazione di un intervento didattico implica lo sviluppo e il miglioramento di principi, schemi o teorie di progettazione. Tali elementi non dovrebbero essere estrapolati o generalizzati in modo da avere la stessa efficacia in tutti i contesti educativi, ma riflettere le condizioni in cui vengono attuati. In definitiva, i risultati di ogni iterazione dovrebbero aiutare docenti/esperti e ricercatori a comprendere e regolare il contesto di insegnamento/apprendimento e l'intervento;
- *distacco dalla ricerca-azione*. La *ricerca-azione* è una metodologia didattica che, come la DBR, prevede il miglioramento o lo sviluppo di interventi attraverso iterazioni successive. A differenza di quest'ultima, gli interventi sono attuati solamente dai docenti/esperti, che non beneficiano delle competenze e dell'energia di una squadra di ricerca sul campo. In aggiunta, la *ricerca-azione* non comprende, ad ogni iterazione, una fase di esemplificazione, archiviazione e diffusione dei risultati della ricerca per la costruzione di concetti, artefatti, modelli e prototipi. La mancata disseminazione dei risultati potrebbe inibire l'evoluzione delle situazioni e degli interventi didattici;
- *impatto sulla pratica didattica*. Come già affermato, diversi cicli di iterazione aiutano la squadra di ricerca a mettere in luce i risultati più significativi dell'intervento. Questo certifica la validità della metodologia, dato che ha un impatto sul contesto di insegnamento/apprendimento in esame e giustifica il valore della teoria.

Negli anni precedenti abbiamo eseguito due cicli successivi di interventi didattici in una situazione reale di insegnamento/apprendimento, che hanno prodotto alcune importanti riflessioni condivise nell'ambito di due conferenze internazionali (Lemmo e Scafa Urbaez Vilchez 2022a, Lemmo e Scafa Urbaez Vilchez 2022b). In tali sperimentazioni abbiamo collaborato con alcuni insegnanti/esperti, i quali hanno mostrato grande interesse ed impegno nel compimento della maggior parte delle fasi sperimentali. In particolare, questi ultimi sono stati informati degli obiettivi e dei modelli teorici alla base

della nostra ricerca. Al contempo, ci hanno messo al corrente del livello di conoscenze e competenze dei propri apprendenti, hanno predisposto l'ambiente didattico, comunicandoci eventuali possibilità e limitazioni, di modo che potessimo raggiungere gli scopi prefissati. Infatti, ad ogni ciclo, abbiamo apportato delle modifiche all'assetto metodologico, alle attività proposte e ai mezzi utilizzati al fine di adattarci al livello di conoscenze e competenze degli apprendenti e alle disponibilità di tempo e risorse del contesto educativo. Seguendo i principi della DBR, abbiamo implementato gli interventi didattici in concomitanza con i docenti/esperti, garantendo una presenza attiva e costante, che, al termine di ogni ciclo, ci ha permesso anche di raccogliere le loro impressioni. Inoltre, nelle fasi iniziali questi ultimi hanno sentito l'esigenza di condividere con noi le loro aspettative ed esperienze, quindi, a termine di ogni ciclo, l'impatto del nostro intervento e le ricadute sulla loro pratica didattica. In definitiva, le loro osservazioni sono state determinanti per affinare ulteriormente l'assetto metodologico che presentiamo in questo capitolo. Come il lettore avrà compreso, il *case study* che verrà illustrata si fonda sulle evidenze riportate nei due articoli succitati e comprende due iterazioni. Nello specifico, la prima è stata fondamentale per avere un panorama dei processi risolutivi, del livello di conoscenze e competenze degli apprendenti e dell'impatto del nostro intervento. Partendo dai dati e dalle osservazioni della prima iterazione, abbiamo potuto raffinare la nostra modalità di azione, fornendo stimoli diversi che si sono rivelati, a volte, più efficaci.

6.3 Individuazione dell'insieme di partecipanti

Per la scelta dei partecipanti abbiamo applicato i seguenti criteri di selezione. Come grado scolastico abbiamo preferito coinvolgere alunni di quarta primaria, in quanto rientrano nella fascia di età a cui il videogioco è destinato. Inoltre, a nostro parere, è risultato essere il livello scolastico più adeguato per affrontare i concetti salienti del pensiero relazionale, dal momento che studenti più grandi avrebbero rischiato di annoiarsi discutendo su tali argomenti. Per contro, allievi più giovani avrebbero potuto riscontrare difficoltà con la piattaforma di gioco.

Abbiamo suddiviso l'insieme di partecipanti in due gruppi, ciascuno formato da due classi appartenenti allo stesso plesso oppure allo stesso istituto scolastico. Ad un gruppo abbiamo proposto di risolvere a coppie delle attività matematiche inserite nel videogioco *Matematica Superpiatta*, mentre all'altro abbiamo chiesto di affrontare, sempre a coppie, le medesime attività predisposte in un insieme di schede.

Come scuole partecipanti al *case study* abbiamo selezionato i plessi delle frazioni di Roio Poggio (AQ) e di Pianola (AQ), situati nella periferia della città dell'Aquila e poco distanti l'una dall'altra. Entrambe le scuole primarie fanno parte dell'Istituto Comprensivo "Gianni Rodari" (AQ)¹. Abbiamo scelto tale istituto poiché nel precedente anno scolastico è stata avviata una collaborazione con due dipartimenti dell'Università degli Studi dell'Aquila, che era ancora in essere nel periodo in cui abbiamo deciso di svolgere il suddetto *case study*. Inoltre, tali plessi erano convenzionati con l'Università degli

¹IC "Gianni Rodari" – Codice Meccanografico: AQIC83300N – via Duca degli Abruzzi, 93, 67100, Sassa (AQ), tel.: 0862/717867. Link per visitare il sito dell'istituto.

Studi dell'Aquila per il tirocinio formativo previsto dal Corso di Laurea in Scienze della Formazione Primaria.

Dopo aver descritto ed inoltrato richieste a diversi insegnanti, abbiamo selezionato il plesso scolastico della "Torretta", nei pressi della frazione di Gignano (AQ), per via dell'interesse manifestato da due docenti impiegati nella suddetta scuola. La scuola primaria della "Torretta" rientra nell'Istituto Comprensivo "Paganica" (AQ)² e consta di due classi quarte. Esattamente come le due scuole precedenti, anche quest'ultima offre la possibilità di iniziare un tirocinio formativo a studenti del Corso di Laurea in Scienze della Formazione Primaria.

Per le attività con lo *scaffold digitale* abbiamo privilegiato le prime due scuole primarie, cioè, quelle di Roio Poggio e di Pianola, in quanto aventi a disposizione dei laboratori di Informatica, dotati di PC connessi alla rete scolastica centrale. Le classi IV di questi due plessi hanno rappresentato la parte dell'insieme dei partecipanti che ha sperimentato le due attività matematiche presenti in Matematica Superpiatta, al di fuori dell'aula durante le ore curricolari. Dal momento che in questo plesso il laboratorio multimediale era stato smantellato prima che potessimo condurre il *case study*, le classi quarte della scuola primaria della Torretta hanno formato la seconda parte dell'insieme dei partecipanti, al quale abbiamo assegnato lo *scaffold cartaceo* (le schede descritte in 5.1.1).

6.4 Contesto socio-culturale delle scuole partecipanti

Nei prossimi paragrafi illustreremo brevemente il contesto socio-culturale, l'analisi del territorio ed altri fattori di carattere generale inerenti i due istituti comprensivi a cui afferiscono le scuole partecipanti.

6.4.1 Istituto comprensivo "Gianni Rodari" – Plessi di Roio Poggio e Pianola

Per descrivere le caratteristiche principali del seguente istituto e dei plessi che ne fanno parte, abbiamo considerato il Piano Triennale dell'Offerta Formativa (PTOF)³, disponibile sul sito dell'istituto.

L'Istituto comprensivo "G. Rodari" si colloca nella periferia della città dell'Aquila, a pochi chilometri dagli impianti sciistici e dall'area protetta del Parco Nazionale del Gran sasso e Monti della Laga. L'Istituto "Gianni Rodari" è nato nel settembre 2009 come primo Istituto Comprensivo nel comune dell'Aquila. Nel settembre 2020, in seguito a dimensionamento, l'Istituto ha subito una destrutturazione perdendo ben 3 plessi (due scuole dell'infanzia e una scuola primaria) e la popolazione scolastica è scesa da 1200 a circa 750 alunni/e. Nonostante ciò, nello stesso anno, l'Istituto è cresciuto, fino a contare circa 800 alunni, con l'apertura di una nuova sede distaccata di scuola Secondaria di I grado nella frazione di Pianola e di un'ulteriore classe nella scuola primaria di Preturo (AQ).

La gran parte della popolazione scolastica proviene dai centri abitati dell'area sud-occidentale del comune dell'Aquila, unitamente ad alunni/e provenienti dai limitrofi territori comunali di Lucoli, Scoppito e Tornimparte. Nel complesso la realtà socio-economica-culturale è eterogenea, ed è soggetta

²IC "Paganica" – Codice Meccanografico: AQIC84600Q – via del Rio, 67100, L'Aquila (AQ), tel.: 0862/689583 Link per visitare il sito dell'istituto.

³PTOF Gianni Rodari

a flusso migratorio, con alunni/e provenienti da altre regioni e da altri Stati, anche in corso d'anno scolastico, come si evince dalle domande di iscrizione e dalle rilevazioni INVALSI. Si registra, inoltre, un aumento di alunni/e con Bisogni Educativi Speciali e diversificati. La maggior parte dei genitori si dimostra attenta ai processi didattici della scuola supportando l'azione educativa. La scuola si propone come prevalente centro di costruzione del tessuto sociale, di aggregazione, di inclusione e di crescita culturale.

Per favorire l'ampliamento dell'offerta formativa e la valorizzazione del territorio e della comunità locale l'Istituto:

- mantiene rapporti con l'Università degli Studi di L'Aquila particolarmente significativi essendo L'Aquila una città universitaria;
- collabora con la società di rugby, sport di lunga tradizione nella città dell'Aquila, usufruendo dell'impianto sportivo di Centi Colella, struttura baricentrica rispetto ai plessi dell'Istituto;
- collabora con Enti pubblici e privati, associazioni culturali, del tempo libero, sportive e del volontariato.

L'Istituto si impegna a garantire le seguenti risorse economiche e materiali:

- fondi ministeriali per progetti di madrelingua e per l'innovazione tecnologico-didattica;
- disponibilità di computer, tablet, nuove tecnologie e strumentazione multidisciplinare nei singoli plessi

La popolazione dell'insieme dei partecipanti che ha svolto le attività su Matematica Superpiatta è composta dalla classe quarta di Pianola, la cui docente di Matematica e Scienze è Assunta Pace, e dalla quarta di Roio Poggio, la cui insegnante di Matematica è Roberta Delfino.

6.4.2 Istituto comprensivo “Paganica” – Plesso “Torretta”

Anche in questo caso abbiamo estrapolato i dati presenti in questo paragrafo dal PTOF⁴ della sopracitata scuola primaria.

L'Istituto è composto da quattro plessi di scuola dell'infanzia, due plessi di scuola primaria ed un plesso di scuola secondaria di primo grado e serve l'area orientale della città dell'Aquila. Nella frazione di Gignano (AQ), il **MUSP (Modulo ad Uso Scolastico Provvisorio)**, costruito in seguito al sisma del 2009) accoglie sia la scuola primaria di Torretta sia la scuola dell'infanzia “Arcobaleno”.

L'Istituto ricade in un territorio che ha impegnato tutte le sue migliori risorse umane per realizzare, in seguito al sisma del 2009, la ricostruzione del tessuto socio-relazionale, culturale ed economico. Operano in sinergia con l'Istituto associazioni sportive e culturali allo scopo di favorire la conoscenza del territorio e la valorizzazione delle sue eccellenze. Molte attività derivano da iniziative promosse dall'Università dell'Aquila e da rapporti di collaborazione con altre scuole. La cospicua presenza di

⁴PTOF dell'I.C. Paganica

alunni di origine straniera negli anni passati ha rappresentato una sfida nella sfida, ma oggi, grazie al concorrere di una molteplicità di fattori positivi, quali la stabilizzazione dei nuclei familiari stranieri, le professionalità specifiche maturate dal personale scolastico nel corso del decennio, il rientro di molti nuclei familiari, la ripresa di relazioni parentali e amicali interrotte dalla riorganizzazione abitativa post-sisma, ci inducono a ritenere i limiti imposti dalla ricostruzione ormai superati, tanto che, oggi più di prima, l'incontro fra molte culture è soprattutto stimolo culturale e occasione di crescita umana. Ciò che è invece fonte di nuova preoccupazione sono le conseguenze psicologiche ed economiche della pandemia, che sta generando nuove fragilità, soprattutto a carico delle nuove generazioni.

Il MUSP è un edificio antisismico ampio e luminoso che accoglie la scuola dell'Infanzia di Gignano e la scuola primaria statale di Torretta. Si sviluppa su due piani e dispone di due aule spaziose per le attività curricolari e di locali attrezzati per attivare i laboratori. È dotato, a piano terra, di un corpo interamente destinato alle attività motorie con palestra, bagni e spogliatoi. All'esterno si sviluppa un'area che circonda tutto l'edificio, adeguatamente recintata, con un angolo messo a verde per la sistemazione del parco giochi per bambini. Le aree aperte sono dotate, inoltre, di una tensostruttura polifunzionale e gazebo, installati per svolgere attività laboratoriali e a gruppi misti in sicurezza. Sono attivi il servizio di pre e inter-scuola e il servizio di refezione scolastica.

Hanno partecipato le seguenti classi quarte della suddetta scuola: IV A e IV B, le cui docenti di Matematica e Scienze sono, rispettivamente, Doriana Medici e Maria Antonietta Vespasiani.

6.5 Assetto metodologico e calendario delle attività proposte

Nella sezione Sintesi del paragrafo precedente, abbiamo elencato i principali *means* presenti in ciascuno degli *scaffold* illustrati. Cominceremo questo paragrafo con la descrizione della fase iniziale di progettazione del *case study*, esponendo come abbiamo predisposto tali *means* in ogni *material scaffold*. Successivamente, andremo nel dettaglio dell'organizzazione delle attività proposte.

Per prima cosa, abbiamo strutturato un insieme consistente di *task*, più precisamente, di uguaglianze che veicolassero le idee fondamentali del pensiero relazionale descritti in Il pensiero relazionale. Abbiamo disposto i suddetti *task* in ordine crescente di difficoltà e per esplorazione di concetti: per esempio, abbiamo progettato un insieme iniziale di *task* relativamente al significato del simbolo uguale come indicatore di relazioni di equivalenza, a cui segue un altro inerente alla proprietà commutativa. Al fine di creare due situazioni simmetriche, dapprima abbiamo preparato una sequenza di *task* per le schede. Poi, abbiamo chiesto di inserire tale sequenza nei minigiochi delle due attività scelte, Parkour Uguaglianze e Piscine Uguaglianze. Per ogni minigioco abbiamo predisposto un insieme ordinato di *task* alternativi, fatta appositamente per il videogioco, da mostrare in modo sequenziale ad ogni tentativo fallito oppure ad ogni nuovo accesso ad un minigioco. Sempre in questa fase iniziale, abbiamo strutturato ed aggiunto alle due attività proposte i messaggi in formato testuale mostrati in Secondo *material scaffold*: il videogioco educativo *Matematica Superpiatta*, come supporto ulteriore durante la risoluzione dei *task* nel videogioco.

Abbiamo fatto in modo che tutti gli apprendenti prendessero parte alle attività. Invero, considerare solamente un sottoinsieme di alunni di ciascuna classe e assegnare attività che prevedano anche l'uso di una piattaforma digitale ludica avrebbe comportato l'esclusione dei restanti membri, generando eventuali dissapori tra discenti e un possibile minor coinvolgimento tra coloro che avrebbero svolto l'attività su carta. In virtù di ciò, abbiamo scelto di omettere dalla nostra indagine le interazioni fra un insegnante/sperimentatore e uno studente, in quanto avrebbe significato spostare l'attenzione solo su pochi soggetti o su un sottoinsieme ristretto, trascurando ingiustamente il resto della classe.

Dopo aver selezionato e contattato le scuole menzionate, abbiamo provveduto a creare dei profili digitali, composti da un nome utente ed una password, per consentire l'accesso a Matematica Superpiatta a ciascuno studente del sotto-gruppo interessato. Poco prima dell'avvio dei lavori, abbiamo consegnato tali account alle due insegnanti dei plessi di Roio Poggio e di Pianola, affinché li distribuissero ai loro studenti, unitamente a delle istruzioni per muoversi all'interno del mondo tridimensionale.

Come già spiegato in precedenza, l'insieme dei partecipanti è stato suddiviso in due gruppi, uno al quale è stato chiesto di risolvere *task* presenti nello *scaffold videogioco* e l'altro a cui sono stati assegnati i medesimi *task* contenuti nello *scaffold cartaceo*. Insieme ai docenti di tutte le classi abbiamo concordato il numero di interventi e l'orario di svolgimento delle attività, visibile nelle figure 6.1 e 6.2. In accordo con le loro disponibilità e per questioni di carattere pratico, abbiamo scelto di dividere la prova in due parti: la prima ha coinvolto le classi quarte della scuola primaria della Torretta, mentre la seconda ha riguardato gli allievi delle classi di Roio Poggio e di Pianola, essendo due plessi geograficamente molto vicini. Per di più, abbiamo affidato a ciascuna insegnante il compito di stabilire le coppie di studenti, con l'unica indicazione che fossero "eterogenee" in termini di livello di conoscenze e competenze.

Di seguito, ci accingiamo ad esporre come sono state pianificate le attività matematiche in entrambe le situazioni. In generale, i nostri interventi nelle classi partecipanti sono avvenuti durante le ore curricolari. In particolare, per ogni classe, abbiamo svolto le attività in due gruppi da tre incontri, della durata di due ore: nei primi due abbiamo chiesto agli alunni di formare le coppie come sono state concepite dalle insegnanti, quindi di risolvere e motivare le risposte ai *task* assegnati. Nel terzo incontro, invece, abbiamo avviato una discussione di classe come momento per condividere ed esprimere le idee matematiche emerse nel corso delle due sedute precedenti. La prima serie di incontri verteva sulle uguaglianze vero/falso, mentre la seconda sulle uguaglianze incomplete, di cui si è discusso in Il pensiero relazionale. Al principio della prova sul campo abbiamo somministrato uno stesso test, al fine di confrontare i dati in ingresso. Nel dettaglio, il test iniziale è servito nella prima fase di anticipazione delle risposte della classe illustrato in Predisporre discussioni di classe.

Al fine di rivelare quali *means* vengano attivati nei due *material scaffold*, a nostro parere, è capitale mantenere costante due delle tre dimensioni del quadro teorico considerato, vale a dire, *intentions* e ambito matematico. In definitiva, a parità di obiettivi di ricerca e forti delle caratteristiche di ognuno dei due *scaffold*, abbiamo cercato di creare due situazioni quantomeno equivalenti dal punto di vista matematico, cioè, che disponessero delle stesse attività. Come il lettore ha potuto notare nel capitolo precedente, nelle schede abbiamo chiesto di risolvere dei *task* e, per ciascuno di essi, di scrivere una

Tabella 6.1: Calendario classi Torretta

Settimana	Data	Ora	Classe	Attività
19/10 – 21/10	19/10/2021	9.00 – 11.00	IV B	Test
	20/10/2021	9.00 – 11.00	IV A	Test
	21/10/2021	9.00 – 11.00	IV B	Schede 0 e 1
	21/10/2021	11.00 – 13.00	IV A	Schede 0 e 1
26/10 – 28/10	26/10/2021	9.00 – 11.00	IV B	Schede 2 e 3
	27/10/2021	9.00 – 11.00	IV A	Schede 2 e 3
	28/10/2021	9.00 – 11.00	IV B	Discussione di classe
	28/10/2021	11.00 – 13.00	IV A	Discussione di classe
02/11 – 4/11	03/11/2021	9.00 – 11.00	IV A	Scheda 4
	04/11/2021	9.00 – 11.00	IV B	Scheda 4
	04/11/2021	11.00 – 13.00	IV A	Scheda 5
09/11 – 11/11	09/11/2021	9.00 – 11.00	IV B	Scheda 5
	10/11/2021	9.00 – 11.00	IV A	Discussione di classe
	11/11/2021	9.00 – 11.00	IV B	Discussione di classe

Tabella 6.2: Calendario classi Roio Poggio e Pianola

Settimana	Data	Ora	Classe	Attività
22/11 – 26/11	22/11/2021	8.30 – 10.30	IV Roio	Test
	22/11/2021	11.00 – 13.00	IV Pianola	Test
	23/11/2021	8.30 – 10.30	IV Pianola	Gioco Parkour, portali 0 e 1
	26/11/2021	10.30 – 12.30	IV Roio	Gioco Parkour, portali 0 e 1
29/11 – 03/12	29/11/2021	8.30 – 10.30	IV Roio	Gioco Parkour, portali 2 e 3
	29/11/2021	11.00 – 13.00	IV Pianola	Gioco Parkour, portali 2 e 3
	30/11/2021	8.30 – 10.30	IV Pianola	Discussione di classe
	03/12/2021	10.30 – 12.30	IV Roio	Discussione di classe
06/12 – 10/12	06/12/2021	8.30 – 10.30	IV Roio	Gioco Piscine, 7 portali
	06/12/2021	11.00 – 13.00	IV Pianola	Gioco Piscine, 7 portali
	7/12/2021	8.30 – 10.30	IV Pianola	Gioco Piscine, 7 portali
	10/12/2021	10.30 – 12.30	IV Roio	Gioco Piscine, 7 portali
13/12 – 17/12	13/12/2021	8.30 – 10.30	IV Roio	Discussione di classe
	13/11/2021	11.00 – 13.00	IV Pianola	Discussione di classe

motivazione della risposta data. A conclusione di ognuno dei primi due incontri, in cui avveniva la risoluzione dei *task*, abbiamo raccolto le schede compilate per poterne esaminare le risposte e le motivazioni quindi per preparare la discussione di classe. In modo speculare, all'inizio di ogni incontro di gioco, abbiamo fornito a ciascuna coppia di studenti il già citato "diario di bordo" (rimandiamo a 5.1.2), in cui si domandava di scrivere una motivazione alle risposte date ad ogni *task*. Al termine di ogni momento di gioco, abbiamo ritirato questi materiali cartacei e li abbiamo analizzati per preparare le discussioni con le suddette classi.

Per di più, abbiamo progettato attività matematiche che coinvolgessero tutti gli studenti delle classi partecipanti. Nella condizione con *scaffold cartaceo*, per evitare di escludere alcuni soggetti, le schede sono state assegnate a tutte le coppie di studenti. Allo stesso modo, nella situazione che prevedeva l'uso del videogioco, abbiamo chiesto ai membri di ogni coppia di alternarsi nell'accesso. Più precisamente, anche se la risoluzione dei *task* era congiunta, ogni membro doveva assumere un ruolo specifico. Dopo aver discusso sulla soluzione di un *task*, colui che aveva inserito per primo le sue credenziali eseguiva i comandi del gioco, mentre l'altro scriveva la motivazione convenuta sul diario di bordo. Inoltre, dopo circa un'ora di gioco, abbiamo domandato a ciascuna coppia di scambiarsi i ruoli: in altre parole, il membro che aveva inizialmente fatto l'accesso doveva disconnettersi per consentire al compagno/a di giocare inserendo le proprie credenziali. In questo modo, tutti gli studenti delle due classi di Roio Poggio e di Pianola hanno potuto apprezzare l'uso di una piattaforma digitale ludica.

Prima di avviare le discussioni di classe, ciascuna delle quali è stata orchestrata dall'autrice, abbiamo riconsegnato a ciascuna coppia il materiale cartaceo, schede in una condizione, diari di bordo nell'altra, nel quale aveva riportato le motivazioni per i *task* assegnati. In questo modo, abbiamo consentito agli apprendenti di rievocare i processi di risoluzione applicati nel corso di tali discussioni.

Sia l'autrice sia i docenti di ogni classe hanno supervisionato le attività presentate nel corso del *case study*. Poiché nelle scuole partecipanti era prevista la possibilità di svolgere un tirocinio integrato nel corso di Laurea in Scienze della Formazione Primaria, tre studentesse ci hanno supportati nel corso delle attività, quindi nella successiva fase di trascrizione dei dati. Ognuna di loro ha scelto di sviluppare una tesi magistrale diversa, una delle quali, già portata a termine, concerne i risultati ottenuti dall'analisi dei test e delle discussioni condotte con la classe quarta di Roio Poggio. Le altre due tesi, condotte nelle sedi di Roio Poggio e Pianola, vertono su aspetti differenti che sono stati osservati nella ricerca in esame e che sono stati indagati in modo più specifico nel corso di *case study* successivi.

Per concludere, in entrambi i casi abbiamo adoperato delle videocamere, corredate di microfoni, e dei registratori vocali per catturare sia alcune interazioni fra pari durante la risoluzione di *task* sia le discussioni di classe. In aggiunta, abbiamo scelto le coppie da registrare in base alle risposte date nel test iniziale. Per questioni di carattere tecnico, abbiamo installato, su diversi PC dei laboratori di Informatica dei plessi di Roio Poggio e di Pianola, un software capace di catturare sia lo schermo sia l'audio in ingresso e in uscita. Tutto ciò ha permesso non solo di catturare ed osservare un maggior numero di interazioni di coppia, ma anche di avere una visione più nitida e globale delle azioni compiute dagli apprendenti nel videogioco.

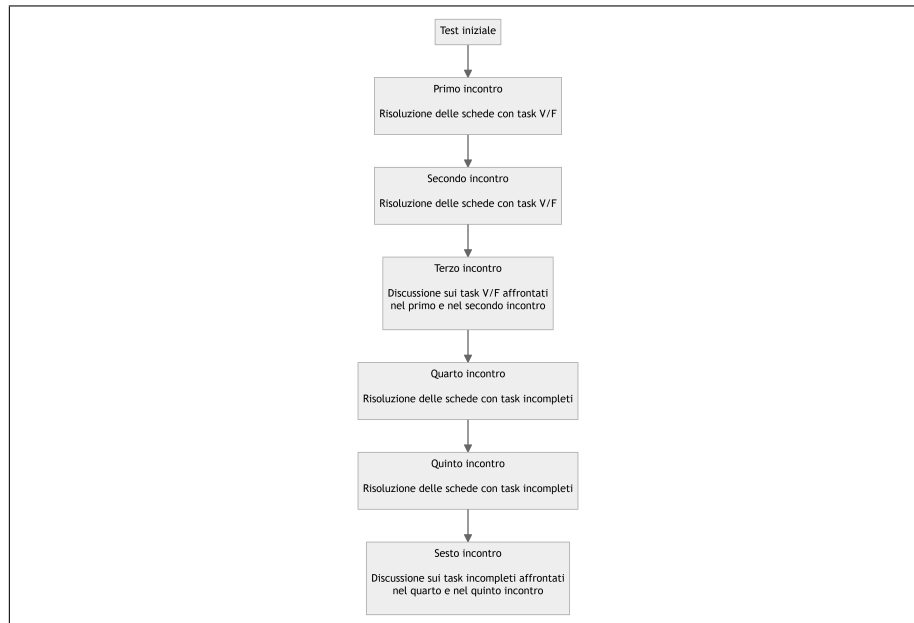


Figura 6.1: Schema delle attività proposte nella condizione con lo *scaffold cartaceo*

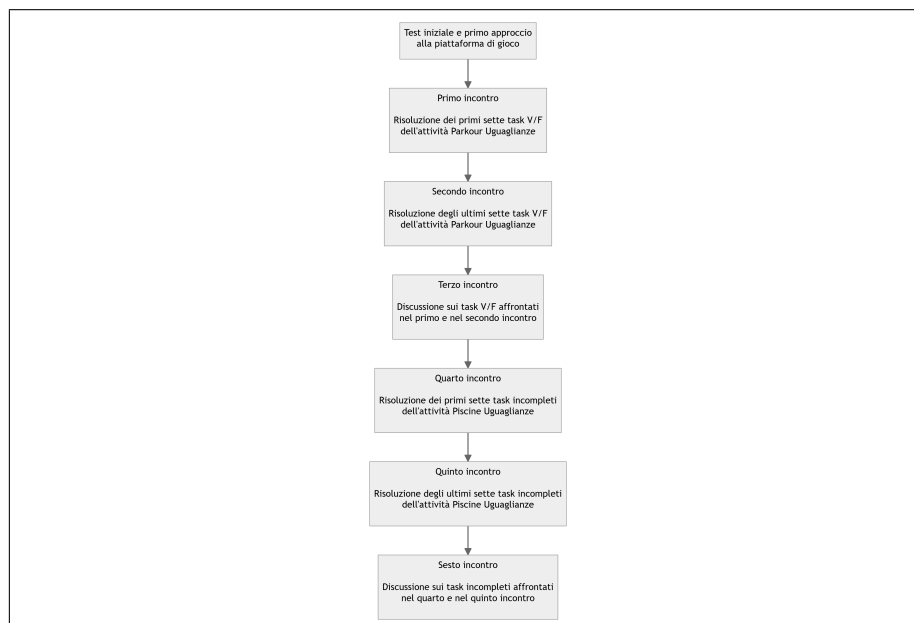


Figura 6.2: Schema delle attività proposte nella condizione con lo *scaffold digitale*

Parte III

Descrizione e discussione dei dati raccolti

Capitolo 7

Interazioni fra pari

7.1 Introduzione

Questo capitolo è votato alla descrizione puntuale dell'analisi condotta sui dati raccolti dal *case study* riportata in 6. In particolare, si illustreranno stralci di interazioni fra pari avvenute durante la risoluzione dei *task* in entrambi i tipi di *material scaffold*.

Nel primo paragrafo illustreremo l'insieme delle interazioni fra pari registrate tramite apparecchi audio e video. Il cuore di questo capitolo è presente nelle due sezioni successive: la prima è dedicata alla descrizione dei dati provenienti dal videogioco, l'altra al commento dei risultati delle schede. Per ogni *material scaffold*, presenteremo degli stralci di interazioni fra pari e gli eventuali interventi di esperti, evidenziandone i *means* di risposta e il dominio al quale afferiscono.

Per finire, il capitolo includerà una riflessione generale sui risultati ottenuti.

7.2 Organizzazione dei dati raccolti

Nell'ambito del predetto *case study*, che, ricordiamo, si basa sui principi della Design-Based Research (Anderson e Shattuck (2012)), i dati impiegati per l'analisi delle interazioni fra pari provengono dalle trascrizioni dei file audio e video ricavati dalle videocamere, dai registratori vocali e dallo strumento di cattura di schermo e audio.

In base ai dati del test somministrato nel primo ciclo di incontri, abbiamo scelto in modo più mirato le coppie da monitorare con registratori vocali e/o videocamere. Più precisamente, la preferenza si è basata sia sulla percentuale di risposte corrette sia sulla tipologia di procedure adottate. Invero, sono state selezionate quelle coppie di discenti le cui performance sono state valutate come estremamente o abbastanza soddisfacenti e i cui processi sono stati per lo più classificati come "relazionali", al fine di osservarne l'evoluzione nel corso del *case study*.

Al termine delle attività, ogni interazione è stata analizzata secondo il quadro teorico di van de Pol et al. (2010), mettendo in risalto i *means* attivati da quelli caratterizzanti i due *material scaffold*. Inoltre,

abbiamo considerato anche altri elementi, come lo *scaffolding agency* (si veda paragrafo 2.4.2), in cui si specifica la figura che attiva il processo di *scaffolding* e il tipo di *strand*, che, per i motivi esplicitati in 2.6, abbiamo condensato nelle due categorie definite da Holton e Clarke (2006), ovvero, *euristico* e *concettuale*. In sintesi, ogni intervento di ciascun membro della coppia è stato classificato in base ai seguenti parametri:

- *scaffolding means*;
- *scaffolding agency*, specificando, in altre parole, il tipo di interazione (*expert* o *reciprocal*). Il *self scaffolding* è stato escluso dall'indagine, in quanto attiene al fine ultimo dello *scaffolding*, cioè, la metacognizione);
- *scaffolding domain, concettuale* o *euristico*;
- argomento, utile per distinguere gli interventi inerenti alle attività matematiche da quelli concernenti altro, ad esempio, le dinamiche di gioco oppure il colore della penna usata per scrivere.

Durante la prima parte del *case study*, in cui, cioè, abbiamo somministrato le schede, abbiamo potuto catturare le interazioni di un numero esiguo di coppie, in quanto non si avevano a disposizione sufficienti attrezzature, come microfoni ambientali o altro, che permettessero di isolare i dialoghi fra studenti dai brusii di sottofondo dell'aula. Per contro, nella seconda parte, l'installazione dello strumento di cattura dello schermo ha consentito di raccogliere un maggior numero di dati.

7.3 Analisi dei dati raccolti

In questa sezione introduttiva riassumiamo i *means* presenti in ciascun *material scaffold*. Per quanto concerne il primo ciclo di incontri, ciascuna scheda proposta prevedeva i seguenti *means*:

- selezione di *task*;
- disposizione in sequenza di tali *task*;
- richiesta di motivazione.

Nello *scaffold tecnologico*, invece, oltre a quelli predetti, al *feedback* sulla correttezza della risposta e al messaggio di aggiornamento del punteggio, abbiamo inserito altri tipi di *means*:

- vari tipi di messaggi, che supportano nella risoluzione dei *task* ed interpretabili come *means*;
- insieme di *task* che, ad ogni tentativo fallito, sostituiscono quello iniziale.

Nei paragrafi che seguiranno, abbiamo selezionato un insieme di stralci di interazioni fra pari per enfatizzare e commentare la natura dei *means* di risposta alla proposta di *task*, alla richiesta di motivazione e agli eventuali interventi degli esperti, unitamente al tipo di dominio, *concettuale* oppure *euristico*, a cui riteniamo facciano riferimento. Affinché il lettore abbia un quadro completo

dell'indagine da noi condotta, di seguito, si esibisce una lista che riporta ogni combinazione di *means* con uno dei due domini sopracitati. Inoltre, per ciascuna di combinazione, proponiamo un esempio esplicativo che, sperabilmente, farà luce sul significato di ognuna di esse.

In linea con le definizioni fornite in 2.3.1, descriviamo brevemente gli *scaffolding means* che potrebbero aver luogo nel corso di un'interazione:

- l'*instructing* consiste nel dare un'indicazione o un'istruzione in grado di orientare le risposte degli apprendenti;
- l'*hint* è un suggerimento o un'idea, sia verbale sia gestuale, capace di supportare gli apprendenti nello svolgimento di un compito o attività;
- il *questioning* fa riferimento ad una domanda generica inerente un aspetto del compito o dell'attività;
- il *feeding back* rappresenta un riscontro puntuale, ad esempio, sulla correttezza di una risposta;
- l'*explaining* comprende una spiegazione dettagliata o una motivazione;
- infine, il *modeling* consiste nel dimostrare, anche con un esempio, una determinata competenza o la validità di un'idea.

Inoltre, una strategia si definisce di tipo *concettuale* se riferita all'uso di concetti o proprietà matematici e alle loro relazioni, in altre parole, consiste nel generalizzare e riflettere ad un livello più astratto o generico. Per contro, una strategia di dominio *euristico* concerne l'adozione e selezione di procedure di calcolo, quindi si tratta di un ragionamento legato al compito che si sta svolgendo. In generale, in ogni momento, sia esso la risoluzione del *task* oppure la riflessione sulla motivazione, abbiamo supposto di riscontrare almeno una delle suddette combinazioni di *means* e domini.

Consideriamo opportuna una precisione di carattere semantico per agevolare la lettura da qui in avanti. In riferimento alle risposte delle coppie di apprendenti ai *means* presenti in ciascun *material scaffold*, useremo formule come *means*, *sequenze di means* e *circoli virtuosi*.

Anche se non risulta coerente con la definizione di *means* data nel paragrafo *Strategie di scaffolding*, con l'espressione *means di risposta* si designa una combinazione, attuata da un soggetto ad un altro, di un *means* (*Questioning*, *Feeding back*, *Hint*, eccetera) con uno dei due domini (*euristico* e *concettuale*). Abbiamo stabilito l'uso di tale espressione per una questione di comodità e immediatezza nella comunicazione, dovendo altrimenti ricorrere alla formula più lunga di "combinazione di un *means* e un dominio".

Una *sequenza di risposta* fa riferimento ad una serie, sempre attivata da un soggetto ad un altro, di una o più combinazioni di *means* e domini attivati dagli apprendenti per rispondere ai *means* presenti negli *scaffold*. Stando a questa definizione, un *means di risposta* corrisponde ad una sequenza di lunghezza pari ad uno.

Infine, un *circolo virtuoso*, invece, consiste in uno scambio reciproco, generalmente tra due o più soggetti, di *means di risposta* o sequenze.

Combinazione	Esempio
Instructing concettuale	“Usiamo la proprietà associativa.”
Instructing euristico	“Vedi che 13 è uguale a 3 + 10?”
Hint concettuale	“Per moltiplicare due numeri più velocemente puoi usare una proprietà...”
Hint euristico	“Attento, a destra c’è il 12, che è la metà di 24!”
Questioning concettuale	“Quali operazioni godono della proprietà commutativa?”
Questioning euristico	“Se scambio di posto il 2 e il 7, il risultato cambia?”
Feeding back concettuale	“Sì, le operazioni sono identiche.”
Feeding back euristico	“No, il risultato di tutte e due le operazioni è 32.”
Explaining concettuale	“Secondo me, è vera per la proprietà commutativa.”
Explaining euristico	“Secondo me, è vera perché 2×7 ha lo stesso risultato di 7×2 .”
Modeling concettuale	“Ad esempio, se ci fosse stata un’addizione o una moltiplicazione, sarebbe stata vera per la proprietà commutativa. Ma non vale per la divisione.”
Modeling euristico	“Se in questo caso avessimo avuto $4 \times 2 = 2 \times 4$, allora sarebbe stata vera. Ma qui, anche se il 2 e il 4 sono scambiati, c’è il diviso.”

7.4 Descrizione dei risultati ottenuti dallo scaffold tecnologico

In questo paragrafo riporteremo una selezione di stralci di interazioni fra coppie impegnate nella risoluzione delle attività matematiche proposte nel corso della seconda parte del *case study*. Nello specifico, per ogni *means* del predetto *material scaffold*, descriveremo i corrispondenti *means* attivati da ciascuna coppia nel corso di tali interazioni.

È doveroso precisare che, in ogni interazione, abbiamo riscontrato due momenti distinti:

1. discussione sulla risposta corretta;
2. riflessione sulla motivazione da scrivere.

La nostra ipotesi è che non ci sia sempre una corrispondenza uno-a-uno fra un *means* presente in uno *scaffold* e quelli di risposta attivati dagli apprendenti. Inoltre, uno specifico *means* potrebbe non portare a scambi di *means* uguali per tutte le coppie.

Negli esempi di discussione presenti nei prossimi paragrafi abbiamo preferito utilizzare nomi di fantasia, per rispettare la privacy degli alunni coinvolti.

7.4.1 Means di risposta alla proposta di task

Partiamo dalla descrizione di tutti quei *means* riscontrati durante le discussioni fra pari per determinare la soluzione.

Complessivamente, durante la risoluzione dei *task* assegnati, abbiamo riscontrato l'attivazione di diversi *means*. Per rispondere alla proposta sia di un *task* vero/falso sia di uno incompleto, il primo *means* di risposta più comune sembrerebbe essere il *feeding back euristico*, con cui gli alunni forniscono una soluzione numerica, spesso senza alcun tipo di spiegazione. Il secondo, invece, risulterebbe essere l'*explaining euristico*, per motivare la propria risposta attraverso i calcoli. In altri casi, invece, abbiamo notato l'attivazione di un *questioning euristico* per domandare al compagno il risultato delle operazioni coinvolte. Generalmente, l'interlocutore sembrerebbe rispondere con dei singoli *means*, quali *feeding back* per fornire un risultato, *explaining euristico* per motivare la risposta data in precedenza, *instructing euristico* per sollecitare il compagno a scegliere la soluzione già indicata o per rimarcare un aspetto dell'uguaglianza, e, per finire, *questioning euristico* per ottenere maggiori delucidazioni sulla soluzione oppure sulla procedura di calcolo effettuata dal compagno/a. In rari casi, abbiamo rilevato la presenza di un *hint euristico*, allo scopo di aiutare un compagno/a a comprendere un determinato aspetto relativo all'uguaglianza proposta. Essendo *means* relativi in particolar modo a numeri (o a blocchi di numeri) presenti nelle uguaglianze proposte, quelli elencati potrebbero essere considerati di natura *euristica*.

Inoltre, per rispondere al *means* di risposta iniziale del compagno/a, spesso, abbiamo riscontrato l'attivazione di più *means* nella stessa battuta, principalmente formate da *feeding back* ed *explaining*, entrambi di dominio *euristico*, per fornire una risposta e una spiegazione basata su una procedura di calcolo. Ciononostante, in alcuni casi che illustreremo di seguito, si evidenziano delle sequenze di *means* molto specifiche, composte, ad esempio, da *instructing* ed *explaining* di dominio *euristico*, per aiutare il compagno/a in difficoltà e per sollecitarlo/a a selezionare la soluzione indicata. Infine, per replicare sia a singoli *means* sia a sequenze particolari di *means*, in linea di massima, sono stati attivati dei *feeding back* o degli *explaining*, ciascuno dei quali di dominio *euristico*, al fine di verificare o confermare un'idea espressa dal compagno/a, fornendo anche una spiegazione.

L'unica differenza rilevata fra le interazioni sui *task* vero/falso e su quelli incompleti sembrerebbero le percentuali di occorrenza di alcuni *means*, come il *questioning euristico*, l'*hint euristico* e di particolari sequenze di *means*, formate da *questioning euristico* ed *explaining euristico*, per chiedere al compagno/a di eseguire prima un calcolo, oppure da *questioning euristico* e *hint euristico*, per chiedere il risultato di un'operazione ed offrire un suggerimento su come procedere. In alcuni casi, tali sequenze potrebbero iniziare anche con degli *instructing euristici*, per cercare, il più delle volte, di rimarcare un aspetto o mostrare come eseguire una procedura di calcolo, accompagnando il tutto con una spiegazione.

Abbiamo stabilito di presentare in un unico paragrafo i risultati generati da entrambi i *means*, poiché il secondo, cioè la disposizione dei *task* in sequenza, sembrerebbe aver prodotto *means* principalmente durante lo svolgimento dei *task*.

I seguenti stralci mettono in evidenza i sopracitati *means* di risposta e, in base al tipo di ragionamento applicato, proveremo ad illustrare a quale dominio o *strand* appartengono.

Dialogo 1

In questo primo esempio, la coppia si imbatte nell'uguaglianza $3 + 5 = 3 + 5$, presente in un minigioco dell'attività Parkour Uguaglianze. L'episodio rientra in uno dei tanti casi in cui abbiamo rilevato l'attivazione di sequenze di *means* molto comuni ed è stato scelto per il tipo di ragionamento applicato da uno dei due soggetti, tendente verso il *relazionale*. Prima di scrivere una motivazione sul diario di bordo, i bambini decidono in modo congiunto la soluzione corretta.

- 1 **Andrea:** 3 + 5, falso
- 2 **Luca:** Ma come no?! Zio, 3 + 5... A tre ci aggiungi cinque...
- 3 **Andrea:** Aspetta...
- 4 **Luca:** [spostando la visuale sull'uguaglianza] Guarda... Cinque, sei, sette, otto...
- 5 **Andrea:** Qua fa 8, ma qua mi dice 3.
- 6 **Luca:** Poi dice 3 + 5, è la stessa cosa...
- 7 **Andrea:** E allora è vero...
- 8 Andrea seleziona il blocco riferito all'affermazione vera, quindi i cancelli
- 9 spariscono.

Innanzitutto, in 1, sembrerebbe che Andrea risponda alla proposta di *task* con un *feeding back euristico*, poiché, come si vedrà nel prosieguo dell'interazione, è convinto che l'operazione di sinistra debba essere seguita dal suo risultato. Dopo aver ascoltato la risposta del compagno, in 2 Luca sembrerebbe reagire con un *feeding back euristico*: dai suoi interventi emergerebbe un pensiero basato sul confronto dei risultati delle due operazioni. A questo primo *means*, parrebbe che Luca risponda con un *instructing euristico*, con cui indica l'operazione comune a tutte e due i membri, poi un *explaining euristico*, cercando di spiegarne il significato. Naturalmente, le indicazioni del bambino permettono ad Andrea di soffermarsi sull'uguaglianza. Per aiutare ulteriormente il compagno, in 4, in un primo momento, Luca sposta la visuale in modo che l'uguaglianza si possa osservare nella sua interezza, quindi sembrerebbe invitarlo, con un *instructing euristico*, a guardare più attentamente e a concludere con un *explaining euristico*, per dimostrare il risultato dell'operazione. Tuttavia, in riga 5, ancorato ad una visione procedurale del simbolo uguale, Andrea sembrerebbe non vedere la somma presente nel secondo membro, quindi Luca parrebbe rispondere attuando due *means*. Nella prima parte dell'intervento 6, in un primo momento, quest'ultimo fa notare al compagno, con un *instructing* tendente verso il *pensiero relazionale*, come la somma a destra sia identica a quella a sinistra, aggiungendo un *explaining* che può essere considerato a cavallo fra i due domini: infatti, pur restando vincolato ai numeri presenti, con una semplice frase esprime come le due operazioni a sinistra e a destra dell'uguale siano identiche.

Dialogo 2

Il prossimo episodio è solamente uno dei tanti esempi in cui è stata rilevata una delle sequenze enunciate a inizio paragrafo, ma è anche uno dei pochi esempi in cui viene pronunciata una proprietà aritmetica. Nel seguente estratto di interazione fra pari, due alunni provano a stabilire se l'uguaglianza completa $2 \times 7 = 7 \times 2$, inserita in un minigame di Parkour Uguaglianze, sia vera o falsa. In particolare, su indicazione di uno degli sperimentatori, un membro della coppia, Matteo, sembrerebbe sforzarsi nel tentativo di concedere alla compagna il tempo necessario per riflettere sul *task*.

- 1 **Francesca:** Allora, 2 per 7 uguale a 7 per 2.
 2 **Matteo:** Ok, io non ti dico niente. Attenta però perché i due così [si riferisce a blocchi
 3 V ed F] sono scambiati [balbettio incomprensibile]. Io non ti dico niente.
 4 **Francesca:** Ok, allora, due per sette uguale sette per due... [ci pensa su, poi guarda il
 5 compagno che sta scrivendo] Secondo me è vera...
 6 **Matteo:** Io non ti dico niente, l'ha detto pure la maestra.
 7 **Francesca:** Però dobbiamo ragionare insieme.
 8 **Matteo:** Io ho già ragionato.
 9 Francesca ci pensa su e poi si sposta verso il blocco F.
 10 **Matteo:** No!
 11 **Francesca:** È vera?
 12 **Matteo:** E certo! 7 per 2 quanto fa?
 13 **Francesca:** Allora avevo ragione.
 14 **Matteo:** 7 per 2 quanto fa, Frà?
 15 **Francesca:** [ci pensa su]
 16 **Matteo:** Quatt...?
 17 **Francesco:** Quattordici!
 18 **Matteo:** Eh! E 7 per 2, 2 per 7 è la stessa cosa, no? È la proprietà commutativa...

Una volta letto il *task*, Francesca sembrerebbe rispondere con un *feeding back*, di cui non è stato possibile inquadranne il dominio, in quanto la sua affermazione non risulterebbe sostenuta da alcun tipo di ragionamento. Nonostante la sua richiesta di lavorare insieme, sembrerebbe che Matteo resti fermo nel suo proposito. Tuttavia, vedendo che sta per fornire una risposta sbagliata, quest'ultimo parrebbe bloccare Francesca, incerta sul suo pensiero. Per supportarla, in 12 Matteo sembrerebbe utilizzare dapprima un *feeding back euristico*, visto che, come si vedrà nel prosieguo del dialogo, intende confrontare i risultati delle due operazioni a sinistra e a destra dell'uguale per dimostrare che l'uguaglianza è vera. A tal scopo, domanda alla compagna il risultato della moltiplicazione 7×2 , attivando quello che sembrerebbe un *questioning euristico*. Non ottenendo il numero atteso, reitera la domanda e, notando Francesca in difficoltà, sembrerebbe suggerirle la risposta, attuando un *hint euristico*. Infine, in 18, Matteo sembrerebbe attivare, in prima battuta, un *feeding back euristico*, quindi, un *explaining concettuale*, per enfatizzare come le due operazioni siano uguali. Infine, il bambino conclude citando la proprietà commutativa.

Dialogo 3

Il seguente esempio è stato selezionato in quanto rappresenta uno dei pochi esempi riscontrati in cui verrebbe attivato un *means* poco frequente per attirare l'attenzione di un compagno/a su un determinato aspetto. Eppure è emblematico dell'uso reiterato di una delle sequenze di *means* riportate nella panoramica a inizio paragrafo. Nel seguente frammento di dialogo, i discenti tentano di risolvere il *task* $5 + 8 \times 2 = 16$, inserito in uno dei minigame dell'attività Parkour Uguaglianze.

- 1 **Maria:** 5 + 8? Fai 8, tienitelo a mente 8...
 2 **Giorgio:** [dopo aver contato con le dita a partire da 8] 13!
 3 Maria annuisce.
 4 **Maria:** Ok, 13×2 ? [...] Io c'ho il trucchetto...
 5 Si accinge a scrivere sul diario di bordo ma viene interrotta da Giorgio.
 6 **Giorgio:** Aspetta... Perché se 8×2 fa 16, non può [dalla registrazione non è chiaro], è vero!
 7
 8 **Maria:** No... 8×2 fa...? [indicando i blocchi sullo schermo]
 9 **Giorgio:** 16...
 10 **Maria:** [traccia un cerchio intorno a 8×2] Però c'è 8×2 più 5...
 11 **Giorgio:** Ahhh!
 12 **Maria:** Quindi $16 + 5$ quanto fa?
 13 Giorgio conta usando le dita, risponde alla compagna, la quale annuisce.

Nella sua prima battuta, in riga 1, Maria sembrerebbe assistere il compagno, dapprima dividendo l'uguaglianza in due parti distinte, cioè, $5 + 8$ e 13×2 , poi, suggerendogli come eseguire più rapidamente la somma, attivando un *hint euristico*. Prima che la bambina possa svelare al compagno il "trucchetto" (si veda riga 4), che dovrebbe aiutarlo nell'esecuzione della moltiplicazione 13×2 , viene interrotta da Giorgio, il quale sembrerebbe essersi soffermato sulla seconda parte dell'uguaglianza, 8×2 . Infatti, nella riga 6, quest'ultimo spiega a Maria che l'uguaglianza è vera perché il prodotto 8×2 è proprio pari a 16, manifestando un *explaining euristico*. A questo punto, la bambina sembrerebbe rispondere con un *feeding back euristico*, seguito da un *questioning* dello stesso dominio, volto ad ottenere il risultato della moltiplicazione. Dopodiché, in 10 l'allieva fa notare al compagno che a quel prodotto è stato anteposto un 5, quindi Giorgio sembrerebbe reagire con un'esclamazione, un semplice *feeding back*. Infine, nella riga 12, Maria domanda al compagno di eseguire la somma $16 + 5$, usando un ulteriore *questioning euristico*.

Per quanto riguarda la disposizione in sequenza dei *task*, solamente per la tipologia di *task* incompleti sembrerebbe essersi manifestato un unico *means* di risposta, il *modeling*, rievocando *task* già incontrati e il metodo risolutivo adottato. In alcuni casi, a tale *means* sono succeduti altri, come *feeding back*, per confermare il ragionamento del compagno/a o, più raramente, il *questioning*, per ottenere dei chiarimenti.

Dialogo 4

Nel prossimo estratto si evidenzia come siano stati messi in relazione due dei *task* proposti nella fase di risoluzione. Si tratta dell'unico esempio in cui viene rievocato un *task* precedentemente incontrato per risolvere quello in esame.

Giulia e Marco stanno affrontando l'uguaglianza incompleta $69 + 32 = 68 + \dots$, prevista in uno dei minigiochi dell'attività Piscine Uguaglianze.

- 1 **Giulia:** Secondo me, ci possiamo mette 70...
 2 **Marco:** Ci va... 31! 31, perché è come quella là di $37 + 22$ e $36 + 23$, ti ricordi che
 3 abbiamo tolto a 22, 22 l'ha prestato a... [inizia a ridere e si intreccia con le
 4 parole]

In questo esempio si mostra come la disposizione dei *task* in un determinato ordine sembrerebbe aver influenzato le risposte dei bambini. Sebbene la sua risposta sia errata, in 2 Marco parrebbe mettere in relazione l'uguaglianza attuale con un'altra, già incontrata nell'attività Parkour Uguaglianze. Pertanto, è lecito ritenere che il bambino abbia attuato un *modeling* basato su un ragionamento *relazionale*.

Generalmente, sebbene siano stati proposti *task* di due tipologie diverse, dall'analisi delle interazioni non sono emerse differenze significative in termini di *means*. Eppure, in alcuni casi, fra cui l'ultimo estratto presentato, abbiamo rilevato delle risposte più focalizzate sulle relazioni fra i numeri.

7.4.2 Means di risposta alla richiesta di motivazione

Come già spiegato nella sezione Primo *material scaffold*: le *schede*, la richiesta di motivazione presentata nel diario di bordo potrebbe essere considerata come un *questioning*, che, a sua volta, potrebbe rientrare nel dominio *concettuale* oppure *euristico*, a seconda di come venga interpretata sul momento dagli apprendenti.

Dall'analisi delle interazioni fra pari, non sarebbero stati rilevati molti estratti legati alla motivazione da riportare sul diario di bordo. Spesso sono state scritte motivazioni in modo frettoloso e frammentato oppure, in alcuni casi, non è stata fornita alcuna motivazione. Ad ogni modo, da alcune interazioni abbiamo avuto l'impressione che la richiesta di motivazione abbia generato principalmente i seguenti *means*, elencati in base ad un ordine decrescente di frequenza: *explaining*, *feeding back*, *questioning* ed *instructing*, ognuno dei quali espresso maggiormente nel dominio *euristico*. Di solito, il primo *means* di risposta sembrerebbe essere l'*instructing*, sia *euristico* che *concettuale*, per invitare un compagno/a a pensare ad una motivazione. Molto spesso, oltre a questo *means*, si potrebbe attivare anche un *explaining*, *euristico* o *concettuale*, come proposta di motivazione da scrivere. A tale *means* oppure alla combinazione dei primi due sembrerebbe corrispondere o un *explaining*, o un *feeding back* oppure un *questioning*, tutti di dominio *euristico*, per fornire una rapida motivazione, per confermare quella del compagno oppure per ottenere dei chiarimenti. Un altro *means* di risposta comune risulterebbe essere il *questioning concettuale*, con cui si domanda al compagno perché una determinata soluzione sia vera o falsa oppure perché è stato scelto un blocco di numero specifico. Naturalmente, abbiamo registrato anche particolari sequenze di *means*, generate dai primi *means* di risposta e solitamente

formate da un *explaining euristico* e da un *instructing euristico*, allo scopo di correggere o esortare il compagno/a a osservare un aspetto legato ad una procedura di calcolo. In pochi casi, abbiamo rilevato dei brevi circoli virtuosi di *means* composti esclusivamente da *explaining* e/o *feeding back*, principalmente di dominio *euristico*.

Infine, la differenza fra le motivazioni relative a *task* vero/falso e quelle sui *task* incompleti potrebbe essere in termini di dominio. Mentre le prime riflettono un pensiero puramente *euristico*, nelle seconde, invece, si potrebbe rilevare una lieve migrazione verso un pensiero più relazionale.

In questo paragrafo si intende porre l'accento non solo sui tipi di *means* attuati per scrivere una motivazione, ma anche sul modo in cui tale richiesta sia stata compresa dagli studenti. Abbiamo selezionato esempi in cui le coppie hanno effettivamente discusso sulla motivazione da riportare sul diario di bordo. Fra tutti quelli in cui sarebbe avvenuta una riflessione sulla motivazione, il primo episodio rappresenterebbe un caso molto comune, mentre i successivi tre sembrerebbero essere gli unici esempi rilevati di avvio della fase di scrittura con *questioning concettuale*, seguito da un *explaining* orientato verso il relazionale. Nello specifico, gli ultimi due estratti rappresenterebbero dei casi molto frequenti di interpretazione *euristica* della richiesta di motivazione.

Dialogo 1

Il prossimo è solo uno dei tanti casi rilevati in cui viene attivato un breve circolo virtuoso di *explaining*, a metà fra il dominio *euristico* e quello *concettuale*, per risolvere un *task* incompleto. I due bambini stanno cercando di formulare insieme una motivazione al *task* $69 + 32 = 68 + \dots$

- 1 **Federico:** È vera perché...
- 2 **Gabriella:** È vera perché... Dobbiamo fa' la terza, la terza...
- 3 **Federico:** È vera perché abbiamo tolto...
- 4 **Gabriella:** Abbiamo tolto un'unità al...
- 5 **Federico:** Un'unità al 69, e l'abbiamo aggiunta a...
- 6 **Gabriella:** Al 32...

In questo primo caso si potrebbe osservare come entrambi gli studenti abbiano interpretato la richiesta. In poche parole, i due alunni sembrerebbero mettere in campo quasi esclusivamente degli *explaining*, che potrebbero essere considerati a cavallo fra il dominio *euristico* e quello *concettuale*. Infatti, da un lato, risulterebbe che i due alunni descrivano una procedura legata all'esempio contingente, dall'altro, però, il loro ragionamento sembrerebbe essere incentrato sull'osservazione ed individuazione delle relazioni fra i numeri coinvolti.

Dialogo 2

Nell'episodio successivo, dopo aver risolto correttamente il *task* $72 + 27 - 27 = \dots$, la coppia mostra delle insicurezze sulla motivazione da scrivere. Si tratterebbe di un caso poco frequente di avvio della discussione sulla motivazione con un *questioning concettuale*.

- 1 **Ilaria:** Ma secondo te qual è la motivazione? È vera perché...?

- 2 Alessia inizia a parlare ma viene interrotta dalla compagna.
 3 **Ilaria:** Perché anche se il 27 è stato aggiunto poi è stato tolto...
 4 **Alessia:** Eh, appunto...
 5 **Ilaria:** Cerca di scrivere queste parole... Quindi qui, ehm, è lo stesso, è il primo
 6 numero, il risultato è il primo numero...

Nella riga 1, Ilaria sembrerebbe esordire domandando alla compagna la sua opinione in merito alla motivazione, attuando un *questioning*. Questo *means* potrebbe essere considerato di natura *concettuale*, visto il ragionamento esposto in seguito. Poi, nella riga 3 parrebbe fornire un *explaining* non ancora pienamente *concettuale*, essendo legato ai numeri presenti nell'uguaglianza e da cui si potrebbe rilevare un pensiero di tipo relazionale. Tuttavia, nonostante il *feeding back* della compagna in 4, la motivazione dettata da Ilaria non sembrerebbe rispecchiare quanto asserito nella battuta 3: invero, nella riga 5, l'alunna parrebbe attivare un *instructing* e poi un *explaining*, entrambi di dominio *euristico*, per spiegare come il risultato dell'operazione coincida con il primo addendo.

Dialogo 3

Il prossimo estratto di discussione mostra come una coppia stia affrontando la suddetta richiesta relativamente alla soluzione inserita per l'uguaglianza $100 - 88 = 50 - 44$. Il seguente costituirebbe un caso abbastanza frequente di interpretazione della richiesta di motivazione in modo *euristico*.

- 1 **Francesca:** Perché è falsa?
 2 **Matteo:** Perché l'operazione è diversa, no?
 3 **Francesca:** Eh, però questa non è una motivazione... La motivazione perché è falsa...
 4 **Matteo:** Perché il risultato dell'operazione è diverso.

Francesca sembrerebbe avviare la discussione domandando al compagno il motivo della soluzione fornita, attuando un *questioning concettuale*. Nella riga 2 Matteo risponde attivando un *explaining*, che, come si vedrà nella riga 4, si fonda su un ragionamento di tipo *euristico*, derivato dal confronto dei risultati delle due operazioni. A questo punto, Francesca, probabilmente non soddisfatta della risposta del compagno, sembrerebbe rispondere con un *feeding back*, facendo notare al compagno che la sua risposta non è corretta, quindi ripete la domanda iniziale. Matteo conclude che i risultati delle due operazioni sono diversi, attraverso un *explaining* di tipo *euristico*.

Dialogo 4

Infine, nell'ultimo stralcio, dopo aver risolto correttamente il *task* $5 + 5 - 10 = 5 + 10 - 5$, Giulia e Marco indagano sul motivo che li ha spinti a scegliere il blocco F. Questo sarebbe un altro dei diversi casi registrati in cui la richiesta ha portato ad un'interpretazione *euristica* della motivazione.

- 1 **Giulia:** 5 più 5 10, -10? No, no, ti viene una motivazione?
 2 **Marco:** 5 più 10 uguale 15 meno 5 uguale 10.
 3 **Giulia:** Perché, aspetta...

- 4 **Marco:** Perché, ti viene...? Perché...?
- 5 **Giulia:** Perché 5 più 10 [indica la prima parte dell'uguaglianza]... È falsa, è falsa,
- 6 Marco...
- 7 **Marco:** È falsa [indica la prima parte dell'uguaglianza] perché... Aspè, perché...
- 8 **Giulia:** 5 + 10 uguale 5
- 9 **Marco:** Perché 5 + 10 – 5 non fa lo stesso risultato di 5 + 5 – 10.

I due alunni continuano ad eseguire i calcoli, non riuscendo a rilevare le differenze fra le due operazioni. Dopo aver pensato a lungo, in 9 Marco sembrerebbe fornire un *explaining euristico*, basato sul confronto dei risultati delle due operazioni.

7.4.3 Uso dei tipi di *feedback* in caso di risposta corretta

In questa terza parte illustriamo il modo in cui il sottogruppo di alunni che ha usufruito del videogioco abbia sfruttato i riscontri ottenuti sia in seguito alla corretta risoluzione di un singolo *task* (come nel caso di Parkour Uguaglianze) sia al completamento di un minigioco (come nel caso di Piscine Uguaglianze).

Prima di tutto, è doveroso rievocare tali *means*, due dei quali sono in formato testuale, il rimanente, invece, in forma grafica:

- messaggio “Ottimo! Risposta corretta!”;
- messaggio di aggiornamento del punteggio, quale “+30/+36 punti!”;
- *smile* che campeggia nel cielo;

Inoltre, è capitale precisare che ci limiteremo ad enunciare le reazioni a seguito della ricezione del secondo e del terzo tipo di *feedback* senza commentarle nel dettaglio, in quanto porterebbero a sviluppare aspetti affettivi e motivazionali che non sono oggetto della nostra ricerca.

Il primo *means*, ovvero, il messaggio testuale “Ottimo! Risposta corretta!” dovrebbe sostenere, confermare le idee espresse dalle coppie di studenti e, sperabilmente, portarli a domandarsi il motivo per cui le soluzioni fornite siano vere o false.

Indipendentemente dalla tipologia di *task*, sembrerebbe che dal *feedback* di risposta corretta non siano scaturiti particolari *means*, sequenze di *means* oppure circoli virtuosi. Dalle interazioni fra pari si evince come il *feeding back euristico* risulti il *means* di risposta più frequente, per esultare e mostrare al compagno/a come il videogioco abbia confermato il proprio ragionamento. In pochissimi casi, abbiamo rilevato come alcuni alunni abbiano aggiunto al *feeding back* iniziale un *explaining euristico*, per spiegare la procedura adottata.

Di seguito, si riportano una serie di stralci in cui si evidenziano come tali *means* abbiano fornito conferme sia da un punto di vista *euristico* che *concettuale*. Il primo esempio rappresenterebbe uno dei rari casi rilevati in cui viene sfruttato il *feedback* del videogioco per puntualizzare un aspetto, mentre i restanti illustrerebbero episodi molto frequenti di reazione al *feedback* di notifica del punteggio.

Dialogo 1

Nel primo frammento, Matteo e Francesca sono impegnati nella risoluzione del *task* $9 + 5 = 14 + 5$.

- 1 **Francesca:** Questa è vera! Secondo me... Secondo te, Mattè, è vera?
- 2 **Matteo:** Falsa...
- 3 **Francesca:** Vediamo come è...
- 4 **Matteo:** Falsa, io dico falsa... Vediamo... Facciamo falsa, falsa...
- 5 **Francesca:** Non lo so...
- 6 **Matteo:** Io ti dico metti falsa sennò...
- 7 **Francesca:** [si sposta verso il blocco falso] Secondo me non è falsa... Me ne farà fare
- 8 un'altra...
- 9 Il gioco restituisce il messaggio "Risposta corretta!"
- 10 **Matteo:** Risposta corretta! Perché $9 + 5$ quanto fa? 14... E $14 + 5$ quanto fa?

Per dimostrare la sua soluzione, Francesca sembrerebbe suggerire al compagno di controllare la correttezza della sua risposta. Per contro, Matteo parrebbe sostenere che l'uguaglianza sia falsa e proporre di affidarsi al *feedback* del videogioco. Il messaggio restituito dal sistema dà ragione a Matteo, il quale sembrerebbe sfruttarlo per avvalorare la sua opinione, attraverso un *instructing euristico*, per sottolineare quanto siano diversi i risultati delle due somme. A nostro giudizio, questo esempio è emblematico di come il *feedback* del videogioco non li abbia spinti a riflettere sul motivo per cui l'uguaglianza fosse falsa. Infatti, da come prosegue la registrazione video, si potrebbe asserire che il dubbio di Francesca sia rimasto insoluto.

Dialogo 2

Nel prossimo stralcio di interazione, si mostrerebbe una delle reazioni più frequenti al messaggio "corretto/errato", utilizzato da uno dei due membri della coppia per sostenere la propria idea. I due alunni stanno discutendo sulla soluzione al *task* $3 \times 7 = \dots + 14$. Andrea ha scelto come numero mancante il 21, quindi lo ha inserito nel buco. Prima di colpire il blocco di rocciamadre, viene bloccato da Luca.

- 1 **Luca:** Che stai a dì, Andrè?! Togli quel 21, è troppo grosso...
- 2 **Andrea:** Perché?! È per...
- 3 **Luca:** Lo devi togliere. 3×7 fa 21... 15, 16, 17, 18, 19, 20 e 21... Mettici 7!
- 4 **Andrea:** Vediamo se è corretta sennò la scrivi sbagliata...
- 5 **Luca:** Sì che è corretta...
- 6 **Andrea:** Vediamo...
- 7 Appare il messaggio "Risposta corretta! Minigioco completato! +30 punti!"
- 8 **Andrea:** Dai!
- 9 **Luca:** Te l'ho detto, te l'ho detto...

In questo frammento di dialogo, si potrebbe osservare come il *feedback* del videogioco sia stato determinante nel sostenere la risposta di Luca. Nello specifico, tale riscontro avrebbe convalidato il ragionamento procedurale di quest'ultimo, il quale attiverebbe un *feeding back euristico*, per sottolineare

di aver avuto ragione. Anche in tal caso, non sembrerebbe esserci stata una discussione successiva alla *feedback* di risposta corretta. Dato che non è avvenuta una riflessione, il dubbio di Andrea resterebbe irrisolto.

Dialogo 3

Infine, nel prossimo esempio si potrebbe rilevare la reazione di uno dei due allievi ai messaggi restituiti dal videogioco dopo aver inserito un blocco di numero. Inizialmente, Federico e Gabriella hanno risolto il *task* $15 \times 3 \times \dots = 15 \times 6$ scegliendo il numero 3. Dopo essersi accorti di aver inserito il blocco sbagliato, il sistema propone un *task* alternativo, cioè, $6 \times 3 \times \dots = 3 \times 12$. Avendo notato che il numero 3 è comune ad entrambe le operazioni, i due discenti cercano il numero 2.

- 1 **Federico:** Vediamo se è giusta... Spero di sì...
- 2 Ottengono il messaggio: "Ottimo! Risposta corretta! +30 punti!"
- 3 **Federico:** Ed è giusta!

Il *feedback* restituito dal videogioco confermerebbe il processo risolutivo di tipo relazionale della coppia. Subito dopo, i due alunni sembrerebbero essere usciti dal minigioco per andare avanti, senza discutere ulteriormente sulla soluzione fornita.

Di tutti e tre gli esempi, solamente nel primo il *feedback* del videogioco sembrerebbe aver fatto generato una sequenza di *means*. Ad ogni modo, tutti e tre avrebbero in comune la mancata discussione in seguito alla ricezione del *feedback* positivo, funzionale alla scrittura della motivazione per il *task* risolto.

7.4.4 *Means* di risposta rilevati in caso di errore

In questa parte presentiamo come gli apprendenti si siano serviti dei tre *means* previsti in caso di errore. Due di questi sono messaggi di testo che vengono mostrati quasi contemporaneamente durante l'esecuzione dei *task* e corrispondono, rispettivamente, al *feedback* di risposta errata e ad un tipo di supporto testuale. Il terzo *means* consiste nella sostituzione dell'uguaglianza di partenza con una nuova matematicamente equivalente. Esattamente come nel caso precedente, in questo paragrafo mostriamo come il sottogruppo di alunni abbia sfruttato tali *means*, evidenziando anche quelli di risposta. Pertanto, abbiamo deciso di condensare i risultati di tutti e tre i *means* in un unico paragrafo, dal momento che si verificano in modo congiunto ad ogni tentativo fallito.

I messaggi "Risposta sbagliata" oppure "Puoi fare di meglio!!!" forniscono un riscontro sulla soluzione data. Nel caso di risposta errata, abbiamo inserito delle sequenze di *task* alternativi che sostituiscono, ad ogni tentativo fallito, quello di partenza. Questi ultimi sono stati strutturati per spingere gli apprendenti a stabilire una connessione fra la nuova uguaglianza e quella precedente, allo scopo di emulare il supporto degli insegnanti descritto da Carpenter, Franke et al. (2003) e Carpenter, Levi et al. (2005) in Sviluppo il pensiero relazionale.

I messaggi, che potrebbero essere interpretati come alcuni tipi di *means*, sono stati inseriti per evitare che gli studenti si bloccassero durante la risoluzione dei *task*.

Anche in questo caso, non sono state rilevate differenze significative fra i due tipi di *task*. Avendo sempre portato ad un cambio di soluzione, il *means* di risposta più frequente al *feedback* negativo sembrerebbe essere il *feeding back euristico*, per rispondere prontamente con una nuova soluzione numerica. Generalmente, il *feedback* del videogioco sarebbe stato sfruttato per dimostrare all'interlocutore di aver avuto ragione nel disapprovare la soluzione fornita.

Per quanto concerne la sostituzione dei *task* di partenza con altri matematicamente equivalenti, tale *means* sembrerebbe aver generato dei brevi circoli virtuosi composti da *feeding back*, *explaining*, *instructing* e, raramente, da *questioning*, la maggior parte di dominio *euristico*. Il primo *means* di risposta più frequente sembrerebbe essere il *feeding back euristico*, principalmente per rispondere al *task* con una soluzione basata sul calcolo, seguito dall'*instructing euristico*, allo scopo di sottolineare alcuni aspetti dell'uguaglianza oppure per sollecitare il compagno/a a scegliere la risposta precedentemente suggerita. Per rispondere, quest'ultimo/a potrebbe attivare un *explaining euristico*, in cui proporrebbe la sua procedura di calcolo, o un *feeding back euristico*, per confermare o disapprovare la proposta del compagno. Inoltre, ad eventuali *questioning euristici* il *means* di risposta più frequente risulterebbe essere il *feeding back euristico* oppure l'*explaining euristico*. Scopo dei *task* alternativi è di aiutare gli apprendenti a stabilire delle connessioni fra il *task* di partenza ed altri matematicamente equivalenti aventi numeri leggermente più piccoli. In generale, tali connessioni non sarebbero state rilevate e non avrebbero generato particolari circoli virtuosi. Solo in un caso è stato possibile registrare un simile collegamento matematico. Potendo contare sul *feedback* del videogioco, sembrerebbe che le coppie non siano state spinte a riflettere sul motivo legato a specifiche soluzioni.

In ultimo, sosteniamo che i messaggi di supporto previsti in seguito ad un tentativo errato non abbiano suscitato *means* di risposta. Nella maggior parte dei casi, le coppie si limitano a leggerlo a voce alta senza alcun tipo di elaborazione.

Di seguito, presentiamo tre esempi di discussioni fra pari. Il primo descriverebbe un caso molto frequente di come la comparsa del *task* alternativo non abbia portato ad un'associazione fra quest'ultimo ed il precedente. Il secondo, invece, rappresenterebbe uno dei pochissimi casi in cui il messaggio è stato letto ad alta voce ma non elaborato. Per finire, il terzo sarebbe l'unica situazione individuata in cui uno dei due soggetti abbia collegato il nuovo *task* a quello iniziale, anche se il messaggio di supporto sembrerebbe essere stato completamente ignorato.

Dialogo 1

Nel primo frammento di dialogo, due alunne stanno risolvendo l'uguaglianza completa $50 \times 4 \div 2 = 50 \times 2$, dell'attività Parkour Uguaglianze. La coppia sceglie il blocco F, quindi dapprima ottengono il *feedback* "Risposta sbagliata", poi il seguente messaggio: "C'è differenza tra moltiplicare per 4 e fare due volte il doppio?". Infine, il *task* viene sostituito da $10 \times 4 \div 1 = 10 \times 4$.

- | | |
|------------------|--|
| 1 Angela: | Ahhh, quindi la cambia perché poi di sicuro tu metti vero e poi hai fatto... |
| 2 Chiara: | [sta eseguendo i calcoli] 40... $\div 1$ fa sempre 40... |
| 3 Angela: | Allora, 40 diviso, ehm, 1... |

4 **Chiara:** $\div 1$ ti dava sempre...

5 **Angela:** Quindi è vera...

Inizialmente, sembrerebbe che il *feedback* sulla correttezza della risposta non susciti reazioni particolari. Al contrario, nella riga 1, risulterebbe che Angela attivi un *feeding back euristico*, seguito da un *explaining euristico*, esplicitando alla compagna la sua visione del *task* alternativo. Come si può notare leggendo il dialogo, la nuova uguaglianza sembrerebbe essere affrontata come del tutto slegata da quella di partenza. Nonostante il procedimento adottato, basato sull'esecuzione delle operazioni da sinistra verso destra, parrebbe che il nuovo *task* sia risultato più semplice da risolvere, permettendo alle allieve di avanzare nel gioco. Questo risulterebbe essere uno dei molteplici esempi in cui il messaggio viene ignorato dalla coppia.

Dialogo 2

Nel prossimo stralcio si evidenzia il modo in cui Matteo e Francesca reagiscono sia al messaggio che segue il *feedback* sia alla nuova uguaglianza proposta.

- 1 **Francesca:** 8... $8 + 3$? $8 = 3 + 5$...
- 2 **Matteo:** Aspetta... Falso. È falsa, perché $8 = 3 + 5$... Questa è falsa [indicando il blocco F sullo schermo alla compagna, che sta, invece, spostandosi verso il blocco V]
- 3
- 4 Appare il messaggio "Risposta sbagliata".
- 5 **Francesca:** Risposta sbagliata...
- 6 **Matteo:** Ma come?!
- 7 Appare il messaggio "L'uguale è simmetrico, questo significa che si può leggere in due direzioni, anche da destra a sinistra."
- 8
- 9 **Matteo:** Aspetta aspetta...
- 10 **Francesca:** Mattè, c'abbiamo poco tempo...
- 11 **Matteo:** Vai, fai questa.
- 12 Nel frattempo appare un nuovo *task*, $15 = 8 + 7$.
- 13 **Matteo:** [vedendo che la compagna si sta spostando verso i blocchi V ed F] Aspetta, aspetta, aspetta, aspetta... $8 + 7$? [inizia a contare con le dita]
- 14 Francesca continua a leggere il messaggio in alto a sinistra.
- 15
- 16 **Matteo:** Vero, vero! [indicando con un dito il blocco V] È vera, questa me la ricordo io, è vera!
- 17

Da come si legge nella riga 9, il *feedback* sulla correttezza della risposta ha permesso di riconsiderare le loro scelte, costringendoli, in prima battuta, a fermarsi. Persino in questo caso parrebbe che il nuovo *task* sia stato ritenuto avulso da qualsiasi connessione con il precedente (si veda 11), difatti, i bambini eseguono il calcolo senza confrontare i *task* $8 = 3 + 5$ e $15 = 8 + 7$ in cerca di similitudini. Tuttavia, in 11, Matteo sembrerebbe cambiare prospettiva, attivando un *questioning euristico*, con cui interroga sia se stesso sia la compagna sul risultato di $8 + 7$.

Dialogo 3

Durante la risoluzione del *task* $51 + 76 = 51 + \dots$, un membro della coppia ha selezionato la soluzione sbagliata. La compagna si accorge che il *task* è stato sostituito.

- 1 **Maria:** Vai, vai avanti, andiamo a vedere... Dobbiamo rientrare nella piscina... No, è
 2 diversa... [alludendo all'uguaglianza] Perché è diversa? Ah, però è tipo lo
 3 stesso caso... Aspetta, fammela scrivere... È lo stesso caso di questa [si
 4 riferisce a $51 + 76 = 51 + \dots$]... 26 e più 29... Cioè, perché se noi mettiamo, cioè
 5 del tipo 56, $26 + 29$ fa un numero, più piccolo, e $26 + 56$ fa un numero più
 6 grande... È più grande di... Cioè... Deve essere uguale il numero, questo qua...
 7 Perché sennò è falsa...

Sebbene non abbia prestato attenzione al messaggio di supporto, Maria sembrerebbe aver realizzato che il *task* di partenza è stato sostituito con un altro matematicamente equivalente, attivando un *modeling euristico*. Infatti, per spiegare alla compagna che il numero mancante deve essere uguale al secondo termine dell'operazione di sinistra, propone un controesempio, in cui mette in relazione il risultato dell'operazione a sinistra con quello dell'esempio prodotto. Infine, la coppia si immerge nuovamente nella piscina in cerca del numero 29.

7.4.5 Means di risposta attivati in seguito all'intervento di esperti

A seguire, si descrivono i comportamenti osservati da sperimentatori, tirocinanti ed insegnanti nell'ambito del *case study*. In questa ricerca, non intendiamo esprimere una valutazione sulla qualità e/o efficacia dei *means* forniti da tali figure, ma comprendere come i *means* si succedano in un'interazione con le coppie di alunni. Durante le suddette attività, gli esperti hanno deciso di circolare fra i banchi per essere sempre disponibili in caso di necessità. In particolare, ognuno di loro è intervenuto in due modi: volontariamente e su richiesta degli apprendenti. Nel primo caso, sono ricorsi sia ad una domanda generica, quale "Come va?" o "Tutto bene?", sia ad una domanda specifica, come "Mi rispieghi come hai fatto?". Scopo di tali domande era di ricevere risposte o *feedback* sullo svolgimento delle attività quindi dar luogo ad un'interazione che avrebbe potuto spingere gli apprendenti a rispondere in modo o *concettuale* o *euristico*. Invero, la maggior parte degli interventi non sollecitati dagli studenti sarebbe avvenuta principalmente per questi motivi:

- per supportarli in evidente stato di difficoltà;
- per conoscere il loro ragionamento;
- per esortare ciascuno studente a considerare le opinioni del compagno/a;
- in seguito all'osservazione di processi risolutivi basati esclusivamente sul calcolo o su una visione procedurale del simbolo uguale;
- per aiutarli a scrivere le motivazioni sul diario di bordo.

Nel secondo caso, invece, l'aiuto degli esperti è stato richiesto in due situazioni diverse: durante la risoluzione dei *task* e nella fase di stesura della motivazione sul diario di bordo.

In generale, il numero di richieste di aiuto è stato decisamente inferiore rispetto a quello dei supporti volontari di alcuni esperti, che, comunque, sono stati determinanti per il raggiungimento della soluzione e per aiutare ad esprimere una motivazione.

Nella maggior parte delle situazioni, il *means* o la sequenza di *means* attivati dagli esperti avrebbero portato ad un singolo *means* di risposta, quale, *feeding back* oppure *explaining*. In alcuni casi, le domande poste dagli esperti per conoscere il procedimento avrebbero spinto uno dei due membri della coppia ad attivare dei *means* rivolti al compagno/a, come l'*instructing* e l'*explaining*. In molti casi, il *social scaffold* avviato dagli esperti avrebbe confermato il ragionamento proposto da uno dei due membri della coppia. Pertanto, in questi casi, ad un *questioning* oppure ad un semplice *feeding back*, *concettuale* o *euristico*, potrebbe corrispondere uno scambio di *means*, in cui si susseguono solitamente *feeding back* ed *explaining* di tipo *euristico*.

Dialogo 1

In questo primo estratto, la coppia sembrerebbe bloccata nella risoluzione di un'uguaglianza incompleta, $80 \div 40 = \dots \div 4$, quindi chiamano uno degli sperimentatori, il quale avvia un'interazione con gli studenti ponendo una domanda generica. Il seguente sembrerebbe essere uno dei diversi esempi in cui viene avviata un processo di *scaffolding* con la prima domanda elencata poc'anzi.

- 1 **Sperimentatore:** Come va?
- 2 **Luca:** Male.
- 3 **Sperimentatore:** Che succede?
- 4 **Andrea:** Abbiamo scavato tutto [intende che hanno cercato in lungo e in largo un
- 5 blocco all'interno della piscina]
- 6 **Sperimentatore:** Ok, allora, vediamo, cerchiamo di capire questa uguaglianza... Che vi dice il
- 7 messaggio?
- 8 I bambini leggono il messaggio ad alta voce: "Ricorda che $40 \text{ è } 4 \times 10$."
- 9 **Luca:** Eh, noi l'abbiamo fatto 4×10 e abbiamo messo il 10 ma non va...
- 10 **Sperimentatore:** Ok, però... Allora, guardate, ragazzi... Voi qua c'avete...
- 11 **Luca:** 80, $80 \div 40$ 40...
- 12 **Sperimentatore:** Ok... Allora, ricordatevi...
- 13 **Andrea:** $80 \div 40$ 40, $40 \div 4$ 10... Ma l'abbiamo provato...
- 14 **Sperimentatore:** Allora, qua c'avete 80, e qua c'avete un buco... Non lo sappiamo... Qua c'avete
- 15 40 e qua c'avete 4... Che differenza c'è fra 40 e 4?
- 16 **Andrea:** Che ci sta 10 volte...
- 17 **Sperimentatore:** Che ci sta dieci volte, infatti, qua vi dice che $40 \text{ è } 4 \times 10$, no? Ma da 40 per
- 18 arrivare a 4 che abbiamo fatto?
- 19 **Luca:** 40×10 !
- 20 **Andrea:** No, $40 \div 10$...

- 21 **Sperimentatore:** $40 \div 10!$ E vi ricordate nella discussione di cosa abbiamo parlato? Abbiamo
 22 detto che la divisione come si comporta? Come l'addizione o come la
 23 sottrazione?
 24 **Andrea:** Come la sottrazione...
 25 **Sperimentatore:** Come la sottrazione... Quindi dobbiamo togliere... Quindi come si comporta la
 26 sottrazione?
 27 **Andrea:** Bisogna togliere uno zero!
 28 **Sperimentatore:** E come si toglie lo zero?
 29 **Andrea:** Con la divisione...
 30 **Sperimentatore:** Dividendo per...?
 31 **Andrea:** Questo... [indica il 10]
 32 **Sperimentatore:** Bravo! E quindi qua hai diviso per 10 ed è diventato 4, giusto? E qua quindi
 33 dividi per 10 pure questo, giusto? E quanto diventa? 80 diviso 10 quanto fa?
 34 **Entrambi:** 8...

Si tratta di un esempio in cui la coppia necessita di una procedura per poter progredire nel gioco. Prima di tutto, in 6 l'esperto attira l'attenzione degli alunni sul messaggio che appare in alto a sinistra. Stando alle dichiarazioni dei due bambini in 11 e in 13, tale messaggio è stato letto ed interpretato in modo errato: infatti, questi ultimi sono andati alla ricerca del blocco di numero 10. Nella riga 14, l'esperto sembrerebbe attivare un *questioning concettuale*, per ottenere una risposta relativa alla differenza fra i due termini 40 e 4. In 16 Andrea parrebbe rispondere con un *explaining euristico*, rifacendosi alla tabellina del 4. A tal proposito, lo sperimentatore si sarebbe nuovamente del messaggio per attivare un *questioning euristico*, volto a conoscere quale operazione debba essere eseguita sul numero 40 per ottenere 4. In 19, Luca sembrerebbe reagire in modo errato, quindi in 20 viene prontamente corretto dal compagno. Dopo aver fornito un *feeding back euristico* ai bambini, in 21 lo sperimentatore sembrerebbe attuare dei *modeling concettuali*, per rievocare alcune questioni discusse nell'incontro precedente (che verranno approfondite nel capitolo Descrizione della procedura di predisposizione delle discussioni) esortandoli così ad analizzare le relazioni fra numeri all'interno di un'uguaglianza. Una volta ottenuta la risposta corretta e dato un *feeding back concettuale* in 25, l'esperto sembrerebbe imbeccare gli allievi con la procedura corretta, attivando un *hint euristico*. Dopodiché parrebbe attivare un altro *questioning concettuale*, per verificare se effettivamente gli apprendenti l'abbiano compresa. Nella riga 27 Andrea sembrerebbe rispondere con un *explaining euristico*, riallacciandosi al *task* in esame. Nell'ultima parte dell'estratto, l'esperto parrebbe attuare un ulteriore *questioning euristico*, affinché gli allievi rispondano che basta dividere 40 per 10 (si veda riga 28), *means* al quale Andrea sembrerebbe replicare con un *explaining euristico*. In 30 dapprima l'esperto risulterebbe suggerire parte della procedura, per poi, in 32, indicarne la seconda parte con un *instructing euristico*. Infine, sempre in 32 lo sperimentatore domanda alla coppia il risultato di $80 \div 10$, a cui gli alunni rispondono con il numero corretto da inserire nello spazio vuoto. In questo esempio, i *means* attivati dallo sperimentatore non sembrerebbero generare una discussione fra pari. Infatti, risulterebbe che i due alunni non avviino una riflessione volta a scrivere una motivazione per il *task* appena risolto.

Dialogo 2

Nel prossimo frammento, questi ultimi sono alla ricerca del blocco di numero corretto all'interno della piscina. Una tirocinante si avvicina a loro.

- 1 **Ilaria:** Stiamo cercando [il blocco] 60...
- 2 **Tirocinante:** Ok, ok... Mi dite come avete fatto a, a trovare il 60? Che ragionamento avete fatto?
- 3 fatto?
- 4 **Ilaria:** Perché 10, al 13 hanno tolto 3 unità e qui però le hanno aggiunte al 57 che è diventato 60.
- 5
- 6 **Tirocinante:** Bravissima...

La domanda in 2, volta a conoscere il ragionamento applicato dalle alunne, sembrerebbe aver prodotto una motivazione basata su un ragionamento di tipo relazionale. Questo esempio sembrerebbe essere uno dei molteplici casi di intervento volontario, iniziato dall'esperto con il secondo tipo di domanda.

Dialogo 3

Il prossimo estratto risulterebbe uno dei vari casi di intromissione nel dialogo di una coppia di alunni, in seguito alla rilevazione della reiterazione di un metodo risolutivo basato su calcoli. In questo esempio, due allievi, Andrea e Luca, sono intenti a risolvere il *task* $9 + 5 = 14 + 5$, ma non riescono ad accordarsi sulla soluzione.

- 1 **Luca:** Ok, $9 + 5... 5...$
- 2 **Andrea:** 14...
- 3 **Luca:** $14 + 5...$
- 4 **Andrea:** $9 + 5$ 14, $+5...$
- 5 **Luca:** Sbagliato...
- 6 **Andrea:** No, giusta perché $9 + 5$ fa 14.. Vero... Prova vero...
- 7 **Luca:** No, no, no, no...
- 8 **Andrea:** No, vai indietro...
- 9 **Luca:** Ti faccio vedere, vai qua, vai qua... Gira... $9 + 5 = 14$, 14... E $14 + 5$ non è uguale
- 10 a $9 + 5...$
- 11 **Andrea:** E sì, perché questo [non è chiaro a quale blocco di numero si riferisca] qua lo
- 12 spostiamo qua...
- 13 **Luca:** Ma che c'entra!
- 14 Si avvicina la maestra.
- 15 **Maestra:** Scusa, eh, ascolta anche la sua motivazione: $9 + 5$ quanto fa?
- 16 **Andrea:** 14.
- 17 **Maestra:** E $14 + 5$ fa 14?
- 18 **Andrea:** 19.

- 19 **Maestra:** Eh?
 20 **Andrea:** 19.
 21 **Maestra:** Eh appunto... 19, quindi è falso...
 22 **Luca:** Eh, che ti ho detto?!

Con questo estratto si intende mettere in risalto come l'intervento da parte dell'insegnante, non espressamente richiesto, sia servito per confermare le risposte di uno dei due bambini. Nella prima parte dell'episodio, più precisamente, nelle righe 4 e 6, si rilevarebbe come Andrea non riesca a vedere l'uguaglianza nella sua interezza, nonostante i *feeding back euristici* del compagno in 7. Come si nota in 9, per aiutare il compagno, Luca sembrerebbe usare ancora una volta la visuale di gioco per mostrargli la parte destra dell'uguaglianza e sostenere la sua idea con un *explaining euristico*, basato sulla procedura di calcolo specificata a inizio battuta. A questo punto, nella riga 15 l'insegnante si intrometterebbe nella discussione fra i due apprendenti, per invitare Andrea ad ascoltare la motivazione dell'amico, quindi domandandogli il risultato della prima operazione e attivando un *questioning euristico*. Avendo ottenuto la risposta corretta, affinché Andrea arrivi a confrontare i risultati delle due operazioni, nella riga 17 gli chiede se il risultato dell'operazione di destra sia uguale a quello dell'operazione di sinistra (con un altro *questioning euristico*). In conclusione, nella riga 22 desterebbe interesse il *feeding back euristico* di Luca dopo l'intervento della maestra, per far notare al compagno di aver avuto ragione.

Dialogo 4

Il prossimo esempio mostra un altro intervento non richiesto da parte di una tirocinante. Abbiamo selezionato questo estratto poiché il supporto dell'esperto sembrerebbe aver spinto uno dei due soggetti ad attivare un particolare *means* direttamente al compagno/a. In questa situazione, la coppia di studenti sta risolvendo l'uguaglianza incompleta $67 + 37 - 35 = \dots$

- 1 **Daniele:** Vai, Davide, vai...
 2 **Davide:** $67 + 37 \dots$
 3 **Tirocinante:** Ragionate... Ragionate, ragazzi, scrivi l'uguaglianza...
 4 Daniele legge l'uguaglianza. La tirocinante sente che Davide sta eseguendo i
 5 calcoli.
 6 **Tirocinante:** Sempre a fa' i conti...
 7 **Daniele:** Qua ci sta il 7...
 8 **Davide:** [Dopo aver eseguito i calcoli] 104...
 9 **Tirocinante:** No, non fa' i conti...
 10 **Daniele:** No, qua, eh, aspè, qua c'è il 5 qua c'è il 7. Qua cambia una cosa, poi ci sta due
 11 volte il 3 e poi c'è una volta il 6, ehm...
 12 **Tirocinante:** Davide, Davide, ascoltami a me prima, aspetta un attimo: qua ci sta... Aspetta,
 13 riguardiamola insieme, [...] C'è il 37 e il 35... Che vuol dire il 37 e il 35?
 14 **Daniele:** Che qua c'è il meno... Quindi devi fa' $37 - 35 \dots$
 15 **Tirocinante:** Bravissimo! E quanto fa?
 16 **Daniele:** Ehm...

- 17 **Tirocinante:** Quanto fa?
 18 **Davide:** Allora, $67 + 37 = 104$...
 19 **Tirocinante:** No, no...
 20 **Davide:** Meno 35... $104 - 35 = 79$...
 21 **Daniele:** Devi fa' prima la sottrazione e poi l'addizione!
 22 **Tirocinante:** Fai prima $37 - 35$, quanto fa?
 23 **Davide:** 2...
 24 **Tirocinante:** E poi lo sommi a 67...
 25 **Daniele:** E quanto fa $2 + 67$?
 26 **Tirocinante:** E fa 69... Bravo, mi sei piaciuto...

In questo caso, una delle tirocinanti presenti ha stabilito di doversi affiancare alla coppia di allievi, dopo aver osservato la reiterazione di uno specifico comportamento in uno dei due. Infatti, nella riga 6, notando che Davide sta eseguendo i calcoli, la tirocinante sembrerebbe rispondere con un *feeding back euristico*, evidenziando come il procedimento adottato dal bambino sia superfluo. Come si nota nella riga 7, tale risposta sembrerebbe spingere Daniele a rilevare delle differenze fra i numeri presenti nell'uguaglianza. Purtroppo, parrebbe che il monito non sia stato recepito da Davide, il quale si ostinerebbe ad eseguire i calcoli passo dopo passo. In riga 9, la tirocinante risulterebbe rispondere con un altro *feeding back euristico*, cercando di dissuadere il discente dall'effettuare calcoli. Nel frattempo, Daniele avrebbe continuato ad individuare le differenze fra i numeri dell'uguaglianza: nella riga 10, con un *instructing*, che potrebbe essere reputato *concettuale*, sembrerebbe indicare al compagno tali differenze, sottolineando come fra il 37 ed il 35 "cambi qualcosa". Nonostante le indicazioni della tirocinante e del compagno, Davide sembrerebbe reiterare la procedura di calcolo. A questo punto, nella riga 12, la tirocinante parrebbe sfruttare il ragionamento di Daniele per porre l'accento, con un *instructing concettuale*, sui due numeri più vicini, ovvero, il 37 ed il 35. Poi, sembrerebbe domandare ai due alunni di chiarire la relazione fra i due numeri, attivando un *questioning* che rivelerebbe aspetti legati al pensiero relazionale. Di rimando, in 14 Daniele spiega che fra i due numeri c'è il segno di sottrazione e, in tono quasi imperativo, suggerisce a Davide di eseguire direttamente la differenza. Gli interventi successivi della tirocinante e di Daniele sembrerebbero non sortire l'effetto atteso, infatti, Davide continua ad eseguire pedissequamente le operazioni. Quasi esasperato, nella riga 21, Daniele sembrerebbe indicare al compagno, con un *instructing euristico*, la procedura suggerita dalla tirocinante, ovvero, di effettuare prima la sottrazione e poi l'addizione. Infine, Davide risponde correttamente alla domanda posta dalla tirocinante in 22.

Dialogo 5

Nel prossimo esempio, una volta risolta correttamente l'uguaglianza, una coppia di alunne è incerta sulla motivazione da scrivere sul diario di bordo. L'insegnante viene chiamata dalla coppia per avere dei chiarimenti su cosa riportare: si tratterebbe di uno dei due casi rilevati in cui viene richiesto esplicitamente l'intervento di un esperto.

- 1 **Maestra:** Bisogna scrivere... È vero o falso?

- 2 **Angela:** Vera...
- 3 **Maestra:** Perché? Cosa hai fatto?
- 4 **Chiara:** Invariantiva? [La bambina si riferisce alla motivazione al *task* $8 = 8$]
- 5 **Maestra:** Eh? Nell'addizione...
- 6 **Angela:** No, ma stiamo qui [spostandosi indietro verso l'item $8 = 8$], cioè questa
7 dobbiamo scrivere...
- 8 **Maestra:** Sì, ma a quella di prima che hai scritto... No, ma quella di prima non l'hai
9 fatta...
- 10 **Angela:** Questa? [riferendosi al *task* $3 + 5 = 3 + 5$]
- 11 **Maestra:** Eh...
- 12 **Angela:** Eh, adesso la sto facendo...
- 13 **Maestra:** È vera perché...? Che hai applicato...?
- 14 **Angela:** È vera perché... $3 + 5 = 8$ e $3 + 5 = 8$.
- 15 **Maestra:** È uguale...

In questo frammento l'insegnante supporta passo dopo passo le bambine sulla motivazione da scrivere sul diario di bordo. Inizialmente, nella riga 1 la docente domanda loro se l'uguaglianza in esame sia vera o falsa, quindi, dopo aver ottenuto una risposta, in 3 chiede di spiegare la procedura adottata. Pertanto, sembrerebbe attivare due *questioning concettuali*, per comprendere se le alunne abbiano applicato una qualche proprietà aritmetica. I suddetti *means* verrebbero riutilizzati nella riga 13. Come si vede in 14, la richiesta di motivazione della maestra sarebbe stata interpretata da Angela in modo *euristico*, in quanto quest'ultima confronta i risultati delle due operazioni identiche. Infine, la maestra terminerebbe il suo intervento sottolineando che le operazioni sono effettivamente identiche, attraverso un *explaining concettuale*.

Dialogo 6

L'ultimo stralcio mostrerebbe il secondo caso di intervento esplicitamente richiesto da uno dei membri della coppia, impegnata nella risoluzione del *task* $92 - 47 = 90 - \dots$, presente nell'attività Piscine Uguaglianze.

- 1 **Marco:** Ma lo sai quanto fa?
- 2 **Giulia:** Perché all'unità se ci aggiungo il 2 fa ehm...
- 3 La bambina chiama uno degli esperti per mostrargli quanto ha scritto sul
4 diario di bordo.
- 5 **Giulia:** Perché al 90 se ci aggiungo 2 diventa 92...
- 6 **Sperimentatore:** E 47? Ehm, non è completa, va bene ma non è completa.
- 7 **Giulia:** E poi scrivo l'altra...
- 8 **Marco:** E poi tolgo a 47...
- 9 **Sperimentatore:** E poi 47 come diventa 47? Da 47 come diventa? Vi ricordate il discorso sulla,
10 scusate, vi ricordate il discorso sulla sottrazione che vi ho fatto? [si riferisce
11 alla discussione di classe avvenuta nel precedente incontro] Se qua noi

- 12 abbiamo tolto...? [riferendosi al 90, suggerisce 2 con le dita, poi, Giulia fa lo
 13 stesso] Qua che facciamo?
 14 **Marco:** Togliamo...
 15 **Giulia:** Togliamo 2
 16 **Marco:** Perché al 92 e al 47 togliamo 2.

Nella riga 5, Giulia cercherebbe di spiegare il suo ragionamento allo sperimentatore. Volendo conoscere il resto della motivazione, quest'ultimo le domanda cosa accade al secondo termine di sinistra, per verificare se ricorda la discussione dell'incontro precedente. Dopo aver attivato un *questioning* basato sul ragionamento relazionale dell'allieva, lo sperimentatore sembrerebbe manifestare un *feedback* relativo alla correttezza della sua procedura, invitandola a portarla a termine. Nel frattempo, Marco sembrerebbe aver individuato le relazioni fra i numeri, quindi in 8 proverebbe a completare il procedimento attivando un *explaining concettuale*. La risposta di Marco sembrerebbe spingere lo sperimentatore a chiedere ad entrambi come diventa il secondo termine a sinistra, rievocando il discorso sulle relazioni fra numeri nella sottrazione affrontato durante la prima discussione. Pertanto, nella riga 9 quest'ultimo parrebbe mettere in campo dapprima due *questioning* orientati verso un ragionamento di tipo relazionale, poi un *hint*, indicando sullo schermo i blocchi dei numeri 90 e 92, infine, un altro *questioning*, a cavallo fra i due domini. Nelle righe successive, cioè in 14, 15 e 16, si potrebbe osservare come ciascun bambino sembri raffinare la risposta dell'altro, fino a quando Marco sembrerebbe esporre a chiare note la relazione fra le operazioni, attivando un *explaining*, da un lato *euristico* non astraendosi dall'esempio corrente, e dall'altro *concettuale*, rivelando un ragionamento relazionale.

7.5 Descrizione dei risultati ottenuti dallo scaffold schede

Questa sezione è dedicata alla descrizione dei risultati ottenuti dallo *scaffold cartaceo*. Come per quelli provenienti dallo *scaffold digitale*, riporteremo alcuni stralci di interazioni fra pari durante lo svolgimento delle attività assegnate, pertanto, per ogni *means* previsto nello *scaffold*, illustreremo i corrispettivi *means* di risposta attuati dalle coppie di alunni. Prima di iniziare, è necessario ricordare i *means* presenti nelle schede:

- selezione di *task*;
- disposizione di tali *task* in un determinato ordine;
- richiesta di motivare, per ogni *task*, la soluzione adottata.

Durante gli incontri in cui era prevista la somministrazione di schede, nella maggior parte delle interazioni fra pari si distinguono i seguenti passaggi:

- risoluzione del *task*, in cui le coppie discutono sulla soluzione corretta;
- discussione su come scrivere la motivazione. Nel secondo ciclo di attività, le suddette discussioni sembrerebbero venir meno.

Nel prossimo paragrafo si illustreranno i risultati riscontrati nella prima fase, mentre in quello successivo si mostreranno le reazioni all'ordine in cui sono state disposte le uguaglianze. In questo caso, abbiamo convenuto di presentare i risultati della selezione e quelli dovuti alla disposizione dei *task* in modo separato, in quanto i risvolti generati da questo secondo *means* non sembrerebbero verificarsi solamente nella fase di determinazione della soluzione, ma anche in quella di riflessione sulla motivazione. Nel terzo paragrafo, invece, presenteremo stralci di interazione fra pari intenti a definire la motivazione da scrivere. Per finire, proporrò degli esempi di interventi, sia volontari che richiesti, da parte degli esperti.

7.5.1 *Means* di risposta alla selezione dei *task*

Questo paragrafo è dedicato alla presentazione di una selezione di estratti di dialoghi generati dalla proposta di *task*.

Prima di tutto, riportiamo una panoramica generale dei *means* rilevati durante l'analisi delle interazioni fra pari.

In generale, sembrerebbe che la selezione dei *task* vero/falso abbia generato i seguenti *means* di risposta, ordinati in senso decrescente di occorrenza: *feeding back*, *explaining*, *questioning* e, in ultimo, *instructing*, tutti di tipo *euristico*. In generale, il primo risulterebbe essere attivato come risposta al *task* proposto, il secondo, invece, per spiegare una procedura di calcolo. In pochissimi casi, sembrerebbe che le coppie esordiscano le discussioni con un *questioning euristico*, volto a conoscere il risultato di una determinata operazione. Ad ogni *means* elencato poc' anzi potrebbe corrispondere un qualsiasi altro *means* dello stesso insieme. In molti casi, la risposta ad un *questioning euristico* sembrerebbe essere un *explaining euristico*, quindi la spiegazione di una procedura, oppure un *feeding back euristico*, qualora sia stato richiesto il risultato di un'operazione. In altri casi, invece, il *means* di risposta più frequente ad un *instructing euristico* parrebbe essere il *questioning euristico*, per avere delucidazioni sulla procedura suggerita. In aggiunta, sembrerebbe che alcune sequenze di *means*, composte da un sottoinsieme di quelli listati, siano generate da almeno uno dei due alunni. Dai risultati si evincerebbe come le più frequenti siano quelle formate da un *feeding back euristico* e da un *explaining euristico*, per confermare una soluzione e proporre una propria motivazione, oppure da un *feeding back euristico* e da un *questioning euristico*, per avere chiarimenti su alcuni passaggi aritmetici, oppure ancora da un *instructing euristico* e da un *explaining euristico*, per dimostrare al compagno/a il proprio metodo. Solitamente, abbiamo riscontrato come alle suddette sequenze potrebbe corrispondere un *feeding back euristico*, un *explaining euristico* oppure una sequenza formata da tali *means*, per confermare, disapprovare ed esporre il suo metodo risolutivo. Per giunta, abbiamo registrato un susseguirsi di singoli *means*, principalmente di *feeding back euristici*, nei casi di evidente disaccordo fra le parti.

La selezione di *task* incompleti potrebbe aver fatto scaturire i medesimi *means* di risposta più altri, quali l'*hint euristico* e, raramente, dei *modeling* orientati verso il dominio *concettuale*. Probabilmente, la struttura di questi *task* avrebbe portato a suggerire una via più breve alla procedura di calcolo e ad esporre un'idea al compagno/a ricorrendo ad un esempio matematicamente equivalente.

Pertanto, per ogni *means* di risposta individuato, indicheremo il dominio al quale appartiene.

Dialogo 1

Nel seguente estratto, una coppia sta risolvendo l'uguaglianza incompleta $12 \times 8 = 80 + \dots$. Questo rappresenterebbe solo uno dei diversi esempi in cui l'interazione è stata avviata con la soluzione al *task*. Per di più, è stato selezionato per il tipo di ragionamento applicato da uno dei due soggetti.

- 1 **Romeo:** 80... 80... No, 96... 96...
- 2 **Camilla:** $12 \times 8...$
- 3 **Romeo:** 96... 96 [inizia a contare con le dita]
- 4 **Camilla:** Aspetta, $80 + 10...$ 16!
- 5 **Romeo:** 104... 104... 80 più...
- 6 **Camilla:** 16...
- 7 **Romeo:** 24...
- 8 **Camilla:** [vedendo che Romeo sta iniziando a scrivere 24 nel buco] No, Romeo, è 16...
- 9 **Romeo:** È 24...
- 10 **Camilla:** No, non è 24...
- 11 **Romeo:** Sì che è 24...
- 12 **Camilla:** Perché 12×8 fa 8, per 10 80, 8×2 16, fa...
- 13 **Romeo:** Eh?
- 14 **Camilla:** È 16 qua, Romeo...
- 15 **Romeo:** Perché?
- 16 **Camilla:** Perché se tu fai 12×8 e io lo inverte e fai 8×10 80, 8×2 16... Quindi qua ci va
- 17 il 16!
- 18 Camilla chiama la maestra per avere una conferma del suo procedimento.

Nella prima parte, si rileva come la coppia stia eseguendo i calcoli. Nella riga 4, sembrerebbe che Camilla reagisca con un *feeding back euristico*, basato essenzialmente su una procedura di calcolo. In 5, parrebbe che anche Romeo risponda con il medesimo *means*, fondato su un ragionamento procedurale. Nelle righe successive si nota come i due bambini siano in disaccordo sul numero mancante, determinato in entrambi i casi seguendo delle procedure di calcolo differenti. In 8, per evitare che il compagno scriva una risposta errata, Camilla sembrerebbe fornire un altro *feeding back euristico*. A questo punto, si verificherebbe uno scambio di *feeding back euristici*, fino a quando, sia in 12 sia in 16, l'alunna spiegherebbe al compagno il suo procedimento. Infatti, Camilla sembrerebbe attivare un *explaining*, in parte *euristico*, esponendo un ragionamento ancora legato ai numeri coinvolti nell'uguaglianza, e in parte *concettuale*, poiché poggia sull'uso della proprietà distributiva. Infine, Camilla chiama la maestra per ottenere una conferma del suo ragionamento.

Dialogo 2

Il secondo stralcio di interazione fra pari rappresenterebbe uno dei rari casi in cui viene fornita una motivazione *concettuale* per un *task* vero/falso, nonché uno dei pochi casi di avvio di un'interazione mediante *questioning*. Un membro della coppia, Melissa, sta cercando di spiegare alla sua compagna,

Letizia, il motivo per cui l'uguaglianza $9 \times 3 + 5 = 9 \times 8$ sia falsa. Avendo una visione procedurale del simbolo uguale, Letizia sembrerebbe ritenere che, accanto all'operazione di sinistra, cioè $9 \times 3 + 5$, si debba scrivere il risultato 32. Per non perdere ulteriore tempo, le discenti hanno accantonato temporaneamente la risoluzione del *task* per dedicarsi agli altri. Una volta tornate sull'uguaglianza, Melissa prova a spiegare alla compagna il suo pensiero.

- 1 **Melissa:** Allora... 9×3 ?
 2 **Letizia:** 27...
 3 **Melissa:** 27 più ehm 5...? Abbiamo detto 32. Però qua c'è [non si capisce] l'uguale con
 4 scritto 32. Ci può stare anche un'altra operazione, addizione, sottrazione,
 5 quello che ti pare però non ci deve stare per forza 32... Ok? Quindi in questo
 6 caso che cosa ci vuole far capire, che questa operazione [cerchia $9 \times 3 + 5$]...
 7 Perché si dice uguaglianza? Perché sono uguali, cioè se l'operazione è uguale.
 8 Qua è 32 abbiamo detto?
 9 **Letizia:** Ma non era 27?
 10 **Melissa:** [cerchia $9 \times 3 + 5$] 9×3 fa 27 ma tutto fa 32. E di qua [al secondo membro] il
 11 totale è vent... Ehm, 72. Quindi l'uguaglianza è falsa perché il risultato doveva
 12 essere o tutti e due 32 o tutti e due 72.

Inizialmente, in 1, Melissa sembrerebbe attivare un *questioning euristico*, per ottenere il risultato della moltiplicazione 9×3 , a cui Letizia proverebbe a rispondere con un *feeding back euristico* (si veda riga successiva). Dalla riga 3, Melissa cerca di chiarire alla compagna che il simbolo uguale può essere seguito anche da un'operazione, quindi non soltanto da un numero. Per quanto concerne il *means* attivato dall'alunna in 3, a giudicare dall'inizio della sua battuta, risulterebbe un *explaining euristico*, ma, visto che propone diverse procedure possibili, si potrebbe valutare anche come un *modeling*. Inoltre, sembrerebbe interessante la frase "che cosa ci vuol far capire": in essa si potrebbe rilevare un aspetto metacognitivo, con il quale Melissa proverebbe ad astrarsi da qualsiasi procedura. In definitiva, il *means* attivato dall'alunna potrebbe essere un *explaining* molto complesso, orientato verso un *modeling concettuale*. Nella seconda parte del suo ragionamento, quest'ultima sembrerebbe ricorrere ad un *questioning euristico*, seguito da un *explaining euristico*, sostenendo che l'operazione debba essere uguale. Da 10 in poi, l'alunna sembrerebbe esporre dapprima un ragionamento di tipo procedurale, basato sul confronto fra i risultati delle due operazioni ai lati dell'uguale, poi, concludere con la sua motivazione, attivando due *explaining euristici*.

Dialogo 3

Il frammento che segue costituirebbe uno dei pochi casi in cui è stato attivato un *hint euristico* per agevolare la procedura di calcolo eseguita dal compagno/a. Una coppia sta affrontando l'uguaglianza incompleta $12 \times 4 = 24 + \dots$

- 1 **Alessio:** 12×4 ... 48.
 2 **Greta:** Allora, 12×4 ...

- 3 **Alessio:** Qua ce l'hai scritto, 24...
- 4 **Greta:** Non è uguale a 24... 12 per 2 è uguale a 24. 12, 24, 36, 48... Quindi è uguale a
- 5 24 + 24... 4 e 4 8...
- 6 **Alessio:** Perché è la metà...

Dopo averle dato un primo riscontro in 1 ed osservandola intenta ad eseguire i calcoli, nella riga 3, Alessio sembrerebbe attivare un *hint euristico* nei confronti della compagna, per farle notare come parte del risultato della moltiplicazione 12×4 sia presente a destra dell'uguale. In 4, Greta sembrerebbe precisare con un *feeding back euristico* che il prodotto non è uguale a 24, aggiungendo due *explaining euristici*: nel primo reciterebbe la tabellina del 12, nel secondo, invece, puntualizzerebbe che il prodotto 12×4 è uguale a $24 + 24$, iniziando ad eseguire la somma a mente. Infine, il compagno la interromperebbe specificando che 24 è la metà di 48, attivando un altro *explaining euristico*.

Dialogo 4

Infine, l'ultimo esempio, che rientrerebbe in una casistica molto frequente, mostra come due bambini, Valentina e Leonardo, risolvono l'uguaglianza incompleta $57 + 13 = \dots + 10$.

- 1 **Valentina:** [legge l'item] 60 + 10! Perché se, perché se... Se tolgo questo 3 [...] Se tolgo
- 2 questo 3...
- 3 **Leonardo:** 57 + 13... Quanto fa 57 + 13?
- 4 **Valentina:** [copre il 3 con un dito] Non serve fare i calcoli...
- 5 **Leonardo:** Sì, si fanno i calcoli... Secondo te è 60?
- 6 **Valentina:** Sì, sì.
- 7 **Leonardo:** Non è 60... È il risultato.
- 8 **Valentina:** Non è il risultato... Questo fa 60 [riferendosi al buco] perché 3 + 57... Quanto
- 9 fa 3 + 57? Poi se questo qui è 10...
- 10 **Leonardo:** Non stai ragionando bene perché 57 + 13 fa 80 perciò questo è 70. Vuoi vedè
- 11 alla calcolatrice della maestra? Quanto fa 57 + 13...?

Nella riga 1, Valentina sembrerebbe rispondere prontamente con un *feeding back* poggiato su basi relazionali, giacché dalla spiegazione che segue (che potrebbe considerarsi un *explaining* verso il concettuale) si potrebbe rilevare una procedura basata sulle relazioni individuate sia a sinistra che a destra dell'uguale. Di rimando, in 3, Leonardo sembrerebbe domandare alla compagna, attivando un *questioning euristico*, il risultato della prima somma, alludendo al fatto che sia necessario prima eseguire entrambe in colonna per poter poi confrontarne i risultati in un secondo momento. Successivamente, in 4 Valentina sembrerebbe attuare un *hint euristico*, coprendo con un dito la cifra 3 del numero 13, ritenendo superfluo il calcolo. Leonardo parrebbe replicare dapprima con un *feeding back euristico*, ribadendo la necessità dei calcoli, poi con un *questioning euristico*, per avere una conferma sul numero mancante. Dopo aver ricevuto un riscontro da parte della compagna, Leonardo sembrerebbe non essere più convinto della sua soluzione, così spiegherebbe, con un *explaining euristico*, che il numero mancante è il risultato della somma a sinistra. In 8, Valentina sembrerebbe rispondere inizialmente con un *feeding back euristico*, dissentendo sulla procedura del compagno, quindi, mediante un *explaining*

euristico, proverebbe a chiarire il suo pensiero. A quest'ultimo *means* farebbero seguito un *questioning euristico* e, per finire, un *instructing euristico*. Nello specifico, Valentina avrebbe scomposto il numero 13 in $3 + 10$, deducendo il numero mancante sommando semplicemente 3 a 57. Purtroppo, risulterebbe che il ragionamento di Valentina non convinca il compagno, il quale proverebbe a fornire un *feeding back euristico* e, subito dopo, un *explaining euristico*, reiterando la procedura di partenza. Nella battuta 10, si potrebbe notare come Leonardo abbia bisogno di avvalersi di un dispositivo elettronico per sostenere la sua idea. Questo stralcio è stato scelto per mostrare il tipo di sequenze di *means* attivate da entrambe i soggetti, il ragionamento relazionale messo in campo da Valentina e, soprattutto, la necessità di ricorrere ad un altro *material scaffold* che confermi una soluzione.

7.5.2 Means di risposta alla disposizione dei task

Diversamente dalla descrizione dei risultati ottenuti dallo *scaffold digitale*, in questo caso l'ordine dei *task* sembrerebbe aver generato *means* sia durante la risoluzione dei *task* assegnati sia nella fase di discussione sulla motivazione da scrivere. Per questo motivo, abbiamo stabilito di dedicare un paragrafo alle evidenze relative alla disposizione dei *task*.

Questo *means* sembrerebbe non aver generato particolari sequenze di *means* di risposta. Durante la risoluzione dei *task* vero/falso, solo in un caso l'uguaglianza sarebbe stata collegata ad una precedente, attivando un *explaining euristico*. Da questo *means* ne sarebbero scaturiti degli altri, che, però, avrebbero orientato la discussione su una procedura di calcolo anziché su una riflessione più relazionale. Per quanto concerne i *task* incompleti, la disposizione dei *task* in sequenza avrebbe generato pochi *means*, tra cui il *modeling euristico*, per rievocare un *task* già incontrato nelle schede precedenti. Da quest'ultimo *means* sarebbero derivate delle sequenze, formate da un *feeding back euristico* e da un *explaining euristico*, per confermare e proporre una motivazione, oppure scambi di singoli *means*, generalmente, *feeding back euristici*. Infatti, dopo aver rievocato un *task* già incontrato, per verificare che il numero mancante fosse corretto, le coppie si sarebbero cimentate nei calcoli.

Dialogo 1

Nel prossimo esempio di *reciprocal scaffolding* metteremo in luce i *means* prodotti dall'ordine dei *task* nelle schede. Nel primo, Greta e Alessio sono impegnati nella risoluzione dell'uguaglianza $69 + 32 = 68 + \dots$

- | | | |
|---|-----------------|--|
| 1 | Alessio: | [legge l'item] $68 + 32\dots$ |
| 2 | Greta: | Ahh! Era [balbettio incomprensibile] scambiato! C'era un esercizio anche |
| 3 | | sulle altre... [si riferisce a schede precedenti] |
| 4 | Alessio: | Ah, sì! Che doveva essere 23... |
| 5 | Greta: | [muovendo la matita dal primo membro a sinistra al primo membro a destra] |
| 6 | | No, questa è diminuita e questa è aumentata [ripetendo lo stesso gesto dal |
| 7 | | secondo membro della prima operazione a quello della seconda operazione] |
| 8 | Alessio: | Questo è 22... |

9 **Greta:** No, questo è 33, perché, ehm, qua è diminuita e qua è aumentata [ripetendo i
10 gesti di cui prima]. Quindi diventa 33.

11 **Alessio:** Questa era facile...

In 2 Greta sembrerebbe ricordare al compagno che il *task* $69 + 32 = 68 + \dots$ è simile ad un'altra uguaglianza presente nelle schede precedenti, attivando un *modeling euristico*. In 4 Alessio parrebbe rispondere con un *feeding back*, riferendosi ad uno dei numeri del *task* $36 + 23 = 37 + 22$. Subito dopo, Greta sembrerebbe attuare prima un *feeding back euristico*, ritenendo la risposta del compagno sbagliata, e continuare con un *explaining* da una parte *euristico*, associato ai numeri dell'uguaglianza, dall'altra poggiato su basi di tipo relazionale. Questo rappresenterebbe l'unico esempio rilevato in cui sarebbe stata creata una connessione fra *task* diversi nella fase di risoluzione dei *task* incompleti.

Dialogo 2

Il prossimo esempio costituirebbe uno dei rari casi in cui le coppie si accorgono della disposizione dei *task*. Letizia e Melissa hanno già risolto il *task* $8 = 3 + 5$, quindi sono in procinto di scrivere la motivazione sulla scheda.

1 **Letizia:** Qui è il contrario perché parte da 8... Cioè, come abbiamo fatto a capire...

2 Facendo il contrario, cioè, prendendo il risultato...

3 **Melissa:** Guarda... 8 meno 3 fa 5 e [usa l'operazione inversa]

4 **Letizia:** Ma perché c'è l'8 qui davanti?

5 **Melissa:** Perché questa ti vuole ingannà, no? Questa [riferito all'uguaglianza] ti vuole
6 dire, ma questa è vera sì o no?

Come si desume da 1, sembrerebbe che Letizia associ il *task* attuale con quello che lo precede nella sequenza, ovvero $3 + 5 = 8$, attivando un *explaining euristico*. Nella riga 3, Melissa sembrerebbe non stabilire alcun tipo di connessione fra le uguaglianze. Nello specifico, nella stessa battuta risulterebbe attuare prima un *instructing*, poi un *explaining*, entrambi di tipo *euristico*, per attirare l'attenzione della compagna sulla sua procedura di calcolo, che, secondo lei, rappresenta la motivazione più corretta. Inoltre, in risposta al *questioning euristico* di Letizia (4), Melissa sembrerebbe ritenere che il suddetto *task* sia stato inserito per "trarle in inganno", attivando un *explaining euristico*. Sebbene il suo ragionamento sia basato sull'uso dell'operazione inversa, in quest'ultima frase si potrebbe rilevare un processo metacognitivo, nel tentativo di astrarsi dai *task* assegnati.

7.5.3 Means di risposta alla richiesta di motivazione

In questa terza parte si riportano alcune interazioni fra pari relativamente alla seconda fase descritta nel paragrafo Descrizione dei risultati ottenuti dallo scaffold schede, in cui, cioè, le coppie decidono quale motivazione scrivere sulla scheda. Anche in questo caso, abbiamo previsto che tale richiesta potesse produrre risposte sia dal punto di vista *euristico* che dal punto di vista *concettuale*, a seconda dell'interpretazione attribuita dagli apprendenti.

In generale, dai risultati emergerebbe come la richiesta di motivazione potrebbe aver generato sia singoli *means* sia sequenze di *means* da parte di almeno uno degli alunni. Com'era prevedibile, il *means* di risposta più frequente sembrerebbe essere l'*explaining*, seguito da *feeding back*, per lo più nel dominio *euristico*. In pochissimi casi, abbiamo rilevato anche dei *questioning* e dei *modeling*, specialmente di tipo *euristico*. Abbiamo osservato come questo *means* presente nelle schede potrebbe aver fatto scaturire degli scambi virtuosi di *explaining* oppure sequenze composte da un *feeding back* e da un *explaining*, in cui un alunno sembrerebbe completare le risposte dell'altro oppure le correggerle proponendo la sua versione. In pochi casi abbiamo rilevato *instructing euristici* per esortare il compagno/a a scrivere una motivazione dettata oppure per sottolineare un aspetto, matematico o grammaticale, da tenere in considerazione. Sembrerebbe che *questioning* e *modeling* vengano attivati solo in situazioni molto specifiche, per domandare il parere del compagno/a sulla motivazione da scrivere ed esporre un ragionamento proponendo esempi con numeri diversi. Nei prossimi esempi evidenzieremo delle sequenze di *means* molto specifiche attivate dalla richiesta di motivazione.

Fatta eccezione per i casi riportati in questa sezione, la maggior parte dei *means* di risposta alla richiesta di motivazione per i *task* vero/falso sembrerebbe essere di tipo *euristico*, avendo rilevato, nei primi due incontri, una tendenza generale a svolgere procedure di calcolo. D'altro canto, a partire dal terzo incontro, parrebbe che le motivazioni siano maggiormente poggiate sulle relazioni fra i numeri e le operazioni.

Nello specifico, il primo ed il terzo esempio sono stati scelti in quanto unici casi in cui sembrerebbe esser stato attivato un *means* pienamente *concettuale* per scrivere la motivazione relativa ad un *task* vero/falso. Il secondo, invece, descriverebbe una situazione abbastanza frequente in cui i soggetti sembrerebbero scambiarsi gli stessi *means*.

Dialogo 1

In questo primo frammento, Letizia e Melissa stanno decidendo cosa scrivere come motivazione al *task* $4 \times 2 = 2 + 4$.

- | | | |
|----|-----------------|---|
| 1 | Letizia: | Però ecco perché è falsa: perché sono cambiati i fattori e questo qua |
| 2 | | [riferendosi al simbolo di operazione]. Forse è meglio se diciamo, sì, è falsa |
| 3 | | perché è cambiato l'ordine dei fattori e... |
| 4 | Melissa: | No, perché non c'entra con l'ordine dei fattori... |
| 5 | Letizia: | Qua secondo me abbiamo [viene interrotta dalla compagna], abbiamo |
| 6 | | cambiato questo... [riferendosi al simbolo di operazione] |
| 7 | Melissa: | Tu, ad esempio, c'hai, che ne so, c'hai 3 per 4, 3 per 4. Ok? Uguale 12. Tu hai |
| 8 | | certificato che ho scambiato $4 \times 4 = 12$ però poi è cambiata la posizione dei |
| 9 | | fattori? |
| 10 | Letizia: | Eh, però qualcosa è cambiato... [alludendo ai fattori invertiti] |
| 11 | Melissa: | A parte qualcosa di strano, il mio ragionamento è: in questo momento, no, |
| 12 | | non è che ti concentri sulla posizione dei fattori che è cambiata... Però non è |
| 13 | | che ti concentri sulla posizione dei fattori che è cambiata. In questo |

- 14 momento ti concentri sulla motivazione che è falsa, [borbottio
 15 incomprensibile] e poi ti concentri anche su cosa, anche qui i fattori te li ha
 16 fatti in questo modo perché lei ci voleva far capire che come, come si
 17 chiamano, due operazioni diverse il risultato non è uguale.
 18 **Letizia:** Allora possiamo dire, è falsa perché sono cambiate [disegna una freccetta
 19 verso il simbolo di operazione], perché sono cambiati, ehm...
 20 **Melissa:** Ehm, le operazioni.

Nella battuta 1, Letizia sembrerebbe esprimere il suo ragionamento attivando un *explaining concettuale*, in seguito all'osservazione dell'uguaglianza e alla rilevazione delle differenze fra un membro e l'altro. Inoltre, l'alunna allude ad operazioni e fattori, astraendosi dall'esempio specifico. Per contro, in 4, Melissa sembrerebbe rispondere con un *feeding back concettuale*, riallacciandosi alla motivazione della compagna. Nella battuta 7 si potrebbe notare come Melissa ricorresse ad un *modeling euristico* per sostenere la sua idea, basata su una visione non ancora relazionale del simbolo uguale, per cui, cioè, è necessario confrontare i risultati delle due operazioni per certificarne l'equivalenza. In particolare, l'alunna sembrerebbe proporre un esempio di uguaglianza, i cui fattori risultano invertiti al secondo membro, per spiegare alla compagna che, in realtà, la posizione dei fattori è irrilevante ai fini della soluzione. Nella riga successiva, Letizia parrebbe fornire un *feeding back euristico*, in quanto riferito all'esempio proposto in precedenza dalla compagna. A questo punto, in 11 Melissa sembrerebbe replicare con un *instructing concettuale*, attirando l'attenzione di Letizia su ciò che, secondo lei, renda falsa questa uguaglianza, cioè, i diversi simboli di operazione. Infine, in 18, Letizia parrebbe formulare una prima bozza di motivazione, attivando un *explaining concettuale*, che viene perfezionato dalla compagna.

Dialogo 2

Nell'episodio seguente, Paulo e Rosa stanno discutendo sul modo migliore di scrivere la motivazione al task $9 + 5 = 14 + 5$.

- 1 **Paulo:** [mentre scrive la motivazione] È falsa perché...
 2 **Rosa:** Ce l'ho. Perché quello che aggiungiamo...
 3 **Paulo:** L'operazione, ehm come possiamo dire...
 4 **Rosa:** Quello, quello che aggiungiamo è sempre 5, sia qua sia qua c'è 5.
 5 **Paulo:** Ma 14 è più alto di 9... È più grande.

Potrebbe destare interesse la risposta di Rosa in 4. In effetti, il suo ragionamento si basa sull'osservazione dell'intera uguaglianza e sull'individuazione delle relazioni esistenti. Pur restando ancorata ai numeri coinvolti, l'allieva sembrerebbe attuare un *explaining* a cavallo fra i due domini. Tale motivazione spingerebbe il compagno a notare le differenze fra il primo termine di sinistra e quello di destra, infatti, sembrerebbe aggiungere un *explaining*, che potrebbe essere definito in parte *euristico*, visto che essendo parte *concettuale*, mettendo in relazione le due operazioni.

Dialogo 3

Nel seguente frammento, Romeo e Camilla stanno discutendo sulla motivazione da riportare sulla scheda. L'oggetto della loro interazione è l'uguaglianza $2 \times 7 = 7 \times 2$.

- 1 **Romeo:** Perché ehm...
- 2 **Camilla:** Perché hanno fatto commutativa!
- 3 **Romeo:** Eh!
- 4 **Camilla:** Perché hanno fatto l'operazione commutativa.
- 5 **Romeo:** Esatto, è perché, ehm, scambiano soltanto i due numeri ma comunque la,
- 6 la...
- 7 **Camilla:** No, secondo me, dovremmo scrivere perché hanno fatto l'addizione
- 8 commutativa.
- 9 **Romeo:** Aspetta... Se scriviamo tipo è vera perché hanno soltanto scambiato i due
- 10 numeri ma il risultato è lo stesso.
- 11 **Camilla:** Cioè è commutativa!

La risposta di Camilla in 2 si potrebbe ritenere un *explaining concettuale*, poiché allude ad una proprietà studiata. Tale spiegazione viene raffinata da Romeo in 5, il quale sembrerebbe attivare, in un primo momento, un *feeding back concettuale*, poi, un *explaining* del medesimo dominio. Nella seconda parte dello stralcio, la discussione risulterebbe vertere sull'inclusione della parola "commutativa" nella motivazione.

7.5.4 Means di risposta in seguito all'intervento di esperti

Concludiamo la descrizione dei risultati provenienti dalle schede mostrando e commentando esempi di interventi da parte di insegnanti, tirocinanti e sperimentatori. Ricordiamo al lettore che il nostro scopo non è formulare valutazioni sulla qualità degli interventi ma comprendere quale *means* viene generato a partire da un altro presente in un determinato *material scaffold*.

Durante lo svolgimento delle attività proposte a questa parte dell'insieme di partecipanti, era presente un solo sperimentatore unitamente alla docente della classe. Nell'ambito del suo tirocinio formativo in una delle due classi partecipanti, benché non partecipasse al *case study*, abbiamo ricevuto il supporto di una studentessa, che ha supervisionato il lavoro di alcuni discenti, registrando persino dei video, che hanno permesso di osservare un'ulteriore coppia.

Anche in questa situazione il nostro supporto è stato sia volontario sia richiesto dai discenti. Come nella seconda parte del *case study*, abbiamo circolato fra i banchi per essere sempre disponibili al bisogno. Tuttavia, visto che nel corso degli incontri si è registrato un alto numero di richieste di aiuto, spesso non è stato possibile passeggiare fra i banchi per ascoltare le interazioni fra pari ed, eventualmente, intervenire per conoscere le loro motivazioni o per sostenere una loro idea con le medesime modalità della seconda parte della prova. Inoltre, sia le insegnanti sia la tirocinante di turno non erano adeguatamente formate circa i nostri obiettivi, pertanto, di seguito, non si riporteranno interventi

avviati con i due tipi di domanda esplicitati in *Means* di risposta attivati in seguito all'intervento di esperti.

Prima di iniziare con la descrizione di alcuni esempi, proponiamo una panoramica generale dei *means* di risposta attivati dalle coppie di alunni in seguito al supporto ricevuto dalle figure esperti. In linea di principio, ad un particolare *means* oppure ad una sequenza di *means*, *concettuali* o *euristici*, sembrerebbe poter corrispondere, per lo più, un *explaining*, in alcuni casi *euristico*, in altri più orientato verso il *concettuale*. Altri *means* di risposta abbastanza frequenti sembrerebbero essere i *feeding back euristici*. In particolare, grazie a questi interventi, la maggior parte dei quali richiesti, è stato possibile supportare gli alunni nella risoluzione dei *task*, nel dirimere eventuali controversie all'interno della coppia oppure nella scrittura di una motivazione basata sull'astrazione dai calcoli. Ciononostante, abbiamo individuato pochissimi circoli virtuosi significativi, in cui le coppie hanno continuato a riflettere sulla motivazione da scrivere anche dopo l'intervento ricevuto. In queste situazioni, abbiamo identificato dei brevi scambi di *explaining*, a volte *euristici*, quindi legati al *task* contingente, altri, invece, fondati sul significato del simbolo uguale e sulle relazioni fra numeri. Per finire, in pochi casi, sembrerebbe che un alunno/a si sia rivolto al compagno/a attivando un *instructing euristico*, per indicare un procedimento concepito grazie ai *means* forniti dagli esperti.

Di seguito, si descrivono degli stralci, due dei quali relativi ad interventi sollecitati dagli alunni, mentre i restanti riguardanti un supporto volontario. Più precisamente, il primo risulterebbe uno dei molteplici casi di richiesta di aiuto per confermare una motivazione, mentre il secondo, altrettanto frequente, per determinare la soluzione di un *task*. Gli ultimi due frammenti rientrerebbero in una casistica poco frequente, in cui viene offerto un supporto volontario dopo aver notato la coppia in difficoltà oppure la reiterazione di una procedura di calcolo.

Dialogo 1

In questo primo estratto, Greta ed Alessio hanno difficoltà a spiegare il loro ragionamento. Uno dei due chiama lo sperimentatore per chiarire la questione. Il *task* a cui gli studenti si riferiscono è $15 \times 3 \times \dots = 15 \times 6$.

- 1 **Sperimentatore:** Che è successo?
- 2 **Greta:** Ma qui... Allora, noi qui vorremmo dire che abbiamo visto che 3 nella prima
- 3 operazione è la metà di 6 che si trova nella seconda operazione. Ma
- 4 vorremmo dire anche che il 3 se lo ripeti 2 volte è uguale a 6, però non
- 5 sappiamo come scriverlo...
- 6 **Sperimentatore:** Come me l'hai detto, esattamente come me l'hai detto.
- 7 **Greta:** Ok...

Nella battuta 2, Greta spiega il suo problema all'esperto e sembrerebbe attivare un *explaining euristico*, in quanto descriverebbe il procedimento applicato, derivato dall'osservazione dell'uguaglianza e dall'individuazione delle relazioni fra i numeri coinvolti nei due membri. Dopo un'analisi rapida della spiegazione della bambina, lo sperimentatore parrebbe aver fornito un semplice *feeding back euristico*, che confermerebbe il ragionamento della coppia.

Dialogo 2

Il secondo esempio mostrerebbe una richiesta di aiuto da parte di Letizia e Melissa per risolvere l'uguaglianza incompleta $72 + 27 - 27 = \dots$. In particolare, non avendo ancora affrontato l'argomento delle Espressioni, le due alunne avrebbero eseguito dapprima $72 + 27$, poi due operazioni, cioè, $99 - 72$ e $99 - 27$, risultate da uno scambio, probabilmente arbitrario, degli addendi.

- 1 **Letizia:** Allora, non riusciamo a capire qual è il numero mancante...
- 2 **Melissa:** Perché...
- 3 **Sperimentatore:** Ma l'avete scritto il numero mancante.
- 4 **Melissa:** Perché qua ci viene 27 e qua 72, cioè se tu scambi gli addendi viene sempre
- 5 72, questi sono i risultati però non si sa qual è...
- 6 **Letizia:** Ma se facciamo 27, $99 - 27$?
- 7 **Melissa:** Però qual è il risultato? 72 o 27?
- 8 **Sperimentatore:** Allora, voi qua c'avete $72 + 27 - 27$, che significa?
- 9 Letizia dice qualcosa ma dalla registrazione non è comprensibile.
- 10 **Sperimentatore:** Ok, è tutta un'operazione...
- 11 **Letizia:** Ma non la riusciamo a fare, cioè...
- 12 **Sperimentatore:** Voi c'avete 72, se io faccio, vi faccio un esempio. Se io faccio 8 più 1 - 1
- 13 quanto fa?
- 14 **Letizia:** 8.
- 15 **Sperimentatore:** Perché?
- 16 **Letizia:** Perché facendo $8 + 1$ fa 9 e -1 fa 8. Ah, cioè, ho aggiunto uno a 8 e ho levato 1
- 17 a 9.
- 18 **Sperimentatore:** E qui se io, se c'avessi qua... Io ho 72, ci aggiungo 27 e e poi ci tolgo 27...
- 19 **Melissa:** È 72, non è 27...

Nella prima parte dell'estratto, in 6 Letizia sembrerebbe attivare un *questioning euristico*, per proporre alla compagna di eseguire la differenza $99 - 27$. In 7 quest'ultima parrebbe domandare all'esperto quale sia il risultato corretto, attivando un *questioning euristico*. Nella battuta 8 lo sperimentatore sembrerebbe chiedere alle bambine il significato dell'uguaglianza, attraverso un *questioning concettuale*, il quale però, a giudicare dal *feeding back* in 10, avrebbe prodotto un *explaining euristico*, in quanto rifletterebbe un'interpretazione procedurale dell'uguale, dato che il *task* risulta della forma $a + b = c$. Nella riga 12, lo sperimentatore propone un esempio alle bambine, quindi parrebbe mettere in campo un *modeling euristico*, seguito da un *questioning* dello stesso dominio. Dopo aver ottenuto un *feeding back euristico* da parte di Letizia, quest'ultimo avrebbe domandato all'alunna di motivare la sua risposta, attivando un *questioning concettuale*. Anche in questo caso, Letizia sembrerebbe fornire un *explaining euristico*, poiché esegue da sinistra verso destra le operazioni per arrivare ad un risultato. Infine, lo sperimentatore sembrerebbe tornare sull'uguaglianza assegnata generando un *hint euristico*, giacché correlato ai numeri coinvolti, a cui Melissa avrebbe risposto con un *feeding back euristico*, determinando il numero mancante.

Dialogo 3

Paulo e Rosa ricevono un supporto, non espressamente richiesto, dalla tirocinante di classe per venire a capo del *task* vero/falso $120 \div 20 = 60 \div 10$.

- 1 **Rosa:** La facciamo in colonna?
 2 **Tirocinante:** Dai, concentratevi un attimo che vi mancano solo queste due... Che si fa lì?
 3 **Rosa:** Eh, dobbiamo togliere...
 4 **Tirocinante:** $120 \div 20$ e $60 \div 10$, che ragionamento fate? Come si svolgono?
 5 **Rosa:** Allora, si svolgono $60 \div 10$ fa, visto che ci togliamo uno 0, fa 6.
 6 **Tirocinante:** Ok.
 7 **Rosa:** La prima però...
 8 **Paulo:** Allora, 100, quindi è già 1, poi 80, poi 60, poi 40, poi 20... È 6, Rosa... E invece
 9 questo qua è 2 [riferendosi alla seconda operazione]. No, questo qua è 6... È
 10 vera, questo qua è 6 [la seconda operazione] e questo qua è 6 [la prima
 11 operazione]. È vera. Perché se tu fai il doppio di 6 è 12, 120, e quindi
 12 rimangono sempre gli stessi...
 13 **Tirocinante:** Ok, ok, scrivetelo. Tu scrivi il ragionamento che hai fatto per questo
 14 [indicando a Rosa la seconda operazione] e il ragionamento che lui ha fatto
 15 per questo [la prima operazione]. Scrivete tutto il ragionamento.

Pur non conoscendo la procedura della divisione con il divisore a due cifre, Rosa propone al compagno di eseguire la divisione in colonna. Vedendo i bambini bloccati sul *task*, inizialmente, la tirocinante sembrerebbe motivarli, poi, domandare quale procedimento intendono adottare, attuando un possibile *questioning euristico*. In 3 Rosa sembrerebbe fornire un *explaining euristico* incompleto, in quanto, pur avendo specificato la procedura, si potrebbe reputare non chiara la quantità da sottrarre. Alla reiterazione della domanda, l'allieva sembrerebbe replicare con un *explaining euristico*, ma parrebbe non sapere come determinare la soluzione dell'operazione di sinistra. Dalla riga 8 Paulo sembrerebbe aiutare la compagna, attivando un *explaining euristico*, poiché avrebbe applicato la definizione di divisione, chiedendosi quante volte il 20 è contenuto nel 120. Dopo aver stabilito il risultato della prima divisione, l'alunno applicherebbe il medesimo ragionamento per determinare il quoziente della seconda, confronterebbe i risultati dando un riscontro *euristico* alla compagna. Sempre in 8, Paulo sembrerebbe attivare nei confronti di Rosa un *explaining*, in parte *euristico*, giacché descrive una procedura di calcolo, e in parte basato sulle relazioni fra i numeri coinvolti.

Dialogo 4

Per concludere, nel prossimo stralcio, Romeo e Camilla sono impegnati nella risoluzione del *task* incompleto $280 \div 40 = \dots \div 4$. Avendo già notato in alcuni casi la tendenza della coppia ad eseguire i calcoli, lo sperimentatore interviene volontariamente per offrire un suggerimento agli alunni.

- 1 **Romeo:** Allora, il 280 nel 40 ci sta...

- 2 **Camilla:** Ci sta...
- 3 **Sperimentatore:** Anche lì... [In una precedente interazione con la coppia, lo sperimentatore
4 avrebbe suggerito loro come l'uso dei calcoli fosse superfluo. Questa
5 brevissima frase allude proprio a quanto sia superfluo ricorrere al calcolo
6 anche per il *task* corrente]
- 7 **Romeo:** C'è una cosa che non dobbiamo fare i calcoli? 240!
- 8 **Sperimentatore:** Voi c'avete 280 diviso quattr, diviso 40, e dall'altro lato c'avete diviso 4...
- 9 **Camilla:** Potremmo...
- 10 **Romeo:** Aspetta... Ehm, duemila e...
- 11 **Camilla:** No, no!
- 12 **Sperimentatore:** Se io nella, la divisione è come se stessi togliendo...
- 13 **Romeo:** 28!
- 14 **Sperimentatore:** Perché?
- 15 **Romeo:** Perché tolgo uno 0... Wow!

Osservando un comportamento reiterato, evidente in 1 e 2, lo sperimentatore sembrerebbe far notare agli allievi, attraverso un *hint* orientato verso un ragionamento relazionale, come le procedure di calcolo siano del tutto dispendiose (si veda riga 3). In 7, Romeo sembrerebbe attuare un *questioning euristico*, chiedendo allo sperimentatore se nell'uguaglianza sia presente un elemento che rende il calcolo superfluo. A questo punto, lo sperimentatore parrebbe attivare un *instructing concettuale*, invitando gli alunni ad osservare i numeri coinvolti e le loro relazioni. Dopo alcuni tentativi casuali, nella riga 12 lo sperimentatore sembrerebbe intervenire nuovamente con un *hint* basato su un ragionamento relazionale, per ricordare ai bambini come variano le relazioni fra numeri in presenza della divisione. Romeo sembrerebbe replicare con il numero mancante, attivando un *feeding back* a cavallo fra i due domini, dato che, come si rileva in 13, la sua soluzione è basata su una procedura di calcolo, che prevede di "togliere uno zero", ma, allo stesso tempo, è derivata dall'osservazione delle differenze fra i due membri dell'uguaglianza.

7.6 Discussione dei risultati

In questa sezione finale discuteremo i risultati provenienti da entrambi i *material scaffold*, mettendone in luce gli aspetti salienti. In accordo con la prima domanda di ricerca, il nostro obiettivo non consiste nel confrontare i risultati ottenuti dai due *material scaffold*, né in termini di processi né di prodotti, ma nel comprendere quali *means* vengono attivati a partire da quelli già presenti nei due mezzi di supporto.

Per quanto concerne lo *scaffold tecnologico*, *feeding back*, *explaining*, *questioning* ed *instructing*, tutti di natura *euristica*, sembrerebbero essere i *means* più frequenti nella risoluzione dei *task*. Ad esempio, nella maggior parte dei casi, l'*explaining euristico* sembrerebbe esser stato adottato per dimostrare la propria procedura di calcolo, il *feeding back euristico* per rispondere in modo puntuale alle osservazioni del compagno, il *questioning euristico* per conoscere principalmente il risultato di

un'operazione, e, infine, l'*instructing euristico* per indicare, a volte in modo imperativo, il procedimento corretto oppure un elemento dell'uguaglianza ritenuto essenziale. In alcuni dialoghi fra pari abbiamo registrato, in misura decisamente ridotta, un altro *means*, quale l'*hint euristico*, per attirare l'attenzione del compagno su un passaggio importante. Per di più, sempre e solo durante la risoluzione dei *task* matematici, abbiamo riscontrato un numero esiguo di estratti in cui sembrerebbe esser stato attivato un *explaining concettuale*, generalmente, in presenza di uguaglianze molto semplici da risolvere. Avremmo riscontrato anche la generazione di sequenze di *means* da almeno uno dei due soggetti, alcune delle quali molto specifiche. Sembrerebbe che la più frequente sia quella formata da un *feeding back* e da un *explaining*, entrambi di natura *euristica*, per confermare e fornire una propria motivazione.

In aggiunta, abbiamo rilevato delle differenze, in termini di dominio, fra i *means* attivati durante la risoluzione dei *task* incompleti. Presumibilmente, grazie agli interventi, soprattutto volontari, degli esperti e alla prima discussione, in cui sarebbero state messe in evidenza connessioni matematiche rilevanti, sembrerebbe che i *means* scaturiti dalla proposta di *task* siano, per lo più, diretti verso il dominio *concettuale*.

Nell'insieme, sembrerebbe che i primi due incontri, dedicati alla risoluzione di uguaglianze vero/falso, abbiano registrato un numero maggiore di combinazioni di *means* e domini rispetto agli ultimi due, in cui sono state assegnate uguaglianze incomplete. Tutto ciò potrebbe essere dovuto al fatto che, dopo due incontri molto faticosi, nei quali è stato chiesto di risolvere dei *task* matematici e, contestualmente, di scrivere delle motivazioni, gli alunni abbiano iniziato a tediarsi, dando più spazio al divertimento piuttosto che al compimento delle attività proposte.

Per quanto riguarda la disposizione dei *task* in sequenza, è stato rilevato solamente un caso di connessione fra il *task* in esame ed un altro precedentemente incontrato. Nel primo incontro del secondo ciclo, in cui sono stati assegnati *task* incompleti, sembrerebbe che una coppia di alunni abbia attivato un *modeling*, né esclusivamente *euristico* né esclusivamente *concettuale*, per dimostrare come due uguaglianze, una già incontrata in precedenza e l'altra in esame, fossero matematicamente equivalenti. Tuttavia, una tale associazione è stata rilevata solamente durante la risoluzione del *task*. Molto probabilmente, il fatto di dover uscire ed entrare in un nuovo minigioco non avrebbe permesso di tenere ben presenti i *task* precedentemente incontrati. Inoltre, sembrerebbe che non abbiano pensato a stabilire connessioni fra le procedure riportare sui diari di bordo, essendo totalmente immersi nel videogioco.

Abbiamo notato come il *feedback* negativo non abbia generalmente fatto scaturire riflessioni sulla soluzione fornita. Il *means* di risposta più frequente sembrerebbe essere il *feeding back*, seguito dall'*instructing euristico*, attivato per spingere il compagno/a a selezionare la risposta indicata. Sembrerebbe che tale *feedback* sia stato utilizzato da alcuni apprendenti per dimostrare al compagno/a come la risposta da lui selezionata fosse errata. Pertanto, abbiamo registrato pochissime sequenze composte da un *instructing euristico* e da un *explaining euristico*. In riferimento alla sostituzione del *task* di partenza con altri matematicamente equivalenti, nell'insieme abbiamo rilevato che gran parte delle coppie avrebbe svolto tutte le uguaglianze a compartimenti stagni, senza metterle in relazione fra loro. Dunque, in questa situazione sembrerebbero attivarsi i medesimi *means* per la risoluzione di *task*

mediante calcoli, quali, *feeding back*, *instructing*, *explaining* e, raramente, *questioning*, tutti di dominio *euristico*. Solo in una situazione sembrerebbe che una coppia abbia realizzato che il vecchio *task* e il nuovo fossero matematicamente equivalenti (rimandiamo alla battuta 1 di Maria nel Dialogo 3 del paragrafo 7.4.4). Abbiamo riscontrato come il cambio di *task* potrebbe non aver portato a circoli virtuosi di *means*: presumibilmente, ancora una volta, il carattere coinvolgente del videogioco non li avrebbe portati a creare delle connessioni fra i *task* assegnati. Per contro, in tutti gli incontri previsti, i vari *means* di supporto, presenti nei messaggi che apparivano ad ogni tentativo fallito, non avrebbero avviato una riflessione in grado di assistere gli studenti nella risoluzione dei *task*, poiché, nella maggior parte dei casi, è stato ignorato oppure è stato letto ma non recepito. Probabilmente, il motivo risiede nella scarsa visibilità del messaggio testuale in alto a sinistra oppure nel linguaggio adottato per strutturare tali messaggi, poco comprensibile per alunni di classe quarta primaria.

Anche il *feedback* di risposta corretta sembrerebbe non aver generato particolari circoli virtuosi. In generale, abbiamo notato come tale *means* non abbia spinto gli apprendenti a comprendere perché la soluzione fornita fosse corretta. In alcuni casi, come le frasi 10 di Matteo nel Dialogo 1 e 6 di Andrea nel Dialogo 2 in 7.4.3, abbiamo avuto la percezione che i dubbi di uno dei due soggetti siano rimasti insoluti. In tutti i casi riportati nel paragrafo *Means* di risposta rilevati in caso di errore, non abbiamo rilevato discussioni successive alla ricezione del *feedback*, quindi sembrerebbe che le coppie abbiano proseguito a giocare senza risolvere i dubbi sollevati. Tutto ciò lascerebbe supporre che il *feedback* del videogioco abbia soddisfatto la necessità degli apprendenti di verificare se la risposta selezionata fosse corretta o errata, in modo da poter avanzare nel gioco, ma sembrerebbe non rispondere efficacemente alla nostra *intention* di stimolare il pensiero relazionale.

A queste considerazioni accludiamo alcuni aspetti tipici dello *scaffold digitale* rilevati durante l'analisi delle interazioni fra pari.

La possibilità di acquistare oggetti di varia natura e di giocare liberamente nel mondo tridimensionale potrebbe aver rappresentato un'attrattiva per molte coppie. In particolare, la tridimensionalità sembrerebbe aver giocato un ruolo determinante durante la risoluzione dei *task* vero/falso, da come si vede nelle righe 4 e 9 nel Dialogo 1 in 7.4.1. In diverse interazioni fra pari abbiamo riscontrato come il fattore tempo sia una costante. Abbiamo rilevato un certo ritmo concitato nelle discussioni fra pari, come nella battuta 10 di Francesca nel Dialogo 2 in 7.4.4.

Dialogo 1

Di seguito, mostriamo un brevissimo stralcio di discussione in cui la coppia formata da Andrea e Luca sta cercando di risolvere il *task* $80 \div 40 = \dots \div 4$. Nello specifico, quello che viene descritto risulterebbe il primo tentativo da parte della coppia, il quale, a giudicare dal resto dell'interazione, sembrerebbe essere del tutto casuale.

- | | | |
|---|--------------|--|
| 1 | Luca: | Facciamola in colonna... |
| 2 | | Andrea cerca il blocco di numero 40 nella piscina. |
| 3 | Luca: | No, dai, facciamola in colonna... |

4 **Andrea:** No, non ti preoccupare... Non c'è tempo, non c'è tempo. È sicuro 40.

Nella riga 4 si nota il desiderio di voler risolvere nel minor tempo possibile il *task* assegnato. Dopo aver trovato il blocco di numero indicato, la coppia riceve il *feedback* di risposta errata e un messaggio di supporto, il quale, però, sembrerebbe non essere interpretato correttamente, come si potrebbe desumere dalle righe 9 e 13 nel Dialogo 1 in 7.4.5. Successivamente, i due alunni compiono una serie di tentativi errati, la maggior parte dei quali del tutto casuali, che li porta a rivolgersi ad un compagno, seduto di fianco, che ha già risolto il *task*. Sebbene sia accaduto in alcuni casi, da questo comportamento si evincerebbe come alcune coppie abbiano preferito rivolgersi ad un compagno/a ritenuto più esperto piuttosto che ad un esperto. A nostro giudizio, l'obiettivo di questo gruppo di discenti non era comprendere il motivo per cui un'uguaglianza fosse vera o la scelta di un particolare termine mancante, ma semplicemente ottenere un *feedback* positivo sulla risposta per poter andare avanti nel gioco. In alcuni casi, specialmente nel secondo ciclo di incontri, abbiamo individuato come spesso certe coppie si siano confrontate fra loro sul numero di minigiochi completati. I prossimi estratti sarebbero solo due degli esempi riscontrati in tal senso.

Dialogo 2

1 **Muriel:** Marco, a che punto state?
 2 **Marco:** No, noi stiamo al... [osserva lo schermo del PC] 2.

Dialogo 3

1 **Andrea:** [rispondendo alla domanda di una coppia vicina] Ora siamo al livello... 3!
 2 Caspita!
 3 **Milan:** [rivolto ad un'altra coppia vicina] Voi a che livello state?
 4 **Roberto:** 4.
 5 **Carlo:** Io sto al 3.
 6 **Andrea:** [rivolto ad Alunno 2] Eh vabbé, noi ci siamo bloccati...

Oltre a queste situazioni di confronto, tra le interazioni registrate, abbiamo individuato dei casi di competizione fra le coppie, come si evincerebbe dal prossimo stralcio. Purtroppo, a causa della scarsa qualità audio, non abbiamo potuto trascrivere le battute di altre coppie nelle vicinanze.

Dialogo 4

1 **Davide:** [rivolto ad una coppia di alunni nelle vicinanze] Voi siete poveri! Noi
 2 abbiamo i *big money*!!! Voi siete poveri!

Supponiamo che il desiderio di riuscire a risolvere i *task* assegnati nel minor tempo possibile potrebbe essere associato alla questione del tempo.

Come è già stato chiarito, la richiesta di motivazione avrebbe potuto generare delle risposte di dominio *euristico* oppure *concettuale*. Dall'analisi delle interazioni sarebbero emersi pochi casi in cui questo *means* avrebbe portato ad una riflessione di tipo relazionale. Inoltre, in generale, nel

corso della risoluzione dei *task* si evidenzerebbe un numero maggiore di *means* rispetto alla fase di discussione della motivazione. Invero, compilare il diario di bordo potrebbe considerarsi faticoso, in quanto viene richiesta una rielaborazione aggiuntiva e gravosa. Inoltre, quest'ultima fase non avrebbe seguito, in modo naturale, automatico, la risoluzione di un'uguaglianza, di conseguenza, non sarebbe stato possibile raccogliere un numero sufficiente di motivazioni da poter utilizzare per preparare le discussioni di classe. Il passaggio da un'attività digitale ad una analogica, cartacea, implicherebbe un trasferimento di nozioni, in questo caso, soluzioni e procedure, piuttosto oneroso. La nostra ipotesi è che la piattaforma di gioco sia risultata talmente attraente che qualsiasi tipologia di richiesta sia stata oscurata da aspetti motivazionali ed affettivi scaturiti da questo mezzo. Ad ogni modo, nelle poche motivazioni raccolte abbiamo individuato un timido passaggio da un pensiero prettamente basato sul calcolo ad uno più relazionale. Molto probabilmente, l'intervento degli esperti e la prima discussione avrebbero portato a questa migrazione.

Infine, dall'analisi delle interazioni fra pari, il numero di richieste di aiuto da parte delle coppie risulterebbe essere basso. Invero, i supporti non espressamente sollecitati dagli apprendenti oppure quelli ricevuti in seguito all'osservazione di un ragionamento procedurale reiterato sarebbero stati decisamente superiori rispetto agli interventi richiesti. In rari casi, le richieste di aiuto avrebbero interessato la scrittura della motivazione e, ancor più raramente, la risoluzione dei *task*. In linea di massima, si potrebbe ritenere che la maggior parte delle coppie abbia percepito lo *scaffold digitale* e l'interazione con il compagno (lo *scaffold sociale*) sufficienti per poter affrontare le attività matematiche proposte. Ciononostante, un numero molto esiguo di coppie avrebbe sentito la necessità di avvalersi di un ulteriore supporto, cioè, quello fornito da esperti, soprattutto per annotare la motivazione. Questo dato potrebbe suscitare interesse dal punto di vista metacognitivo, in quanto, probabilmente, tali coppie avrebbero percepito di non ricevere abbastanza supporto dal *sistema di scaffolding* per portare a termine tutte le attività (si veda episodio a partire dalla battuta 1 della maestra nel Dialogo 3 in 7.4.5).

Illustriamo ora i dati raccolti dalle schede.

Nelle interazioni relative alla risoluzione di *task* vero/falso sarebbero stati riscontrati i seguenti *means*: *explaining*, *feeding back*, *instructing* e *questioning*, tutti di dominio *euristico*. Questi ultimi sembrerebbero rappresentare la scelta più indicata per dimostrare una procedura di calcolo, per dare un'idea al compagno, per ottenere il risultato di un'operazione oppure per rispondere in modo conciso alle osservazioni del proprio interlocutore. In particolare, il *feeding back euristico*, con cui spesso si avviano delle discussioni, sarebbe stato attivato per fornire una risposta al *task*. L'*explaining euristico* sembrerebbe ricorrere per spiegare una procedura di calcolo e per rispondere ad un *questioning euristico*, volto a conoscere il risultato di un'operazione oppure per avere chiarimenti su determinati passaggi. Infine, l'*instructing euristico* sembrerebbe emergere per far notare un aspetto della procedura di calcolo. Nella maggior parte delle discussioni fra pari sarebbe emerso come vengano utilizzate anche sequenze di *means*, prima fra tutte quella composta da un *feeding back euristico* e da un *explaining euristico*, per confermare la soluzione proposta dal compagno e fornire una propria motivazione, e quella composta da un *feeding back euristico* e da un *questioning euristico*, per avere ulteriori chiarimenti sulla procedura di calcolo in questione. Da tali sequenze sembrerebbero scaturire il *feeding*

back euristico, l'*explaining euristico* oppure una sequenza formata da entrambi. Nei primi incontri, abbiamo registrato un numero molto esiguo di ragionamenti fondati sull'individuazione delle relazioni fra i numeri coinvolti. Ipotizziamo che l'esecuzione degli algoritmi di calcolo sia dovuta alla necessità di affidarsi ad un processo ben noto per poter risolvere i *task*, in assenza di un *feedback*.

Nelle interazioni inerenti ai *task* incompleti, oltre a quelli già citati, abbiamo riscontrato ulteriori *means*, quali l'*hint euristico* e il *modeling*, molto orientato verso il dominio *concettuale*. Complessivamente, anche in questa condizione sarebbe stato registrato un numero superiore di *means* nei primi due incontri. Avendo proposto attività tradizionali su carta e senza alcun tipo di incentivo, riteniamo che un simile andamento fosse quantomeno prevedibile. Ciononostante, tra una serie di incontri e l'altra, abbiamo rilevato una lieve migrazione da un pensiero basato principalmente sul calcolo ad un altro più relazionale. Questo cambiamento sarebbe stato ravvisato in particolar modo nelle motivazioni su ciascuna uguaglianza risolta. Inoltre, come nel caso precedente, la discussione di classe, avvenuta a cavallo fra i due cicli di incontri, potrebbe aver avuto un impatto significativo nella variazione dei processi risolutivi.

L'analisi delle interazioni fra pari avrebbe rivelato come solamente in due casi la disposizione dei *task* in sequenza abbia permesso di stabilire le connessioni matematiche attese. Durante la risoluzione dei *task* vero/falso, solo in un caso sarebbero stati collegati due *task* conseguenti, attivando un *explaining euristico*. Il secondo caso, invece, sarebbe inerente alla risoluzione di *task* incompleti, da cui risulterebbe come la disposizione ordinata dei *task* abbia permesso, in minima parte, di associare le uguaglianze fra loro in cerca di similitudini. In questa situazione sembrerebbe che venga attivato un *modeling* orientato verso il dominio *concettuale*. Sebbene sia stato rilevato in pochi casi, risulterebbe che, durante la risoluzione dei *task*, non sempre le coppie abbiano rispettato l'ordine con cui sono stati disposti i *task* nelle schede. Ad esempio, in almeno due incontri, la coppia composta da Letizia e Melissa sembrerebbe aver svolto i *task* in un ordine diverso. Non esisterebbe una risposta univoca per spiegare questo fenomeno. Diversamente dallo *scaffold tecnologico*, in cui solo fra i *task* di uno stesso minigioco oppure ricorrendo ai *task* scritti sul diario di bordo avrebbero potuto stabilire connessioni, in questa condizione ogni coppia avrebbe avuto facile accesso all'insieme di *task* previsto in ogni incontro. Questo potrebbe aver facilitato l'individuazione di collegamenti matematici anche durante la scrittura della motivazione.

La richiesta di motivazione sembrerebbe aver generato una quantità di *means* superiore e di qualità diversa rispetto alla fase di risoluzione dei *task*. Eccetto i tre esempi riportati in *Means* di risposta alla richiesta di motivazione, la maggior parte delle motivazioni scritte per i *task* vero/falso risulterebbero essere improntate sull'esecuzione pedissequa di calcoli aritmetici. In questa fase che precede la scrittura, abbiamo riscontrato, in linea di principio, circoli virtuosi di *explaining*, in cui un alunno completava o perfezionava le risposte dell'altro. Ad esempio, abbiamo registrato, oltre ai *means* già citati, il *modeling euristico*, per sostenere una tesi attraverso un esempio; l'*instructing euristico*, per dare istruzioni sulla procedura corretta, ed *explaining*, in parte *euristici* ed in parte *concettuali*, per dimostrare la propria idea. Solo in rari casi abbiamo annotato risposte di natura *concettuale*, in cui, cioè, per giustificare una soluzione sarebbe stata rievocata una proprietà oppure

sarebbe avvenuta un'astrazione dall'uguaglianza in esame. Nelle motivazioni riportate per i *task* incompleti sarebbe stato rilevato un lieve passaggio da un tipo di ragionamento basato su di procedure di calcolo ad uno più relazionale. Presumiamo che questo andamento sia dovuto principalmente agli interventi degli esperti, che avrebbero avviato dei veri e propri *processi di scaffolding* ad ogni richiesta di aiuto e alla prima discussione, in cui i procedimenti di alcune coppie sono stati presentati e collegati ad importanti idee aritmetiche. I partecipanti avrebbero dapprima risolto le uguaglianze e, subito dopo, provveduto a scrivere una motivazione per ciascuna di esse. Pertanto, la scrittura è avvenuta automaticamente e non è stata concepita come del tutto slegata dallo svolgimento dei *task*. Nella descrizione dei dati si è preferito distinguere in due momenti la risoluzione delle uguaglianze e la scrittura della motivazione per enfatizzare il tipo di riflessione che ha preceduto quest'ultima richiesta. Nel corso delle diverse interazioni sarebbero state registrate delle riflessioni sulle soluzioni adottate, che, in alcuni casi, avrebbero prodotto delle motivazioni principalmente di dominio *euristico*, in altri, invece, avrebbero portato ad un'interpretazione della richiesta in un dominio situato fra l'*euristico* ed il *concettuale*.

Diversamente dalla condizione con *scaffold digitale*, in questo caso il fattore tempo sembrerebbe non aver rappresentato un ostacolo alla risoluzione dei *task*. In alcuni casi, incuranti dei limiti di tempo, sembrerebbe che buona parte delle coppie abbia preferito svolgere i *task* assegnati con calma. Ad esempio, nonostante il commento di un vicino di banco, che aveva già ultimato da tempo la risoluzione delle schede, sembrerebbe che Letizia e Melissa abbiano continuato a svolgere le attività assegnate al medesimo ritmo, senza accelerare il passo oppure agitarsi per lo scorrere del tempo.

Concludiamo la discussione dei dati rilevati nelle schede con delle considerazioni inerenti agli interventi degli esperti.

Nel complesso, sembrerebbe che il *sistema di scaffolding* composto da *scaffold sociale* e *scaffold cartaceo* non sia stato percepito come sufficiente per affrontare le attività assegnate. In effetti, abbiamo riscontrato un gran numero di richieste di aiuto dalla maggior parte delle coppie, sia durante lo svolgimento delle uguaglianze sia per la scrittura della motivazione. Si sarebbero verificate situazioni in cui i discenti hanno richiesto l'intervento dell'insegnante oppure dello sperimentatore (si vedano le battute 16 di Camilla nel Dialogo 1 e 10 di Leonardo nel Dialogo 4 in 7.5.1), dopo aver percepito che mancasse loro qualcosa, come il supporto del docente oppure di un dispositivo elettronico, in grado di fornire un riscontro sulle idee o procedure da loro pensate. Come già accennato per lo *scaffold digitale*, questo aspetto risulterebbe fondamentale in ottica metacognitiva: la necessità di aiuto stimola invariabilmente gli apprendenti a monitorare il proprio apprendimento e a capire di quali mezzi potrebbero aver bisogno per favorire la costruzione di nuovi saperi.

Gli esperti hanno approfittato anche delle situazioni di evidente disaccordo fra le parti sulla soluzione corretta per avviare dei *processi di scaffolding*. Pertanto, non sarebbero state riscontrate situazioni in cui uno dei due membri della coppia restasse con un dubbio insoluto.

7.7 Sintesi

In generale, dall'analisi delle interazioni fra pari sarebbe emerso come per ogni *means* presente in un *material scaffold* non sempre corrisponda uno stesso *means*, una sequenza specifica di *means* oppure un determinato circolo virtuoso. Dai risultati si evincerebbe come in entrambe le condizioni la maggior parte delle coppie abbia risolto i *task* vero/falso utilizzando procedure di calcolo, avviando, generalmente, lo stesso gruppo di *means*, in un ordine che potrebbe dipendere dalla situazione o dalle caratteristiche delle singole coppie. Per risolvere i *task* incompleti, invece, sarebbero stati rilevati dei *means* ulteriori, dovuti, probabilmente, alla natura del *task*, all'intervento degli esperti, all'effetto della prima discussione, avvenuta a cavallo fra i due cicli di incontri, oppure ancora ad una maggior comprensione della metodologia di lavoro. Inoltre, in entrambe le condizioni sarebbe stata rilevata una lieve migrazione da un pensiero più strettamente legato allo svolgimento di calcoli ad uno più relazionale. Questo passaggio sembrerebbe evidente sia nelle interazioni fra pari concernenti *task* di questa tipologia sia dall'analisi delle motivazioni scritte sui due materiali cartacei forniti a ciascun gruppo di apprendenti, rispettivamente, schede e diari di bordo. In aggiunta, abbiamo notato come, in linea di principio, le coppie non abbiano percepito la disposizione in sequenza come un supporto durante la risoluzione dei *task* vero/falso. Anche per i *task* incompleti sono stati rilevati pochissimi di casi di collegamenti fra i *task*, nei quali sembrerebbe che abbiano attivato un *means* specifico, il *modeling*.

Risulterebbe che la prima differenza fra le due condizioni risieda nel fatto che, nei pochissimi esempi riscontrati, la disposizione dei *task* in sequenza sia stata percepita in due fasi distinte. Nella situazione con *scaffold digitale* sarebbero stati effettuati collegamenti matematici durante la risoluzione del *task*, mentre in quella con materiale cartaceo sia durante la risoluzione sia in fase di scrittura della motivazione. Molto probabilmente, dovendo spostarsi all'interno del mondo digitale e non avendo sempre a portata di mano l'insieme dei *task* assegnati, gran parte delle coppie non avrebbe effettuato alcun tipo di collegamento. Gli unici due casi riscontrati nella situazione con *scaffold digitale* sarebbero pertinenti alla risoluzione dei *task* incompleti e non alla scrittura della motivazione. Per giunta, sembrerebbe che tali coppie non abbiano pensato a rileggere *task* o motivazioni già riportate sui diari di bordo. Nella condizione con *scaffold cartaceo*, invece, le coppie avrebbero potuto semplicemente voltare le pagine di una o più schede per ricordare il procedimento effettuato per un *task* matematicamente equivalente.

La seconda differenza sostanziale sarebbe legata alla richiesta di aiuto. Nella condizione con *scaffold digitale* sarebbe stata registrata una quantità molto esigua di richieste di aiuto. In quei pochissimi casi, sembrerebbe che il problema fosse la scrittura della motivazione. Gli interventi volontari degli esperti sarebbero stati decisamente superiori rispetto a quelli richiesti e sarebbero avvenuti, principalmente, in seguito all'osservazione di un comportamento reiterato, come l'applicazione di una procedura di calcolo, per conoscere i processi risolutivi degli apprendenti. Nell'altra condizione, invece, le richieste di aiuto sarebbero state superiori e avrebbero riguardato la risoluzione dei *task* quindi, in misura minore, la scrittura della motivazione. Ipotizziamo che in questo caso le coppie abbiano avvertito lo *scaffold cartaceo* come insufficiente per poter adempiere alle attività matematiche e che, pertanto,

abbiano attivato processi metacognitivi.

Infine, abbiamo notato alcuni aspetti più strettamente legati allo *scaffold tecnologico*. Dai dati si potrebbe desumere come il *feedback*, sia positivo sia negativo, non avrebbe spinto gli apprendenti a riflettere sulle motivazioni, essendo catturati dall'esperienza di gioco. Di conseguenza, in molti casi, le procedure non sarebbero state riportate sui diari di bordo. Probabilmente, il passaggio da un materiale di supporto ad un altro avrebbe comportato un impegno estenuante. Un'altra caratteristica individuata in questo contesto sarebbe la questione del tempo, visto come un ostacolo per poter acquisire monete e giocare liberamente. Infine, in alcuni casi, abbiamo registrato situazioni di confronto fra le coppie, che, talvolta, le avrebbero portate a competere fra loro.

Capitolo 8

Descrizione della procedura di predisposizione delle discussioni

8.1 Introduzione

In questo capitolo illustreremo come è stato applicato il modello in Predisporre discussioni di classe per strutturare delle discussioni efficaci sui concetti principali del pensiero relazionale. Ricordiamo al lettore che tale costrutto è composto da cinque pratiche per

1. prevedere le risposte degli apprendenti;
2. tenere traccia dei processi risolutivi;
3. selezionare specifici apprendenti in base ai loro approcci risolutivi;
4. disporli in sequenza;
5. e, infine, creare delle connessioni fra i vari processi e fra questi ultimi e le idee matematiche emerse.

Inoltre, come dichiarato in Descrizione dell'assetto metodologico, nel corso del *case study* abbiamo previsto due discussioni a conclusione di ogni ciclo di incontri.

Ogni paragrafo corrisponde all'applicazione di una pratica del modello e riporta una descrizione delle scelte compiute nel corso del *case study*. Successivamente, discuteremo come i due *material scaffold* abbiano permesso di strutturare le discussioni, ponendo l'accento sulle loro potenzialità nel monitorare e selezionare le risposte delle coppie di alunni. Infine, riassumiamo gli aspetti più importanti di questa fase di predisposizione.

8.1.1 Anticipare le risposte degli apprendenti

Nel primo incontro, sia nella condizione con *scaffold digitale* che con quello cartaceo, abbiamo somministrato ad ogni alunno un test. Lo scopo di questo mezzo era di far concentrare gli apprendenti sui processi risolutivi piuttosto che sulle soluzioni. Questo test era composto da dieci *task* su aspetti relativi al pensiero relazionale e ad alcune proprietà aritmetiche. Più precisamente, nel primo *task* abbiamo richiesto agli apprendenti, attraverso un *questioning* concettuale, di esporre la loro visione del simbolo uguale. Il resto del test consisteva nel risolvere delle uguaglianze e nel motivare la scelta data per ognuna di esse. Nello specifico, tre dei nove *task* presentavano uguaglianze vero/falso, mentre alle restanti mancava un termine.

Per esempio, abbiamo inserito il *task* vero/falso $27 - 17 = 20 - 10$ per verificare se gli apprendenti fossero in grado di riconoscere la proprietà invariante oppure se eseguissero passo dopo passo le operazioni coinvolte per confrontarne i risultati. Inoltre, abbiamo incluso un *task* come $36 + 23 = 37 + 22$ per constatare se i procedimenti dei discenti fossero basati sull'individuazione delle relazioni fra numeri o sul calcolo dei risultati. Infine, l'uguaglianza incompleta $75 - 47 = 70 - \dots$ è stata utile per verificare se gli apprendenti fossero capaci di rilevare le relazioni fra i numeri coinvolti svolgendo il minimo numero di calcoli possibile. Rimando all'allegato Test per una visione globale del test e dei suoi *task*.

Dopo aver ritirato i test compilati, abbiamo provveduto ad analizzare sia la correttezza delle soluzioni sia i processi risolutivi.

Complessivamente, la maggior parte della popolazione dell'insieme dei partecipanti ha risposto correttamente ai *task* assegnati nel test: da ciò abbiamo potuto constatare come gli apprendenti avessero sufficienti conoscenze e competenze per risolverli. Inoltre, da questi risultati abbiamo ottenuto un *feedback* positivo sul livello di difficoltà dei *task* strutturati nella fase preliminare alla prova, per cui non è stato necessario rivalutarli e rielaborarli.

Oltre alle soluzioni date, abbiamo esaminato le motivazioni a ciascun *task*. Inizialmente, immaginando i possibili processi attuati dagli apprendenti, abbiamo stabilito a priori alcune categorie di risposta.

Per il primo *task*, in cui, cioè, abbiamo richiesto di esporre la propria interpretazione del simbolo uguale, abbiamo anticipato le risposte generando le seguenti categorie:

- uguale come istruzione da eseguire, che esige un risultato finale;
- uguale come simbolo che mette in relazione due oggetti identici.

Ad esempio, per il *task* $27 - 17 = 20 - 10$ abbiamo ipotizzato i seguenti processi:

- eseguire direttamente le operazioni coinvolte, senza operare alcun tipo di manipolazione sull'uguaglianza;
- svolgere solamente l'operazione di sinistra, ignorando completamente quella di destra;
- individuare differenze e similitudini fra i numeri coinvolti in entrambe le operazioni.

Inoltre, per il *task* $\dots + 50 = 74 + 46$ abbiamo supposto tali procedure:

- prima, eseguire la somma a destra, poi, sottrarre al risultato dell'operazione il secondo termine di sinistra;
- trovare quel numero che sommato a 50 dia come risultato 74;
- prima, eseguire la somma di destra, quindi trovare a tentativi il termine mancante, incrementando ad ogni passaggio un numero prestabilito fino a quando i risultati delle due operazioni coincidono;
- avendo rilevato che la differenza fra il secondo termine di sinistra e quello di destra è pari a 4, togliere semplicemente 4 unità al 74.

Ad ogni categoria abbiamo assegnato un “codice descrittivo”, ovvero, un aggettivo o un sostantivo che la descrivono in modo sintetico, per poter condurre un’analisi trasversale.

Per classificare le motivazioni al primo *task* abbiamo utilizzato i seguenti codici descrittivi:

Tabella 8.1: Codici descrittivi usati per classificare le risposte alla prima domanda del test

Codice descrittivo	Processo
“procedurale”	Se l’uguale è visto come un simbolo che richiede il risultato di un’operazione
relazionale	Se l’uguale è descritto come un simbolo che mette in relazione due oggetti (matematici e non) “uguali”
“identico”	Se l’uguale è descritto come un simbolo che mette in relazione due oggetti (matematici e non) “identici”

In virtù delle nostre previsioni e delle analisi sulle risposte, abbiamo ricavato una lista di codici relativi ai *task* successivi, mostrata nella tabella 8.2.

Tabella 8.2: Codici descrittivi usati per classificare le risposte ai *task* del test

Codice descrittivo	Processo
“procedurale”	Eseguire l’operazione di sinistra e considerare il primo termine di quella a destra come il risultato
“numerazione”	Numerare, quindi contare aggiungendo ad ogni passo la stessa quantità, fino ad ottenere il risultato

Continua alla pagina successiva

Tabella 8.2: Codici descrittivi usati per classificare le risposte ai *task* del test (Continua)

“diretta”	Eeguire pedissequamente le operazioni presenti nell’uguaglianza, senza alcuna manipolazione dei numeri coinvolti
“inversa”	Utilizzare l’operazione inversa oppure manipolare i termini dell’uguaglianza
“stima”	Prima, scegliere un numero molto piccolo o che, sommato al termine noto, sia “vicino” al risultato della seconda operazione, quindi, ad ogni tentativo, incrementarlo di una certa quantità finché i risultati delle due operazioni non coincidono
“mista”	Prima, eseguire l’operazione avente entrambi i termini noti, poi eseguire l’operazione inversa
relazionale	Osservare e rilevare le relazioni fra i termini presenti nell’uguaglianza
“altro”	Processo non meglio identificato

Pertanto, abbiamo associato ad ogni motivazione un codice.

La tabella 8.3 mostra la quota in percentuale correlata ad ogni codice descrittivo. Su un insieme di 67 alunni, quasi la metà interpreta il simbolo uguale come un’istruzione, che deve essere necessariamente seguito da un numero. Per altri, invece, l’uguale rappresenta “qualcosa” che mette in relazione due oggetti (matematici e non) identici. In aggiunta, è emerso che una discreta percentuale di studenti considera l’uguale come un indicatore di relazione fra due oggetti (matematici e non) uguali ma non identici.

Tabella 8.3: Percentuali dei codici relativi al primo *task*

Codice descrittivo	% codice ($n = 67$)
“procedurale”	44%
relazionale	28%
“identico”	27%

Per quanto concerne le classificazioni dei processi degli apprendenti, dalla tabella 8.4 sembra che la maggior parte di loro preferisca affidarsi all’esecuzione delle operazioni coinvolte. In aggiunta, si evince come un consistente gruppo di studenti scelga di adottare procedimenti “misti”, svolgendo

prima l'operazione di sinistra ed effettuando delle manipolazioni sui termini dell'uguaglianza. Infine, abbiamo rilevato che il resto dell'insieme dei partecipanti si divide fra coloro che hanno una visione relazionale dell'uguale e coloro che sono ancorati ad un'interpretazione procedurale.

Tabella 8.4: Percentuali dei codici associati ai *task*

Codice descrittivo	% codice ($n = 67$)
“procedurale”	8%
“altro”	8%
“diretta”	49%
“inversa”	4%
“stima”	2%
“mista”	16%
relazionale	13%
“numerazione”	0%

8.1.2 Monitorare le risposte degli apprendenti

Questa pratica è stata implementata sia online, durante la fase di esplorazione sia offline, cioè, al di fuori delle ore curricolari, analizzando i dati ottenuti.

Durante la fase di esplorazione, in entrambi i casi abbiamo circolato fra i banchi e, quando è stato possibile, abbiamo ascoltato attivamente i discorsi matematici degli apprendenti, talvolta, intervenendo per informarci sul processo applicato e per supportarli nella risoluzione dei *task* e/o nella scrittura della motivazione. Dall'osservazione in classe, abbiamo constatato come alcune coppie, dopo svariati tentativi per risolvere un determinato *task*, abbiano preferito rivolgersi ad un compagno ritenuto più esperto piuttosto che ad un esperto. Per approfondire i dati rilevati durante la fase di esplorazione, rimandiamo il lettore al capitolo Interazioni fra pari. Al termine di ogni incontro dedicato allo svolgimento delle attività matematiche, abbiamo ritirato tutti i materiali cartacei in cui sono state esplicitate le motivazioni, ovvero, schede in un caso e diari di bordo nell'altro, per osservarne i processi risolutivi.

Per monitorare i progressi degli apprendenti nel videogioco, siamo ricorsi ad alcuni dati presenti nella Web App descritta in Secondo *material scaffold*: il videogioco educativo *Matematica Superpiatta*. Dalla panoramica dei risultati associati a ciascuna attività, abbiamo potuto individuare i minigiochi a cui le coppie hanno fatto accesso, quelli risolti e, per finire, il numero totale di tentativi. Aprendo la pagina di dettaglio delle risposte, abbiamo potuto verificare quali e quanti *task* fossero stati effettivamente risolti da ogni coppia e, a partire dall'elenco delle risposte errate, il numero di tentativi falliti compiuti per ogni *task* incontrato.

In questa fase, non abbiamo preso in considerazione altre informazioni presenti nella Web App, quali, il tempo impiegato e il punteggio ottenuto in ogni minigioco. Infatti, il primo parametro potrebbe dipendere da tanti fattori: scarsa destrezza nel muoversi all'interno del mondo tridimensionale, possibili distrazioni o interruzioni dall'esterno, difficoltà nel risolvere il *task* assegnato o nel trovare un blocco di numero e così via. A nostro giudizio, il tempo impiegato per risolvere un compito non dovrebbe essere un criterio di monitoraggio, poiché, come sappiamo, il tempo è un fattore necessario per l'apprendimento della Matematica. Alla luce di queste dinamiche, abbiamo ritenuto questa componente non significativa. Inoltre, abbiamo deciso anche di non considerare il punteggio ottenuto per ogni *task* risolto, poiché legato al tempo di risoluzione e attiene principalmente ad processi di natura affettiva che non sono oggetto della nostra ricerca.

Esaminando i dati di gioco, abbiamo potuto constatare che, specialmente nei due incontri dedicati ai minigiochi di Parkour Uguaglianze, poche coppie sono riuscite a completare tutti i minigiochi previsti ad ogni incontro. Contestualmente, abbiamo controllato le risposte sui diari di bordo, realizzando che, spesso, queste ultime risultavano frammentate, poco chiare e scritte frettolosamente. Inoltre, incrociando i dati della Web App con le risposte sul materiale cartaceo, abbiamo riscontrato come, in diversi casi, le motivazioni per alcuni *task* risolti fossero del tutto assenti. Qualora avessimo deciso di affidarci unicamente ai diari bordo, non avremmo potuto scoprire quali e quanti *task* fossero realmente stati risolti, ignorando, di fatto, parte del lavoro svolto dagli apprendenti. Molto probabilmente, l'aspetto coinvolgente del videogioco non avrebbe spinto diverse coppie a riflettere sui motivi per cui un'uguaglianza risulti vera o falsa o sulla scelta di un certo blocco di numero.

La tabella 8.5 riporta i dati di gioco relativi alla classe quarta di Pianola del secondo incontro di risoluzione dei *task*. Dalla Web App abbiamo rilevato che la maggior parte delle coppie della classe quarta di Pianola ha risolto circa il 59% dei *task* assegnati.

Tabella 8.5: Numero di coppie che hanno risolto ciascun *task* e tentativi falliti/totali nei minigiochi Parkour

Indice Minigioco	Indice Task	Task	Coppie che hanno risolto il task	Tentativi falliti/tentativi totali
4	1	$22 + 18 + 97 = 97 + 40$	10	3/13
	2	$36 + 23 = 37 + 22$	10	1/11
	3	$85 - 40 = 100 - 55$	10	0/10
5	4	$27 - 17 = 20 - 10$	8	1/9
	5	$100 - 88 = 50 - 44$	8	0/8
	6	$56 - 23 = 56 - 20 + 3$	8	7/15
	7	$7 + 14 = 7 \times 4$	7	0/7

Continua alla pagina successiva

Tabella 8.5: Numero di coppie che hanno risolto ciascun *task* e tentativi falliti/totali nei minigiochi Parkour (Continua)

	8	$15 \times 4 = 30 + 30$	6	2/8
	9	$28 \times 4 = 28 \times 2 + 28 \times 2$	6	7/13
	10	$36 \times 10 = 36 \times 5 + 5$	4	4/8
7	11	$20 \times 30 = 10 \times 15$	2	0/2
	12	$5 \times 14 = 10 \times 7$	2	1/3
	13	$80 \div 20 = 40 \div 10$	1	4/5
	14	$36 \div 12 = 34 \div 10$	0	—

In aggiunta, abbiamo notato come diverse coppie abbiano effettuato un numero elevato di tentativi per alcuni *task*. Ricordiamo al lettore che, ad ogni risposta errata, veniva assegnato un *task* alternativo, matematicamente equivalente al precedente e con numeri leggermente più piccoli. Nella tabella 8.5, oltre al numero di coppie che hanno risolto ogni *task*, abbiamo riportato anche il numero di tentativi falliti sul totale delle risposte date. Ad esempio, per il *task* $28 \times 4 = 28 \times 2 + 28 \times 2$, su un totale di 13 tentativi, 7 non sono andati a buon fine, quindi su un totale di sei coppie che hanno fornito almeno una risposta, cinque hanno fallito almeno una volta.

Proponiamo un ulteriore esempio relativo alla classe quarta di Pianola per mostrare i dati rilevati dalla risoluzione dei *task* incompleti.

Tabella 8.6: Numero di coppie che hanno risolto ciascun *task* e tentativi falliti/totali nei minigiochi Piscine

Indice	Task	Coppie che hanno risolto il task	Tentativi falliti/tentativi totali
1	$3 \times 7 = \dots + 14$	10	3/13
2	$12 \times 4 = 24 + \dots$	10	9/19
3	$15 \times 3 \times \dots = 15 \times 6$	10	3/13
4	$20 \times 8 = \dots \times 80$	10	3/13
5	$12 \times 8 = 80 + \dots$	9	4/13
6	$90 + \dots = 9 \times 11$	9	0/9
7	$80 \div 40 = \dots \div 4$	9	22/31

Per strutturare la seconda discussione, abbiamo considerato sia il numero di minigiochi completati sia quello di tentativi falliti per ogni *task*. Dalla tabella 8.6 si può riscontrare come i *task* più critici

siano stati il secondo, cioè, $12 \times 4 = 24 + \dots$, e il settimo, ovvero, $80 \div 40 = \dots \div 4$. Mentre per il primo *task* sono state fornite soluzioni del tutto casuali, da cui non sarebbe possibile discernere una particolare procedura di calcolo o altro, per il secondo la risposta più comune è stata 2, che denoterebbe un pensiero di tipo procedurale, avendo risolto unicamente la divisione di sinistra.

Oltre ai dati presenti nella Web App, ad ogni motivazione fornita sui diari di bordo abbiamo assegnato uno dei codici descrittivi illustrati in 8.2. Benché in alcuni casi gli apprendenti avessero motivato gran parte dei *task* assegnati, la classificazione delle motivazioni è risultata più ardua, poiché molte di esse risultavano poco chiare ed incomplete. Talvolta, è stata riportata la medesima motivazione per molti dei *task* proposti oppure l'esecuzione in colonna dei calcoli.

Ad esempio, per quanto concerne il *task* $36 \times 10 = 36 \times 5 + 5$, per il quale abbiamo segnalato un alto numero di tentativi, su un totale di quattro coppie che hanno risolto il *task*, solamente una di esse ha illustrato il processo adottato, mentre le restanti si sono limitate a riportare i calcoli in colonna di una delle due operazioni, senza alcun tipo di spiegazione.

Per monitorare le classi che hanno utilizzato le schede, ad ogni richiesta di aiuto abbiamo avviato delle interazioni con le coppie, attuando delle *strategie di scaffolding*. In questo modo, abbiamo potuto condurre un monitoraggio attivo, non soltanto osservativo, allo scopo di fornire supporto e, contestualmente, di conoscere i processi risolutivi. Purtroppo, a causa dell'elevato numero di richieste di aiuto, non è stato sempre possibile ascoltare attivamente le discussioni matematiche di diverse coppie, oppure intervenire spontaneamente per conoscerne il tipo di ragionamento. Diversamente dalla condizione precedente, non è stato necessario determinare il numero totale di *task* risolti in ciascun incontro, in quanto tutte le coppie di entrambe le classi avevano fornito una soluzione ad ogni *task*. In prima battuta, abbiamo determinato le percentuali di risposte corrette ed errate. Ad esempio, abbiamo potuto osservare che i *task* elencati nella tabella 8.7, previsti nel secondo incontro, avrebbero rappresentato un ostacolo per buona parte delle coppie della classe IV A della Torretta.

Tabella 8.7: *Task* critici rilevati dall'esame sulle risposte corrette/errate

# Task	Task	# risposte corrette	# risposte errate
1	$22 + 18 + 97 = 40 + 97$	8	0
2	$36 + 32 = 37 + 22$	8	0
3	$220 - 140 = 260 - 100$	8	0
4	$27 - 17 = 20 - 10$	8	0
5	$100 - 88 = 50 - 44$	8	0
6	$56 - 23 + 56 - 20 + 3$	6	2
7	$7 + 14 = 7 \times 4$	8	0
8	$15 \times 4 = 30 + 30$	7	1

Continua alla pagina successiva

Tabella 8.7: *Task* critici rilevati dall'esame sulle risposte corrette/errate (Continua)

9	$28 \times 4 + 28 \times 2 + 28 \times 2$	4	4
10	$36 \times 10 + 36 \times 5 + 5$	2	6
11	$20 \times 30 = 10 \times 15$	8	0
12	$5 \times 14 = 10 \times 7$	7	1
13	$120 \div 20 = 60 \div 10$	4	4
14	$36 \div 12 = 34 \div 10$	7	1

Ciononostante, risalire al numero di tentativi compiuti dalle coppie è stato indubbiamente complesso. Per determinare la quantità di prove effettuate da ogni coppia, nelle schede compilate abbiamo cercato di rilevare eventuali cancellature, a penna oppure con la gomma da cancellare. In molti casi, abbiamo avuto la percezione che le schede fossero state considerate delle “belle copie” da non riempire di cancellature a penna oppure a matita, in cui, solo occasionalmente, sono stati scritti da calcoli in colonna. Questi ultimi sembrerebbero essere relativi alla soluzione fornita, piuttosto che a tentativi di risoluzione precedenti. Infatti, in molte schede si nota come, inizialmente, soluzione e motivazione siano state scritte a matita per poi essere cancellate e riscritte a penna. Molto probabilmente, prima di riportare una risposta, le coppie discutevano sulle risposte usando altri fogli, che, purtroppo, non abbiamo potuto raccogliere. In alternativa, come abbiamo spesso osservato, alcuni alunni scrivevano delle procedure di calcolo sul banco, che poi venivano prontamente cancellate. Dato che nella maggior parte dei casi le risposte sono state scritte prima a matita, non è stato possibile risalire al numero effettivo di cancellature. In alcuni casi, in cui è stata usata solo la penna, è evidente come le correzioni siano avvenute colorando l'intera regione del foglio su cui probabilmente era stata scritta una soluzione o procedura errata. In virtù di ciò, ipotizziamo di aver perduto una quota consistente di prove. In aggiunta, da queste considerazioni si evince come sul materiale cartaceo non si potrebbe definire il numero di tentativi in modo accurato, poiché dipende principalmente dal comportamento degli apprendenti.

A partire dalle poche cancellature facilmente distinguibili, non è stato registrato un numero elevato di tentativi per ogni *task* assegnato. Nella maggior parte dei casi, questi alunni, sentendo di non essere pienamente autosufficienti, hanno preferito chiedere aiuto durante la fase di esplorazione. Molto probabilmente, questo fattore ha influenzato le soluzioni e i processi risolutivi di molti di loro, che hanno ricevuto non soltanto *feedback*, ma anche diversi tipi di *means* basati sulle loro esigenze.

Anche in questa situazione, abbiamo analizzato e classificato le risposte in base ai suddetti codici descrittivi. Diversamente dalla condizione precedente, però, abbiamo raccolto un numero decisamente maggiore di motivazioni espresse in un linguaggio naturale chiaro e completo.

8.1.3 Selezionare le risposte e i *task*

Di seguito, descriviamo come è stata applicata questa pratica per strutturare le due discussioni previste in tutte le classi coinvolte nel *case study*. In entrambi i casi, abbiamo operato una selezione sia sui *task* assegnati sia sui processi emersi dalle motivazioni scritte dagli apprendenti nei due *material scaffold* cartacei proposti in entrambe le condizioni, ovvero, schede e diari di bordo. In questa fase, abbiamo tenuto conto anche di un'altra variabile, ovvero, il tempo a nostra disposizione per orchestrare delle discussioni. Pertanto, l'obiettivo era di strutturare delle discussioni di classe efficaci incentrate sul lavoro delle coppie, in modo da rientrare nei limiti di tempo prestabiliti e da non annoiare o affaticare gli apprendenti.

Nella situazione con *scaffold digitale*, la selezione di *task* è stata agevolata dai dati presenti nella Web App, cioè, il numero di minigiochi completati e quello dei tentativi falliti. Grazie al primo dato, per ogni incontro, abbiamo ridotto l'insieme di tutti i *task* assegnati, ottenendo un sottoinsieme che corrisponde a quello dei *task* risolti dalla maggior parte degli apprendenti. Ad esempio, come si evince dalla tabella 8.5, da questo insieme di 14 *task*, abbiamo considerato i primi 7 come possibili candidati da discutere, visto che sono stati risolti da un gran numero di coppie. Di conseguenza, i successivi 7 sono stati esclusi dalla discussione. Il numero di tentativi falliti, invece, ha permesso di identificare i *task* più critici, che, a buon diritto, sono stati inclusi nel gruppo di *task* da discutere.

Per quanto concerne il secondo esempio riportato nella sezione precedente, dall'insieme di *task* riportati nella tabella 8.6 abbiamo escluso quelli che hanno registrato il minor numero di motivazioni, selezionando, invece, quelli con un alto numero di tentativi, come il secondo ed il settimo *task*.

I parametri utilizzati per la selezione dei *task* hanno permesso di ottenerne un insieme strutturato su cui orientare ogni discussione e che rispettasse i tempi prestabiliti.

Successivamente, abbiamo effettuato un'ulteriore scrematura su questo insieme, scegliendo quei *task* che hanno registrato almeno due processi risolutivi diversi, ad esempio, uno basato su procedure di calcolo o su una visione procedurale del simbolo uguale e un altro sull'osservazione e individuazione delle relazioni fra i numeri. Purtroppo, diverse motivazioni riportate sui diari di bordo risultavano poco chiare e incomplete, il che ha reso sicuramente più complessa la selezione dei processi risolutivi.

Anche in questo paragrafo useremo nomi di fantasia per riferirci alle coppie autrici delle motivazioni, nel rispetto della privacy dei partecipanti.

Ad esempio, per la classe di Pianola, abbiamo selezionato il *task* $22 + 18 + 97 = 97 + 40$, in quanto è stato risolto dalla totalità degli apprendenti e per il quale sono stati rilevati almeno due tipi di processi differenti. In particolare, abbiamo preso in considerazione due motivazioni simili, quella di Federico e Gabriella: "abbiamo fatto i calcoli in colonna e abbiamo capito che le uguaglianze erano vere", e quella di Andrea e Luca: " $22 + 18 = 40 + 97 = 137 = 97 + 40 = 137$ ¹ perché $22 + 18 = 40$ e $40 + 97 = 137 = 137 = 97 + 40 = 137$ ". Entrambe le motivazioni sono fondate sullo svolgimento sequenziale delle somme e sul successivo confronto dei risultati. Poi, abbiamo scelto altre due motivazioni, quella di Roberto e Paolo: "è vero perché $22 + 18 = 40$ ", e quella di Ilaria e Alessia: "perché è stata attivata la proprietà associativa". Nel primo caso, si evince come i due bambini abbiano semplicemente eseguito la prima

¹Riportiamo fedelmente le operazioni scritte dalle coppie.

somma, avendo notato le similitudini fra le due operazioni. Nel secondo, invece, le due alunne hanno riconosciuto l'uso della proprietà associativa.

Al contrario, per le classi che hanno utilizzato le schede, la selezione delle motivazioni si è basata, da principio, sui risultati dell'analisi delle risposte corrette ed errate per ogni *task* proposto. Da questo esame abbiamo potuto rilevare quei *task* che hanno generato delle soluzioni errate. Tuttavia, questo criterio ha permesso solo di individuare i *task* più critici, non di selezionare un sottoinsieme di *task* candidati per la discussione. Naturalmente, per la selezione abbiamo considerato i *task* con un numero maggiore di risposte errate presenti nella tabella 8.7, quali $28 \times 4 = 28 \times 2 + 28 \times 2$, $36 \times 10 = 36 \times 5 + 5 \times 6$, infine, $120 \div 20 = 60 \div 10$.

Diversamente dalla quella precedente, in questa condizione la base di partenza è stato l'insieme di tutti i *task* assegnati nei due incontri precedenti. Purtroppo, come spiegato poc'anzi, non è stato possibile risalire, a partire dalle schede compilate, al numero di tentativi effettuati per ogni *task*. Ciononostante, l'avvio di interazioni tra esperti e coppie di studenti ha comunque permesso di identificare sia i *task* più complessi sia alcuni tipi di processi risolutivi.

Nella condizione con *scaffold cartaceo*, non avendo sufficienti parametri per ridimensionare l'insieme di *task* e di motivazioni da presentare, abbiamo dovuto eliminarne alcune per poter rispettare i tempi prestabiliti in entrambe le classi. A partire dall'insieme composto da tutti i *task* proposti nei due incontri precedenti, abbiamo selezionato al più due *task* basati sui medesimi concetti, uno dall'insieme di *task* assegnati nel primo incontro e l'altro da quelli previsti nel secondo incontro. Per esempio, visto che nell'insieme di tutti i *task* proposti nei primi due incontri, dedicati alla risoluzione di *task* vero/falso, erano presenti tre *task* relativi alla proprietà distributiva, abbiamo selezionato i primi due, uno vero e l'altro falso. Nella situazione con *scaffold tecnologico*, invece, una simile operazione non si è rivelata necessaria, avendo già ricavato un insieme ragionevole di *task* su cui impernare le discussioni.

In seguito, alla lettura e alla classificazione delle motivazioni fornite nelle schede, per ogni *task* abbiamo selezionato almeno due risposte che evidenziassero procedimenti differenti.

Per esempio, allo scopo di discutere il *task* $3 + 5 = 8$ con la IV A Torretta, abbiamo selezionato inizialmente le risposte di due coppie, quelle di Antonio e Ludovica: "Dato che $3 + 5$ fa 8 è vero", e quella di Jacopo e Sofia: "Perché il risultato è vero". Come si può notare, entrambe le motivazioni sono basate sull'esecuzione dell'operazione di sinistra. Poi, abbiamo scelto un'altra coppia di risposte date ad un *task*, ovvero $8 = 3 + 5$, legato al precedente. In questo caso, abbiamo preferito la motivazione fornita da Maddalena e Gloria: "8 è uguale a $3 + 5$ perché $3 + 5$ fa 8", e quella di Rosa e Paulo: "L'operazione fatta è vera perché otto è formato da tre più cinque". Nella prima si osserva come l'uguaglianza sia stata letta diversamente in entrambe le direzioni, vale a dire, da sinistra verso destra è stato usato il verbo "è", mentre nella direzione opposta è stato impiegato il verbo "fa". Nella seconda, invece, viene adoperata la parola "formato" per descrivere il risultato finale.

8.1.4 Disporre in sequenza le risposte degli apprendenti

Abbiamo adottato questa pratica per mettere in sequenza le risposte e i *task* selezionati nella fase precedente. Nella descrizione della disposizione delle motivazioni selezionate useremo dei nomi di

comodo per agevolare la lettura della trattazione.

In generale, è stato applicato lo stesso criterio di ordinamento a tutte le discussioni orchestrate con entrambi i sottogruppi dell'insieme dei partecipanti. In particolare, abbiamo dato la precedenza a quelle procedure poggiate sui calcoli o su una visione procedurale dell'uguale, di modo che risultassero più accessibili a gran parte della classe. In seguito, abbiamo considerato quei procedimenti più relazionali o basati su una proprietà, per confrontarli con i precedenti e, soprattutto, avviare delle riflessioni. In certi casi, abbiamo scelto di presentare due approcci, apparentemente diversi, con delle caratteristiche in comune oppure basate su procedure o proprietà diverse. Per esempio, relativamente al *task* $72 + 27 - 27 = \dots$, abbiamo campionato e disposto in sequenza alcune risposte come segue.

1. Secondo Greta e Alessio: “prima abbiamo calcolato $72 + 27$ che è uguale a 99, poi lo abbiamo scomposto e da 99 prima abbiamo tolto 2 decine quindi il 99 è diventato 79 e da 79 abbiamo tolto le 7 unità che appartenevano al numero 27”. Da questa motivazione traspare una procedura di calcolo sequenziale, adottata da buona parte dei partecipanti;
2. Secondo Jacopo e Sofia, invece: “perché è come se 27 non lo calcolassi”, che si basa su un'osservazione completa dell'uguaglianza e sulla ricerca di relazioni fra i numeri.

In aggiunta, per la presentazione dei processi risolutivi al *task* $28 \times 4 = 28 \times 2 + 28 \times 2$, abbiamo disposto in sequenza alcune risposte:

1. Lorena e Dajana scrivono: “è vero perché $28 \times 4 = 112$, $28 \times 2 = 56$, $56 + 56 = 112$, è vero anche perché 2 è la metà di 4”. In questo primo caso, le alunne hanno eseguito i calcoli, eppure, hanno realizzato che il secondo fattore delle due moltiplicazioni a destra è la metà del secondo termine a sinistra;
2. Camilla e Romeo, invece: “è vero perché 28×4 si divide e forma due operazioni uguali che unite formano lo stesso risultato di 28×4 ”. I due bambini non hanno svolto i due prodotti ma hanno applicato la proprietà distributiva.

Abbiamo stabilito di riportare questi due esempi per evidenziare le somiglianze e le differenze dei due approcci. Infatti, anche se nella prima sono state eseguite tutte le operazioni da sinistra a destra, entrambe hanno in comune l'uso della proprietà distributiva.

Per quanto riguarda la disposizione dei *task* da discutere, in linea di massima, abbiamo seguito la sequenza con cui avevamo pensato i *task* nella fase preliminare alla progettazione del *case study*. In altre parole, dati due *task* che veicolano le medesime idee o proprietà, abbiamo previsto la presentazione delle motivazioni del *task* con numeri più piccoli, di modo che fosse più accessibile alla classe, per poi proporre quello con numeri leggermente più grandi.

8.1.5 Creare delle connessioni fra le risposte e alcune idee matematiche rilevanti

In questo paragrafo, illustriamo il modo in cui abbiamo avviato riflessioni riguardanti gli aspetti salienti del pensiero relazionale, evidenziando le connessioni stabilite fra le motivazioni presentate, fra queste ultime e i *task* e, infine, con specifiche idee matematiche.

In base alle risposte ottenute ed analizzate nelle fasi precedenti, abbiamo creato delle connessioni fra le motivazioni e alcune idee aritmetiche, e abbiamo evidenziato alcuni concetti confrontando risposte differenti. Spesso, avendo rilevato procedure diverse per risolvere *task* matematicamente equivalenti, abbiamo creato delle connessioni fra i *task*. Di conseguenza, partendo da un insieme di dati diverso, non sono state strutturate discussioni uguali per tutte le classi partecipanti. Per ogni classe e per ogni discussione, abbiamo organizzato dei cosiddetti “canovacci di discussione”, su cui abbiamo annotato *task*, motivazioni selezionate, possibili domande, esempi e collegamenti da proporre nel corso di questi incontri, per avere una traccia su come orchestrare ogni discussione.

Di seguito, mostriamo alcuni stralci provenienti dai suddetti canovacci.

Per esempio, abbiamo selezionato i *task* $3 + 5 = 8$ e $8 = 3 + 5$, in quanto, nelle classi che hanno usufruito del videogioco, sembrerebbe aver prodotto un numero consistente di risposte a cui è stato associato il codice “procedurale”. Inoltre, questi *task* erano inclusi nell’insieme di minigiochi completati dalle entrambe le classi. Per di più, la seconda uguaglianza era tra quelle per cui è stato riscontrato un elevato numero di risposte errate. Allo scopo di far riflettere sulla simmetria del simbolo uguale, abbiamo stabilito di presentare insieme le due uguaglianze, unitamente a due risposte procedurali, una per ogni *task*, nel seguente ordine.

1. una coppia riporta: “ho calcolato $3 + 5$ che come risultato mi ha dato 8”;
2. mentre la seconda scrive: “perché 8 è formato da $3 + 5$ ”.

Nel primo caso, l’uguaglianza è stata ricondotta alla configurazione più tipica di un’operazione, cioè, $a + b = c$, quindi per leggerla è stato usato un verbo nella sua forma attiva. Nel secondo, invece, essendo il risultato dell’operazione a sinistra, l’uguaglianza è stata letta utilizzando un verbo nella sua forma passiva, diverso da quello nella frase precedente. Per stabilire delle connessioni efficaci con le idee matematiche, abbiamo strutturato la discussione come segue:

1. in prima battuta, chiedere agli apprendenti di leggere ad alta voce la prima e poi la seconda uguaglianza;
2. presentare le due risposte nell’ordine prestabilito;
3. richiedere di identificare le differenze fra queste ultime e di spiegare perché, dal loro punto di vista, in un caso sia stato usato il verbo *dare* e nell’altro, invece, il passivo di *formare*;
4. ricorrere ad un esempio non matematico: una penna che ruota su se stessa in varie direzioni, per far riflettere sulla simmetria dell’uguale;
5. chiedere alla classe se la forma dell’oggetto in esame cambi in seguito alle rotazioni;
6. invitare a confrontare i due *task*;
7. esortare gli apprendenti a cercare un verbo che possa esprimere la simmetria dell’uguale.

Dato che in entrambi i casi è stata fornita la risposta corretta, abbiamo preferito concentrarci sull'idea dell'uguale come simbolo simmetrico, piuttosto che sul confronto delle due uguaglianze. Nella tabella 8.8 abbiamo riportato in pochi punti le connessioni stabilite a partire dalle motivazioni e dai *task* scelti e disposti nell'ordine indicato nel paragrafo precedente. In questo caso, una prima connessione è data dalla rotazione di un oggetto con i due *task* presentati, mentre l'ultima è di carattere interdisciplinare, in quanto coinvolge un concetto matematico e un aspetto lessicale e grammaticale.

Tabella 8.8: Tabella che riassume il primo esempio

Task Presentati	Motivazioni	Connessioni tra le motivazioni oppure tra queste ultime e le idee matematiche
$3 + 5 = 8$	“ho calcolato $3+5$ che come risultato mi ha dato 8”	<ul style="list-style-type: none"> • Connessione tra i due <i>task</i> e il concetto di uguale come simbolo simmetrico • Connessione con la disciplina di Italiano
$8 = 3 + 5$	“perché 8 è formato da $3+5$ ”	

Partendo dalle motivazioni fornite al *task* $3 + 5 = 3 + 5$, in una delle classi che hanno utilizzato le schede, abbiamo avviato una riflessione sul significato del simbolo uguale nel modo seguente:

1. presentare la seguente risposta “procedurale”: “perché avendo tutti i requisiti di un operazione ci dovrebbe stare il risultato” e chiedere se sono d'accordo con i loro compagni;
2. chiedere se sia necessario riportare il risultato dopo l'uguale;
3. presentare la seguente motivazione: “abbiamo fatto le due operazioni e siamo riusciti a scoprire il risultato perciò tre più cinque fa otto sono due operazioni ripetute perciò sono vere”, e richiedere di confrontarla con la motivazione precedente;
4. partendo dalla seconda motivazione, invitare a riflettere sul senso del simbolo uguale;
5. domandare se il simbolo uguale metta sempre in relazione due oggetti (matematici) identici;
6. introdurre il *task* $3 + 5 = 5 + 3$ e domandare se sia uguale al precedente;
7. chiedere di confrontare i fra i due *task*, per ottenere similarità e differenze.

Abbiamo scelto i *task* proposti $3 + 5 = 3 + 5$ e $2 \times 7 = 7 \times 2$, poiché da buona parte delle motivazioni sembrerebbe trasparire principalmente l'uso di procedure di calcolo, pertanto, abbiamo sentito l'esigenza di considerare il confronto fra due approcci opposti. La tabella 8.9 sintetizza i *task*, le motivazioni selezionate e disposte in sequenza, quindi le connessioni fra i processi risolutivi presentati e i concetti matematici. Abbiamo esortato gli apprendenti ad associare ogni motivazione presentata ad un'interpretazione diversa del simbolo uguale, quindi, abbiamo collegato la seconda motivazione alla visione

dell'uguale come indicatore di relazioni di equivalenza. Infine, abbiamo introdotto l'ultimo esempio di *task* per effettuare un collegamento con l'idea dell'uguale come simbolo che mette in relazione due oggetti matematici uguali ma non identici.

Tabella 8.9: Tabella che riassume il secondo esempio

Task Presentati	Motivazioni	Connessioni tra le motivazioni oppure tra queste ultime e le idee matematiche
$3 + 5 = 3 + 5$	“perché avendo tutti i requisiti di un'operazione ci dovrebbe stare il risultato”	<ul style="list-style-type: none"> • Connessione tra la seconda motivazione e il concetto di uguale come relazione di identità • Connessione fra il secondo <i>task</i> e l'idea di uguale come indicatore di relazione fra due oggetti (matematici) uguali ma non identici
$3 + 5 = 5 + 3$	“abbiamo fatto le due operazioni e siamo riusciti a scoprire il risultato, perciò, tre più cinque fa otto sono due operazioni ripetute perciò sono vere”	

Per la discussione del seguente *task*, il nostro obiettivo era di spingere gli apprendenti a pensare che i processi risolutivi basati sul calcolo non sempre rappresentano la soluzione più rapida. Avendo riscontrato un alto numero di risposte basate sul calcolo, abbiamo previsto i seguenti passaggi:

1. proporre il *task* $9 + 5 = 14 + 5$;
2. chiedere agli alunni di osservare i due membri dell'uguaglianza per rilevarne similitudini e differenze;
3. presentare una delle tante motivazioni basate su procedure di calcolo: “perché $9 + 5$ fa 14 e $14 + 5$ fa 19 quindi il risultato è diverso” e domandare agli alunni di spiegare il procedimento applicato;
4. chiedere se siano d'accordo con il procedimento applicato dai loro compagni e di spiegarlo;
5. invitare a valutare l'efficienza l'approccio presentato;
6. esporre una seconda motivazione, che poggia su un ragionamento di tipo relazionale: “falsa perché il 14 è più grande del 9”;
7. richiedere di confrontare le due motivazioni;
8. esortare gli apprendenti a inventare uguaglianze matematicamente equivalenti per consolidare l'approccio evidenziato;
9. in caso di difficoltà, introdurre una nuova uguaglianza, mai incontrata fino a quel momento e domandare se sia vera o falsa;

10. metterla a confronto con quella iniziale.

Tabella 8.10: Tabella che riassume il terzo esempio

Task Presentati	Motivazioni	Connessioni tra le motivazioni oppure tra queste ultime e le idee matematiche
$9 + 5 = 14 + 5$	“perché $9 + 5$ fa 14 e $14 + 5$ fa 19 quindi il risultato è diverso”	<ul style="list-style-type: none"> • Associazione fra la prima motivazione ad una procedura di calcolo • Legame fra la procedura della seconda motivazione e l'individuazione di relazioni fra le due operazioni coinvolte • Collegamento tra il primo e il nuovo <i>task</i>
	“falsa perché il 14 è più grande del 9”	

Nella tabella 8.10, oltre ai *task* e alle motivazioni scelte, abbiamo riassunto le principali connessioni matematiche a partire dai dati selezionati. In particolare, abbiamo collegato la prima motivazione all'esecuzione di un'operazione aritmetica, la seconda ad una procedura basata sull'osservazione delle relazioni fra numeri e, infine, il confronto fra due approcci diversi ad un discorso legato all'efficienza di un algoritmo di calcolo.

Descriviamo un ultimo esempio con un'uguaglianza incompleta.

Inizialmente, abbiamo proposto un'uguaglianza presente in una delle ultime due schede, cioè, $3 \times 7 = \dots + 14$, che sembrerebbe aver registrato un elevato numero di risposte basate sull'esecuzione di entrambe le operazioni. Pertanto, abbiamo previsto i seguenti passaggi:

1. presentare la prima risposta: “il numero mancante è 7 perché 3×7 fa 21 e $14 + 7$ fa lo stesso risultato e la differenza e che ad una si usa la moltiplicazione e all'altra l'addizione” e chiedere alla classe se sono d'accordo;
2. presentare la seconda motivazione: “basta aggiungere 7 perché 7×2 fa 14”;
3. chiedere di mettere a confronto le due motivazioni per rilevarne le differenze;
4. sottolineare come nel primo caso siano state svolte le operazioni e come nel secondo sia stata applicata la definizione di moltiplicazione;
5. proporre il *task* $12 \times 4 = 24 + \dots$ e chiedere di confrontarlo con il precedente;
6. rimarcare le similarità fra le due uguaglianze.

Come negli esempi precedenti, nella tabella 8.11 abbiamo messo in luce le connessioni fra la seconda motivazione e la definizione di moltiplicazione come addizione ripetuta e fra i due *task*

proposti. Abbiamo spinto gli apprendenti a creare delle connessioni, in particolare, fra la seconda motivazione e la definizione di moltiplicazione come addizione ripetuta. Inoltre, abbiamo esortato gli apprendenti ad associare due *task* matematicamente equivalenti.

Tabella 8.11: Tabella che riassume il quarto esempio

Task Presentati	Motivazioni	Connessioni tra le motivazioni oppure tra queste ultime e le idee matematiche
$3 \times 7 = \dots + 14$	“il numero mancante è 7 perché 3×7 fa 21 e $14 + 7$ fa lo stesso risultato e la differenza è che ad una si usa la moltiplicazione e all'altra l'addizione”	<ul style="list-style-type: none"> • Legame fra la seconda procedura e la definizione di moltiplicazione come addizione ripetuta • Legame fra i due <i>task</i>
	“basta aggiungere 7 perché 7×2 fa 14”	

Nelle tabelle riportate non è stato esplicitato il nome degli apprendenti che hanno fornito le motivazioni presentate come richiesto da alcune delle insegnanti partecipanti. Difatti, durante la discussione abbiamo preferito non nominare gli autori di tali procedure, per evitare di chiamarli ad esporre dinanzi all'intera classe. Ad ogni modo, abbiamo sfruttato i nomi di tali studenti per farli eventualmente intervenire durante la discussione.

8.2 Discussione dei risultati

In questa sezione discuteremo di quanto è emerso dall'applicazione di ciascuna pratica.

Per quanto concerne la prima, cioè, la previsione delle risposte, poiché i due *material scaffold* sono stati progettati per supportare durante la fase di esplorazione, è stato necessario introdurre un test preliminare, allo scopo di ottenere un quadro generale sul livello di conoscenze e competenze di base dell'insieme dei partecipanti.

Il monitoraggio è stato effettuato sia durante la fase di esplorazione sia al di fuori dell'ambiente scolastico. In entrambe le condizioni, per implementare questa pratica, abbiamo circolato fra i banchi per essere sempre disponibili in caso di necessità. Nella situazione con lo *scaffold digitale*, porre delle domande agli apprendenti sembrerebbe essere stato l'unico modo per poter conoscerne i processi risolutivi, per via della natura coinvolgente del videogioco. Infatti, questo genere di software restituisce *feedback* sulle soluzioni e non sulle procedure adottate per risolvere i *task* assegnati. Dall'osservazione delle coppie all'opera, abbiamo realizzato come, in alcuni casi, alcune preferissero la soluzione suggerita da un compagno anziché l'aiuto degli esperti. Dall'analisi dei dati presenti nella Web App, abbiamo considerato il numero di minigiochi completati e quello di tentativi falliti, escludendo, di

fatto, il tempo di risposta e il punteggio. Sapendo che il fattore tempo è fondamentale per apprendere la Matematica, abbiamo ritenuto non significativo questo dato. Oltretutto, non abbiamo tenuto conto del punteggio, in quanto è associato al tempo ed influisce principalmente sulla sfera di natura affettiva, portando spesso a situazioni di competizione fra le coppie. Nella condizione con *scaffold cartaceo*, invece, abbiamo avviato dei *processi di scaffolding* con quelle coppie di apprendenti che richiedevano aiuto. Poiché le schede sono un *hard scaffold*, molto spesso, è stato necessario supportarli, quindi nel corso di tali interazioni abbiamo potuto anche monitorare i loro procedimenti.

Rispetto allo *scaffold cartaceo*, i dati della Web App hanno reso sicuramente più agevole la fase di selecting. Infatti, queste informazioni hanno rappresentato dei criteri per scegliere in modo efficiente un insieme di motivazioni su cui concentrarsi. In questa condizione sperimentale, abbiamo scelto di non far riferimento esclusivamente alle motivazioni scritte sui diari di bordo, in quanto risultavano frammentate o, in alcuni casi, mancanti e ciò avrebbe comportato l'acquisizione di dati falsati sul numero effettivo di *task* risolti.

Nella condizione con *scaffold cartaceo*, invece, non è stato possibile individuare un criterio per ridurre l'insieme di *task* proposti nei due incontri precedenti alla discussione. Pertanto, non abbiamo potuto ottenere un sottoinsieme di *task*, quindi di motivazioni su cui focalizzare la selezione. In aggiunta, le risposte scritte non hanno permesso di determinare facilmente il numero di tentativi. Visto che, spesso, il materiale consegnato è stato probabilmente considerato una bella copia, molti hanno preferito scrivere delle procedure sui banchi oppure su altri fogli. In aggiunta, i calcoli che, in alcuni casi, accompagnavano le motivazioni erano, per lo più relativi, alla soluzione finale piuttosto che a tentativi precedenti. Pertanto, in questa situazione, la selezione dei *task* è avvenuta grazie alle interazioni tra esperti e coppie di apprendenti e alla lettura e all'analisi di tutte le schede compilate dagli apprendenti, che hanno fatto emergere alcune criticità. In aggiunta, tenendo conto dei limiti di tempo, abbiamo potuto scartare un numero decisamente esiguo di *task* matematicamente equivalenti ad altri già selezionati.

In entrambe le situazioni, la scelta dei processi esplicitati sia sulle schede sia sui diari di bordo ha permesso di restringere ulteriormente l'insieme di *task* da discutere. Nonostante sia stato ridotto l'insieme dei *task* di partenza in base ai processi risolutivi emersi, nella maggior parte dei casi, le discussioni orchestrate con le classi della Torretta sono state molto più lunghe rispetto alle altre, spesso, protraendosi leggermente oltre il suono della campanella. Una possibile causa potrebbe essere ricondotta alla mancanza di un criterio iniziale per restringere l'insieme dei *task* assegnati.

Pur avendone rilevate, in certi casi, in quantità sufficiente, molte delle motivazioni scritte sui diari di bordo sembravano frammentate, poco chiare e, sovente, mancanti. Qualche volta, anche se il numero di tentativi associato al *task* era elevato, abbiamo potuto esaminare solo un insieme molto ristretto di motivazioni. Sebbene avessimo previsto una suddivisione dei ruoli nella coppia, per cui uno dei due accedeva con le sue credenziali ed eseguiva i comandi, mentre l'altro scriveva sul diario di bordo, la richiesta di motivazione sembrerebbe aver distolto l'attenzione di entrambi da un'attività così coinvolgente come giocare ad un videogioco. Spesso, è stato registrato come, al momento di scrivere una motivazione, colui che eseguiva le istruzioni sul gioco prendeva in mano carta e penna per

esplicitare lui stesso il processo o per correggere quanto riportato dal compagno.

Nel complesso, l'ordine di presentazione delle motivazioni sembrerebbe non essere avvenuto sempre allo stesso modo per tutte le classi partecipanti: invero, durante la predisposizione delle discussioni, sono state analizzate, scelte e messe in sequenza procedure che evidenziavano aspetti diversi. Inoltre, il livello di conoscenze e competenze di base dell'intero insieme dei partecipanti differiva da una classe ad un'altra. In generale, abbiamo stabilito di dare la precedenza a quelle motivazioni basate sui calcoli, in quanto solitamente le più comuni, per poi mostrarne altre più relazionali. In alcune situazioni, sempre partendo dalle motivazioni degli apprendenti, abbiamo costruito delle sequenze di *task* da discutere, talvolta, inserendo dei nuovi *task* per introdurre o sostenere un concetto. Per quanto riguarda l'ordinamento dei *task*, abbiamo seguito il medesimo usato per la disposizione dei *task* nei due *material scaffold*. Tutto ciò ha avuto delle ripercussioni sulla creazione di connessioni con i concetti legati al pensiero relazionale.

In certi casi, abbiamo pianificato delle connessioni matematiche fra i processi risolutivi degli apprendenti, in altri, invece, per cui gran parte delle motivazioni faceva capo ad uno stesso procedimento, abbiamo pensato di stabilire dei legami fra i vari *task* sequenziati e fra questi ultimi ed importanti idee matematiche. In vari momenti abbiamo sfruttato la sequenza delle motivazioni presentate per invitare ad associare le procedure emerse a idee o proprietà matematiche. Qualche volta, in linea con le quattro strategie descritte in Sintesi, per consolidare o chiarire un concetto, abbiamo esortato gli alunni ad inventare delle uguaglianze e, talvolta, ne abbiamo introdotte di nuove nel corso della discussione.

Raramente, abbiamo creato delle connessioni interdisciplinari, fra le motivazioni presentate e il modo corretto di esprimere un concetto. In poche parole, sembrerebbe che la strutturazione di ogni discussione abbia permesso enfatizzare quelle connessioni matematiche che le coppie di apprendenti non sono riuscite a compiere durante la risoluzione dei *task*.

Come affermato nel capitolo Predisporre discussioni di classe, non esiste una strada univoca per instaurare collegamenti matematici gli elementi presentati in una discussione.

In linea con la lente teorica di Smit et al. (2013), l'applicazione delle cinque pratiche è avvenuta, principalmente, in modalità offline, cioè, al di fuori dell'ambiente classe, fatta eccezione per il monitoraggio, che può essere condotto anche nella fase di esplorazione, e la creazione di connessioni, che può verificarsi anche nel corso di una discussione.

8.3 Sintesi

Per poter avviare delle discussioni incentrate sul lavoro svolto dagli apprendenti, inizialmente, è stato somministrato uno stesso test all'intera popolazione dell'insieme dei partecipanti, per aver un'idea generale delle conoscenze ed abilità di partenza. In seguito, abbiamo osservato, sia in classe che al di fuori di essa, le soluzioni e le motivazioni prodotte da ciascuna coppia di apprendenti. Nella situazione con *scaffold digitale*, siamo ricorsi ad alcuni dati della Web App per effettuare una selezione dei *task* assegnati ad ogni incontro, per delineare in modo più diretto l'insieme di *task*, quindi di motivazioni da considerare, e per individuare i *task* ritenuti più critici. Per ogni *task* dell'insieme

ottenuto, abbiamo esaminato le motivazioni, che, in diversi casi, risultavano essere incomplete, scritte velocemente o, addirittura, mancanti. Sembrerebbe che l'aspetto coinvolgente del videogioco abbia isolato gli apprendenti da qualsiasi altro stimolo, quindi non li abbia spinti a ragionare sul compito proposto.

Nella situazione con le schede, invece, non è stato possibile usare i medesimi parametri per ottenere un sottoinsieme di *task* e concentrarsi sulle relative motivazioni. Pertanto, avvalendoci delle interazioni avviate con gli apprendenti che hanno richiesto aiuto e dell'analisi sulle performance abbiamo potuto rilevare i *task* più insidiosi, che abbiamo inserito nella presentazione. In questo caso, la selezione delle motivazioni da presentare è risultata più agevole, visto che tutti gli apprendenti avevano riportato delle procedure abbastanza chiare.

Successivamente, abbiamo messo in sequenza le motivazioni fornite ai *task* selezionati, in modo da poter mettere a confronto due processi risolutivi differenti. Affinché fosse comprensibile a tutti gli apprendenti, abbiamo dato la precedenza a quelle procedure attuate dalla maggior parte di loro, per poi metterle in relazione con altre più specifiche e meno comuni. Per concludere, grazie a questo tipo di selezione e sequenziamento, abbiamo potuto creare delle connessioni fra le risposte degli apprendenti e fra queste ultime e alcune idee matematiche di rilievo, anche esortando la classe ad introdurre nuovi *task* affinché consolidassero i concetti trattati.

Nel capitolo successivo stileremo le conclusioni, rispondendo nel modo più puntuale possibile alle domande di ricerca, e, infine, tratteremo delle nuove piste per il futuro.

Parte IV

Conclusioni e possibili scenari futuri

Capitolo 9

Aspetti conclusivi e nuove strade

9.1 Introduzione

Questa tesi si colloca nell'ambito della ricerca in Educazione Matematica legato all'uso di *material scaffold* in classe. Data l'importanza sempre più crescente dei mezzi tecnologici e dello sviluppo di competenze digitali, ci siamo focalizzati su quelle metodologie didattiche che sfruttano le potenzialità di un dispositivo digitale o di un software, fra cui la motivazione e la capacità di attirare l'attenzione degli apprendenti per molto tempo. Tra le tecnologie più efficaci in tal senso si annoverano i videogiochi. Inizialmente, grazie ad uno studio preliminare della letteratura, abbiamo cercato di inquadrare le caratteristiche principali dei videogiochi, in particolare, di quelli educativi. Avendo rilevato una certa dispersività nel classificare questo genere di videogiochi, abbiamo orientato il nostro orizzonte di ricerca su uno degli aspetti che accomuna questi software, il *feedback*. Secondo alcuni studi, tale elemento viene considerato una strategia di *scaffolding* (Delacruz 2012). Con questo termine si intende il tipo di supporto offerto da un soggetto più esperto per consentire ad un altro di raggiungere determinati obiettivi (van de Pol et al. 2010, Belland et al. 2013). Abbiamo approfondito il quadro teorico dello *scaffolding* per conoscerne le strategie, formate da *means*, ovvero, le modalità di supporto, ed *intention*, cioè, gli obiettivi per cui si decide di offrire supporto. Inoltre, abbiamo compreso che un qualsiasi mezzo (cartaceo, digitale, o di altra natura), nel quale vengano strutturate delle attività matematiche, si configura come un *material scaffold* (Martin et al. 2019, Belland et al. 2013). Per finire, abbiamo arricchito la visione sullo *scaffolding* con gli *strand*, o domini, per definire le *intention* in termini di competenze matematiche. In seguito, abbiamo analizzato il quadro teorico del pensiero relazionale, che si pone come cornice nella visione tridimensionale costituita da *means*, *intention* e *strand*, o domini. Secondo la letteratura sullo *scaffolding*, è possibile fornire assistenza sia in modalità *online* sia in quella *offline*. Inoltre, per poter sviluppare il pensiero relazionale, è necessario predisporre *task* adeguati ed orchestrare delle discussioni di classe, per chiarire i significati matematici ed esortare gli apprendenti a pensare ad esempi connessi a tali significati. Affinché questi ultimi siano gli attori principali delle discussioni collettive, si rivela essenziale prepararle in modo da porre al centro i loro

processi risolutivi. Alla luce di tutto ciò, abbiamo analizzato il modello operativo delle cinque pratiche per pianificare delle discussioni efficaci.

Dopodiché, abbiamo predisposto due tipi di *material scaffold*, un videogioco educativo e delle schede cartacee, nei quali abbiamo inserito, oltre ad una serie di *task* relativi al pensiero relazionale, particolari *means*. In entrambi gli ambienti abbiamo previsto la selezione, il sequenziamento e la richiesta di motivare i *task* assegnati. In aggiunta, ad ogni tentativo fallito, nello *scaffold tecnologico* abbiamo incluso dei messaggi di supporto e dei *task* alternativi. Dal momento che il videogioco restituisce dei log file che non descrivono i processi attuati dai solutori, dopo la risoluzione di ogni *task* nel videogioco, abbiamo chiesto di scrivere una motivazione su un *material scaffold* cartaceo. Infine, il *sistema di scaffolding* che prevede videogioco e materiale cartaceo è stato arricchito da una Web App che ha permesso agli esperti di monitorare i progressi degli apprendenti nel videogioco. A questo punto, abbiamo progettato un *case study*, della durata di due mesi, che ha coinvolto quattro classi di tre scuole primarie della città dell'Aquila (AQ). Avendo suddiviso l'insieme degli apprendenti in due sottogruppi, nel primo mese abbiamo avviato la parte iniziale del *case study* con uno dei sottogruppi, al quale abbiamo chiesto di risolvere delle attività matematiche utilizzando un *material scaffold* cartaceo. Nel secondo mese, invece, abbiamo chiesto al restante sottogruppo di risolvere i medesimi *task* nel videogioco educativo. Ogni due incontri di risoluzione di *task* matematici, abbiamo previsto una discussione di classe. Successivamente, abbiamo esaminato i dati provenienti da entrambi i *material scaffold*, al fine di osservare i *means* e i circoli virtuosi attivati dalle coppie di ciascun sottogruppo, nonché le caratteristiche di ciascuno *scaffold* nell'organizzazione delle discussioni di classe. In generale, abbiamo notato come, per ciascun *means* presente nei due *material scaffold*, i *means* di risposta non siano molto diversi da una condizione all'altra. Eppure, nella situazione con *scaffold cartaceo* abbiamo registrato un numero molto alto di richieste di aiuto, mentre nell'altra condizione sembrerebbe che il *feedback* del videogioco abbia dato sufficiente sicurezza da non dover far intervenire un esperto, persino nelle circostanze più critiche. Per quanto riguarda la pianificazione delle discussioni, il monitoraggio condotto nelle classi che hanno ricevuto le schede ha consentito di conoscere e supportare le coppie di apprendenti. D'altro canto, la Web App avrebbe permesso di ottenere un sottoinsieme di *task* su cui orientare una discussione. Nelle sezioni successive proveremo a rispondere alle due domande di ricerca e, in ultimo, a formulare delle prospettive per future ricerche.

9.2 Risposta alla prima domanda di ricerca

In questa sezione del capitolo proveremo a rispondere alla prima domanda di ricerca partendo dai risultati ottenuti dai due *material scaffold* considerati. Esordiamo enunciando nuovamente la domanda:

con l'intention di sviluppare il pensiero relazionale, quali means vengono attivati da coppie di studenti coinvolti in attività che prevedono l'uso di un hard e di un soft scaffold?

Prima di tutto, è doveroso chiarire al lettore che in questa tesi non ci prefiggiamo l'obiettivo di indagare sullo sviluppo del pensiero relazionale. Sebbene nella domanda di ricerca si alluda a tutto ciò, il quadro teorico descritto in 3 è stato necessario per avere una solida base su cui costruire delle attività matematiche che permettessero di osservare i *means* attivati. Naturalmente, dall'analisi dei dati sembrerebbe evidente una lieve migrazione verso un pensiero più relazionale. Eppure, questa piccola evoluzione non ci stupisce, in quanto, stando a Carpenter, Franke et al. (2003), non sarebbe possibile puntare al conseguimento di una tale competenza in una finestra temporale di soli sei incontri. In effetti, aiutare gli alunni a pensare in modo relazionale richiederebbe anni di attività strutturate in tal senso. Ciononostante, questa leggera sfumatura verso un pensiero più relazionale suggerirebbe che la direzione intrapresa in questo lavoro potrebbe portare al raggiungimento della suddetta competenza.

Se si eccettuano i due ambienti considerati, la domanda di ricerca formulata potrebbe avere delle forti ripercussioni sulle pratiche di insegnamento/apprendimento. In sostanza, potrebbe spingere gli insegnanti/esperti ad interrogarsi sui propri metodi, in particolare, sul tipo di supporto adeguato per rispondere al meglio alle esigenze dei propri apprendenti.

A partire da tutte le considerazioni fatte finora, non sarebbe sempre possibile concludere che un particolare *means* porti invariabilmente all'attivazione di uno specifico *means* di risposta. Tuttavia, anticipare un ventaglio di possibili *means* di risposta potrebbe consentire alle figure esperte di calibrare il proprio supporto. Avendo sviluppato una simile consapevolezza, i docenti/esperti potrebbero selezionare dal loro bagaglio di esperienze uno o più *means* che ritengano opportuni in base alle circostanze. Per esempio, passare in rassegna e valutare la propria pratica passata permetterebbe di meditare e prepararsi in anticipo un insieme di possibili *means* da poter attivare in situazioni future. Sapere che ad un *means* potrebbero essere associate molte possibilità, come, ad esempio, l'attivazione di un singolo *means*, di una sequenza di *means* oppure ancora di un circolo virtuoso di *means*, potrebbe essere fondamentale per decidere quale tipo di supporto offrire alle proprie classi. Inoltre, tale scelta comporta anche una valutazione del "prodotto finale", in termini di conoscenze, competenze ed abilità degli apprendenti. Ad esempio, proporre un esempio (matematicamente) equivalente oppure rimarcare un aspetto potrebbero rivelarsi pratiche più efficaci per esortare gli apprendenti a raggiungere una determinata conoscenza o competenza, rispetto al fornire una semplice spiegazione numerica, legata a procedure di calcolo già consolidate. In definitiva, una simile riflessione potrebbe, e dovrebbe, invitare ad una rivisitazione a posteriori della propria pratica di insegnamento/apprendimento, allo scopo di agevolare la selezione di *means* a seconda delle circostanze e del risultato finale.

Per ogni condizione predisposta nel *case study*, illustreremo i *means di risposta* (distinti dai *means* presenti negli *scaffold*), le eventuali *sequenze di means* e i *circoli virtuosi* rilevati dalla somministrazione di ciascun *material scaffold*. Ribadiamo il significato degli elementi summenzionati:

- per *sequenza* intendiamo una serie di combinazioni di *means* e domini di varia lunghezza, attivati da un singolo soggetto: ad esempio, (*questioning concettuale* e *explaining euristico*). Di conseguenza, come è già stato spiegato in Interazioni fra pari, per *means di risposta* alludiamo alla combinazione di un *means* e di un dominio, o meglio, ad una sequenza di lunghezza uno, ad esempio, *questioning concettuale* o *explaining euristico*, eccetera. Nel corso della trattazione,

l'espressione "combinazione di *means* e domini" verrà spesso sostituita da *means di risposta*, per motivi di chiarezza ed immediatezza;

- con l'espressione *circolo virtuoso* ci riferiamo ad uno scambio di sequenze di diversa lunghezza fra soggetti, che ha degli effetti benefici sulle attività da svolgere. Ad esempio, potrebbero esserci cicli virtuosi che portano alla determinazione di una soluzione oppure alla stesura di una motivazione.

Inoltre, nella maggior parte dei casi, le descrizioni saranno accompagnate dalle seguenti rappresentazioni grafiche:

- tre grafici a barre¹, che offrono una panoramica dei *means* di risposta. Nello specifico, il primo raccoglie tutte le combinazioni di *means* e domini registrate nell'arco dei quattro incontri. Gli ultimi due, invece, sono relativi alle combinazioni di *means* e domini rilevate per ogni ciclo di incontri, più precisamente, per ogni tipologia di *task*. Sulle ascisse di questi grafici sono elencate tutte le combinazioni possibili di *means* e domini, da cui partono delle barre di colori diversi per ogni dominio individuato nel corso delle analisi. Sulle ordinate, invece, sono presenti delle "etichette" che si riferiscono a dei *range di frequenza*. Indicando con x la percentuale di frequenza di ogni *means* di risposta registrato, abbiamo definito le seguenti etichette con i rispettivi *buckets* (contenitori, trad. autrice):

1. *alta*, se $x > 50$;
2. *medio-alta*, se $30 < x \leq 50$;
3. *media*, se $15 < x \leq 30$;
4. *medio-bassa*, se $5 < x \leq 15$;
5. *bassa*, se $0 < x \leq 5$;
6. *non rilevata*, se $x = 0$.

- qualora siano presenti differenze rilevanti fra le tipologia di uguaglianze, una tabella contenente i *means* e le sequenze più frequenti, e le risposte successive più ricorrenti (aventi, cioè, una percentuale pari ad almeno il 15%). Il nostro obiettivo è di provare a delineare le sequenze di lunghezza maggiore di uno più comuni e almeno una parte dei circoli virtuosi avvenuti nel corso delle interazioni. Per distinguere i singoli *means* dalle sequenze di *means* abbiamo convenuto di racchiudere queste ultime fra parentesi tonde. In aggiunta, per diversi *means* e/o sequenze di risposta potrebbero esserci le espressioni "nessun *means* o sequenza frequente" oppure "nessuna risposta". La prima si riferisce al fatto che, per quello specifico *means* o sequenza, sembrerebbero non esistere delle risposte con una percentuale pari ad almeno il 15%. La seconda, invece, indica la mancanza di risposte per quel determinato *means* o sequenza.

La scelta della soglia di frequenza dei *means* e/o sequenze più comuni e degli intervalli elencati è dettata dai seguenti fattori. Il primo è legato alle dimensioni ridotte, quindi statisticamente poco

¹I grafici a barre sono stati realizzati tramite la libreria *plotly*, utile anche per la visualizzazione di dati.

rilevanti, dell'insieme di interazioni analizzate. Il secondo, invece, si basa sul fatto che ogni stralcio descriverebbe una situazione pressoché unica, in quanto unici sono i soggetti coinvolti e il loro modo di approcciarsi ai *task* assegnati. Pertanto, partendo da un panorama così variegato, sembrerebbero pochissimi i casi di *means* con una percentuale di occorrenza particolarmente elevata.

Prima di iniziare con la descrizione dei risultati ottenuti per ciascun *material scaffold*, è necessaria una precisazione sui domini menzionati in questo capitolo. Nel corso della trattazione, abbiamo sostenuto più volte di aver scelto di riunire tutti gli *strand*, delineati nel paragrafo *Strand di scaffolding*, in due macro-domini, *euristico* e *concettuale*. Tuttavia, durante l'analisi dei dati raccolti, sembrerebbe che, in diverse situazioni, i *means* di risposta rilevati non appartengano ad un singolo dominio (si vedano alcuni stralci nel capitolo Interazioni fra pari), ma potrebbero essere collocati *a cavallo fra* i due. Poiché si stimerebbe che la maggior parte di queste risposte si basino su ragionamenti di tipo *relazionale*, abbiamo convenuto di definire un terzo "dominio", il *relazionale*, per offrire al lettore una visione globale dei risultati ottenuti. Per giunta, in molte interazioni, abbiamo segnalato l'attivazione di *means* di cui non siamo riusciti ad inquadrare il dominio. Nella maggior parte dei casi, tali *means* potrebbero riferirsi ad elementi del videogioco, come blocchi, strumenti oppure al voler dare indicazioni su come spostarsi all'interno dell'ambiente videoludico. Nonostante ciò, abbiamo ritenuto essenziale non escluderli dal conteggio delle percentuali, pertanto, saranno presenti in ogni rappresentazione grafica.

9.2.1 *Means* e sequenze di risposta ottenuti dalla somministrazione dello *scaffold cartaceo*

Esordiamo rievocando i *means* presenti in tale *material scaffold* ed offrendo un quadro che descrive in modo generico le risposte registrate. Nelle schede abbiamo previsto i seguenti *means*:

- la selezione di *task*;
- la disposizione in una sequenza ordinata dei medesimi *task*;
- la richiesta di motivazione. Nell'idea degli sperimentatori, tale *means* è stato formulato da un punto di vista *concettuale*, ma potrebbe essere interpretato anche in modo *euristico*, cioè, più strettamente legato alle procedure di calcolo e ai numeri presenti nell'uguaglianza.

Oltre ai *means* elencati, in Interventi degli esperti discuteremo anche dei risultati ottenuti in seguito all'intervento di esperti.

Dall'esame delle interazioni fra pari, abbiamo rilevato come, nella maggior parte dei casi e per ogni *means* previsto, avvengano diversi confronti fra gli alunni. Di fatto, riteniamo che tali *means* abbiano portato alla generazione di circoli virtuosi o di sequenze di *means* attivate da almeno uno dei due soggetti. Pertanto, sarebbe possibile affermare che, per tutti i *means* inseriti in questo *material scaffold*, i circoli di *means* successivi non siano sempre uguali, per giunta, sembrerebbero differire da una tipologia di *task* all'altra.

9.2.1.1 Selezione dei task

Dopo tutte queste doverose premesse, iniziamo descrivendo i risultati ottenuti dalla somministrazione di *task* nello *scaffold cartaceo*.

L'*explaining euristico* sembrerebbe essere il *means* più predominante, seguito dal *feeding back euristico*. Nel complesso, per questo *means* si sarebbero attivate quasi tutte le possibili combinazioni di *means* e domini, ad eccezione del *modeling*, espresso unicamente nel dominio *euristico*, e dell'*hint*, mancante in quello *concettuale*. Con frequenza medio-bassa si presenterebbero l'*instructing euristico* e il *questioning euristico*. Le restanti combinazioni sembrerebbero avere una percentuale di occorrenza bassa. Infine, per questo *means* inserito nelle schede non sarebbero stati registrati *instructing concettuali*, *hint concettuali*, tantomeno *modeling concettuali* e *relazionali*. La figura 9.1 riassume graficamente il grado di frequenza di ogni combinazione possibile di *means* e domini attivati nel corso dell'intero *case study*.

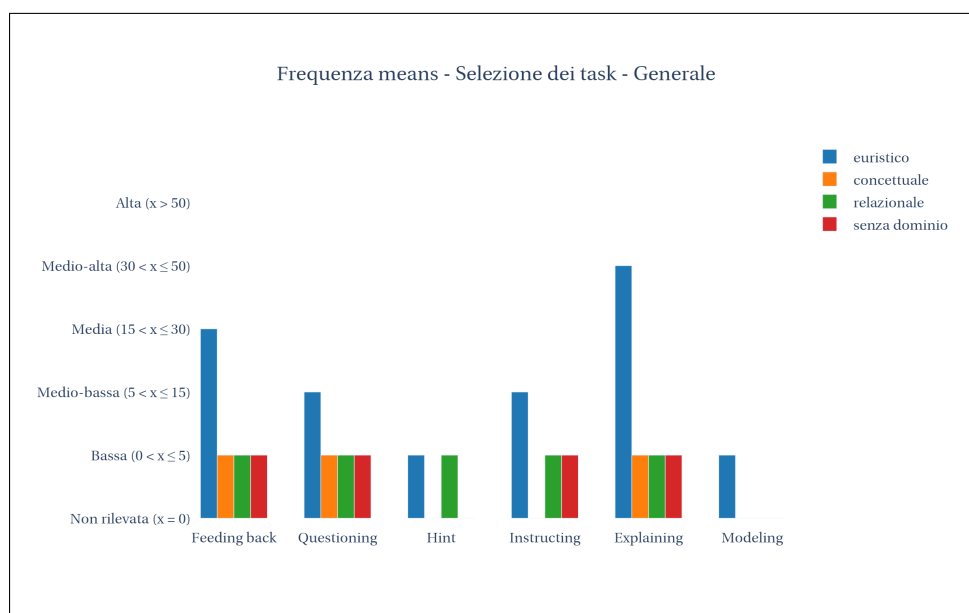


Figura 9.1: Frequenza di ogni *means* di risposta alla selezione dei *task*. Totale *means* = 883, totale sequenze = 119

Nello specifico, sembrerebbe che la selezione dei *task* vero/falso abbia portato alla generazione o di singoli *means* o di sequenze di *means* all'interno della stessa battuta. Nel complesso, riteniamo siano stati attivati i seguenti *means*, riportati in ordine decrescente di frequenza: *explaining*, *feeding back*, *questioning*, *instructing*, la maggior parte dei quali nel dominio *euristico*.

Dopo aver letto un *task*, gran parte delle interazioni fra pari sembrerebbe esordire principalmente in due modi: o con un *explaining*, per cui, generalmente, almeno uno dei due apprendenti si cimenta nello svolgimento di calcoli, oppure, in meno occasioni, con un *feeding back*, esprimendo una possibile soluzione. Raramente si è assistito a casi in cui le discussioni iniziassero con un *questioning* (si veda la

battuta 1 del Dialogo 2 in 7.5.1). Inoltre, parrebbe che ciascuno dei *means* menzionati sia incluso nel dominio *euristico*, poiché legato all'esecuzione pedissequa delle operazioni coinvolte, o, comunque, all'incapacità di sapersi astrarre dai numeri presenti nelle uguaglianze proposte. Si potrebbe ipotizzare che questa tendenza possa essere dovuta alla necessità di ottenere una conferma rapida dei propri metodi risolutivi.

Tabella 9.1: *Means*, sequenze e risposte più frequenti relativi alla selezione di uguaglianze V/F presenti nelle schede

Means o sequenza	Risposta più frequente
<i>Explaining euristico</i>	Means: <i>Feeding back euristico, Explaining euristico, Questioning euristico, Instructing euristico, Explaining relazionale</i> Sequenze: (<i>Explaining euristico, Feeding back euristico</i>), (<i>Feeding back euristico, Explaining euristico</i>)
<i>Feeding back euristico</i>	<i>Explaining euristico, Feeding back euristico, Instructing euristico, Questioning euristico</i>
(<i>Feeding back euristico, Explaining euristico</i>)	<i>Explaining euristico, Feeding back euristico</i>

Nella tabella 9.1 abbiamo riportato i *means* e le sequenze più ricorrenti (con percentuale al di sopra del 15%) raccolti nei primi due incontri. Per avere un'idea della percentuale di occorrenza dei *means* manifestatisi nei primi due incontri, invitiamo il lettore ad osservare il grafico 9.2a

In alcuni casi, sembrerebbe che ad un *feeding back euristico* o ad *explaining euristico* possano corrispondere o un *explaining euristico* o un *feeding back euristico*, oppure una sequenza composta da un sottoinsieme di questi *means*. In linea di massima, esisterebbero altre sequenze, molto sporadiche (con percentuale al di sotto del 15%) come quella composta da un *feeding back euristico* e un *explaining euristico* oppure altre formate da un sottoinsieme dei *means* presenti nell'elenco. In generale, abbiamo riscontrato ulteriori sequenze di *means* avvenute per illustrare un'idea, per rimarcare un aspetto oppure per proporre una soluzione o un procedimento. Riteniamo degne di nota altre sequenze particolari come quella formata da un *feeding back* e da un *explaining*, entrambi di dominio *euristico*, o quelle di lunghezza maggiore di due messe in atto da singoli alunni. Per esempio, dalla riga 3 del Dialogo 2 in 7.5.1 Melissa sembrerebbe adottare almeno due *means* differenti per chiarire il senso dell'uguale alla compagna: un *explaining*, interpretabile anche come un *modeling*, e un *questioning*.

Altrettanto sporadiche e caratteristiche sembrerebbero ulteriori sequenze di *means* attivate da un singolo soggetto, come quelle composte da un *feeding back* e un *questioning*, entrambi di tipo *euristico* e quelle formate da un *instructing euristico* ed un *explaining euristico*. Solitamente, queste ultime potrebbero aver luogo per sottolineare un passaggio errato e dimostrare il proprio ragionamento svolgendo le operazioni aritmetiche.

Spesso, abbiamo constatato come le suddette sequenze siano seguite da singoli *means di risposta*. Quello più frequente sembrerebbe essere il *feeding back euristico*. Un altro *means* di risposta usuale sembrerebbe essere l'*explaining euristico*, per lo più, attivato allo scopo di mostrare una procedura di calcolo. Pensiamo che un singolo *questioning euristico* sia associato principalmente ad un *explaining euristico* (si veda la battuta 10 nel Dialogo 2 in 7.5.1) oppure ad un *feeding back euristico*. In poche situazioni, un *questioning euristico* potrebbe essere seguito da un altro *questioning euristico*, per ottenere più chiarimenti sul ragionamento del compagno/a (rimandiamo alle battute 3 di Melissa e 9 di Letizia nel Dialogo 2 in 7.5.1). Nella maggior parte degli estratti, un *instructing euristico* sembrerebbe portare ad un *explaining euristico*, specialmente durante l'applicazione di procedure di calcolo. Si stimerebbe come, in gran parte dei casi, ad un singolo *feeding back euristico* ne possa corrispondere un altro dal compagno/a, generando dei veri e propri circoli virtuosi di *feeding back euristici*, nei momenti di disaccordo sulla soluzione proposta da ciascun soggetto. Infine, in buona parte delle interazioni fra pari, reputiamo che ad un *questioning euristico* o ad un *instructing euristico* possano corrispondere o un *feeding back euristico*, per rispondere affermativamente ad una domanda o ad un'osservazione, oppure, in misura inferiore, un *explaining euristico*, per fornire una motivazione.

Consideriamo che la selezione di *task* con uguaglianze incomplete abbia attivato essenzialmente lo stesso insieme di *means* e, in rare occasioni, anche l'*hint relazionale* e il *modeling euristico*, quest'ultimo da parte di uno specifico alunno/a.

Anche in questo caso, le discussioni fra pari relative alle uguaglianze incomplete sembrerebbero iniziare, molto spesso, con un *explaining euristico* oppure, meno frequentemente, con un *feeding back euristico* (si vedano le battute 1 di Alessio nel Dialogo 3 e 1 di Romeo in 7.5.1). Negli stralci evidenziati, infatti, si potrebbe notare come diversi alunni tendano a fornire prontamente il termine mancante dopo aver letto il *task*.

Tabella 9.2: *Means*, sequenze e risposte più frequenti relativi alla selezione delle uguaglianze V/F nelle schede

Means o sequenza	Risposta più frequente
<i>Explaining euristico</i>	Means: <i>Feeding back euristico, Explaining euristico, Questioning euristico, Feeding back, Instructing euristico</i> Sequenze: (<i>Feeding back euristico, Explaining euristico</i>)
<i>Feeding back euristico</i>	Means: <i>Feeding back euristico, Explaining euristico, Instructing euristico, Feeding back, Questioning euristico</i> Sequenze: (<i>Feeding back euristico, Explaining euristico</i>)

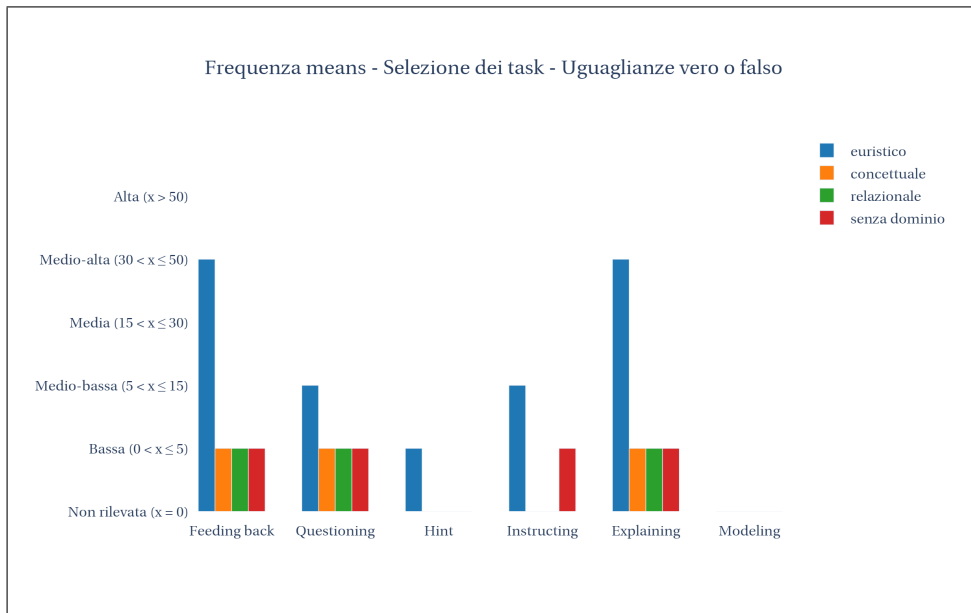
Come si può osservare dalla tabella 9.2 e dal grafico 9.2b, abbiamo rilevato che, in seguito, si

possano sviluppare singoli *means*, oppure delle sequenze attivate da almeno uno dei membri della coppia. Pensiamo che i singoli *means* di risposta manifestatisi più frequentemente siano l'*explaining euristico*, per spiegare il compito o il procedimento adottato al compagno/a, e il *feeding back euristico*, sia allo scopo di proporre una soluzione, sia di esprimere un parere favorevole o avverso nei confronti della risposta del compagno/a (si veda la battuta 4 di Camilla nel Dialogo 1 in 7.5.1). In modo speculare alla tipologia di *task* precedente, la sequenza di *means* maggiormente ravvisata all'interno di una singola battuta sembrerebbe essere composta da un *feeding back* e da un *explaining*, entrambi di dominio *euristico* (rimandiamo alle battute 4 di Greta nel Dialogo 3 e 1 di Valentina nel Dialogo 4 in 7.5.1). Dall'analisi risulterebbero, seppur molto raramente, altre sequenze molto simili a quelle del caso precedente, come, per esempio, quella composta da un *feeding back euristico* ed un *questioning euristico* (si veda la battuta 5 di Leonardo nel Dialogo 4 in 7.5.1), ed altre che reputiamo molto specifiche per ciascuna coppia. Nello stralcio già citato di Valentina e Leonardo, nella riga 8 del Dialogo 4 in 7.5.1, si potrebbero individuare ben quattro *means* diversi: *feeding back*, *explaining*, *questioning* ed *instructing*. Molto sporadicamente, sembrerebbe che, in risposta ad un *feeding back* o ad un *explaining euristico*, uno dei due soggetti fornisca un suggerimento in grado di agevolare la procedura di calcolo (si veda la battuta 3 di Alessio nel Dialogo 3 in *Means* di risposta alla selezione dei *task*) oppure risponda ricorrendo ad un esempio, totalmente diverso dal *task* in esame, per esprimere un'idea, attuando un *modeling euristico*. In aggiunta, ma con scarse occorrenze, abbiamo segnalato circoli virtuosi di *means*, che sembrerebbero composti esclusivamente da *feeding back* (si vedano le seguenti battute nel Dialogo 1: 6, 7, 8, 9, 10, 11) oppure da *explaining euristici*, a cui si risponderebbe con un *feeding back euristico*, per confermare o disapprovare la soluzione avanzata dal compagno/a.

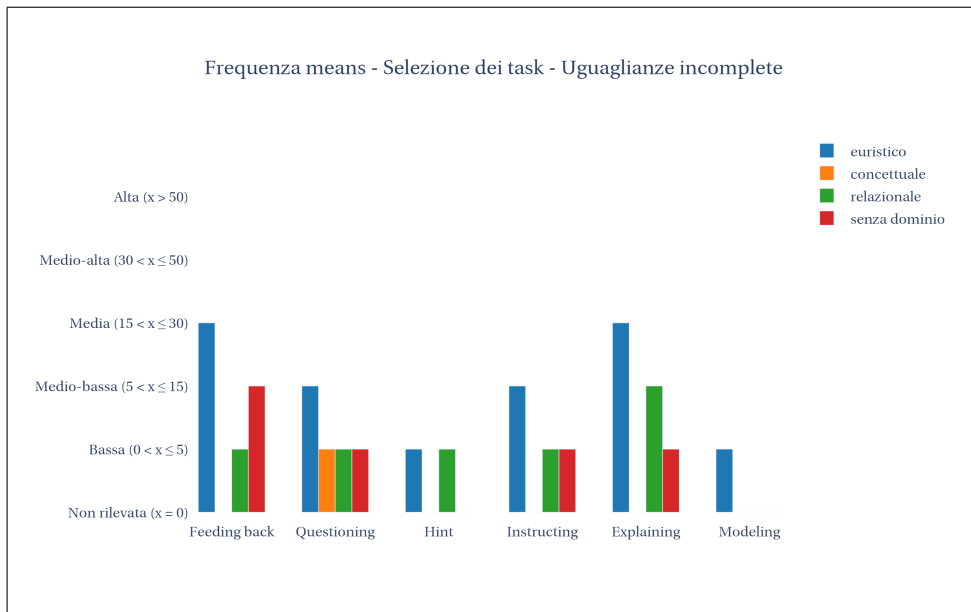
A conclusione di questa prima parte, abbiamo scelto di mettere a confronto i due grafici relativi ai *means* attivati per ciascuna delle tipologie di *task* assegnati. A una prima occhiata, si ha l'impressione che i due *means* più frequenti durante i primi due incontri, ovvero, l'*explaining euristico* e il *feeding back euristico*, abbiano registrato una percentuale minore nella seconda parte del *case study*. Per contro, negli ultimi due incontri sembrerebbe che, rispetto alla tipologia di *task* vero/falso, siano stati attivati anche altri *means*, come il *modeling euristico*. Inoltre, parrebbe che alcuni *means*, come il *feeding back concettuale* e l'*explaining concettuale*, siano del tutto scomparsi in favore di altri, quali l'*hint relazionale* e l'*instructing relazionale*.

9.2.1.2 Disposizione ordinata dei *task*

La figura 9.3 riporta i gradi di frequenza di ogni possibile combinazione di *means* e domini in entrambi i cicli del *case study*. Rispetto alla selezione dei *task*, la disposizione parrebbe aver generato un numero minore di *means* di risposta. Complessivamente, la maggior parte dei *means* rilevati risulterebbe espressa nel dominio *euristico*, e, in misura minore, in quello *relazionale*. Al contrario, si stimerebbe che il dominio *concettuale* sia quasi del tutto assente. Come già sostenuto, le combinazioni più ricorrenti sarebbero l'*explaining euristico* ed il *feeding back euristico*. L'*hint* parrebbe mancare in tutti i domini.



(a) Risultati relativi alla tipologia di *task* vero/falso. Totale *means* = 540, totale sequenze = 77



(b) Risultati relativi alla tipologia di *task* incompleti

Figura 9.2: Confronto fra i *means* rilevati in ogni ciclo di incontri. Totale *means* = 343, totale sequenze = 42

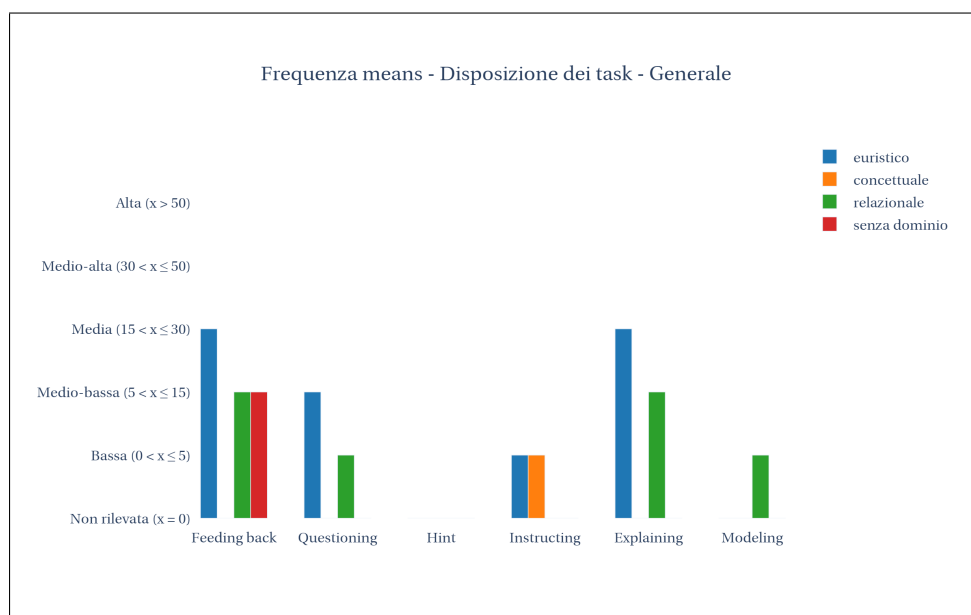


Figura 9.3: Frequenza di ogni *means* di risposta alla disposizione dei *task*. Totale *means* = 42, totale sequenze = 4

Tabella 9.3: *Means*, sequenze e risposte più frequenti relativi alla disposizione delle uguaglianze V/F nelle schede

Means o sequenza	Risposta più frequente
<i>Explaining euristico</i>	<i>Explaining euristico, Questioning euristico</i>
<i>Instructing concettuale</i>	<i>(Instructing euristico, Explaining euristico)</i>

Nella tabella 9.3 abbiamo riportato i *means* più frequenti, le cui percentuale di occorrenza sono evidenziate nel grafico 9.4a. Il *means* con maggiori occorrenze sembrerebbe essere l'*explaining euristico*, seguito dall'*instructing concettuale*. Per la disposizione dei *task* in sequenza è stato registrato un solo caso, il Dialogo 2 in 7.5.2, in cui uno dei due soggetti sembrerebbe aver effettuato una connessione fra due *task* presenti nella medesima scheda, attivando un *explaining euristico* (si veda la battuta 1 di Letizia). A nostro giudizio, il *means* attivato dall'alunna non si potrebbe inquadrare come un *modeling*, visto che il *task* già affrontato non sarebbe stato usato come esempio matematicamente equivalente. Purtroppo, pensiamo il commento di quest'ultima non sia stato accolto dalla compagna, la quale avrebbe scelto un metodo risolutivo basato sull'esecuzione dell'operazione inversa.

Tabella 9.4: *Means*, sequenze e risposte più frequenti relativi alla disposizione di uguaglianze incomplete presenti nelle schede

Means o sequenza	Risposta più frequente
<i>Feeding back euristico</i>	<i>Explaining euristico</i>
<i>Explaining euristico</i>	<i>Feeding back euristico</i>

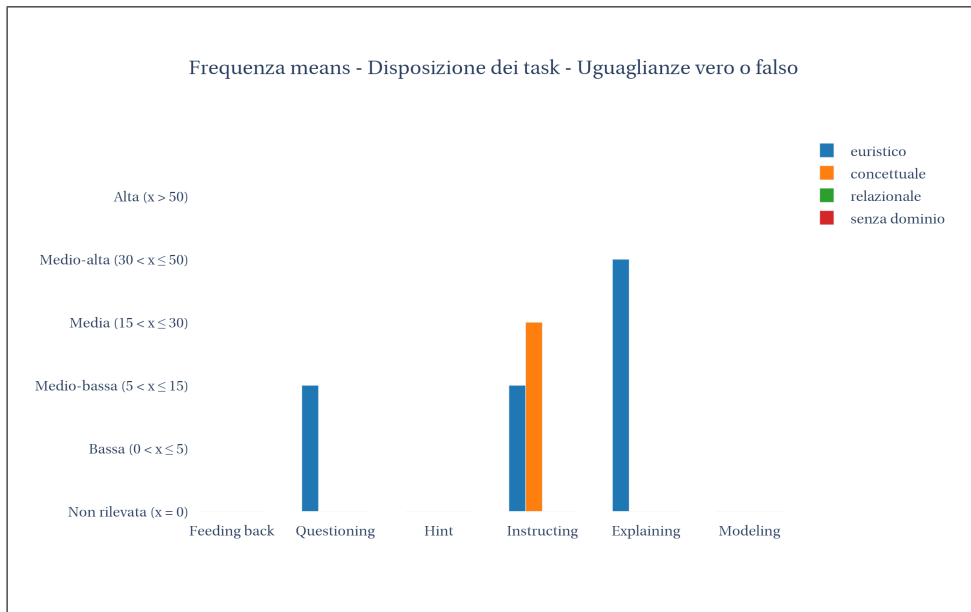
Nelle discussioni fra pari concernenti la risoluzione di *task* incompleti, la disposizione dei *task* avrebbe prodotto i *means* presenti nella tabella 9.4, le cui percentuali di occorrenza sono state esplicitate in 9.4b. Ad un *feeding back euristico* sembrerebbe essere associato, per lo più, un *explaining euristico*. D'altra parte, ad un *explaining euristico* sembrerebbe corrispondere, il più delle volte, un *feeding back euristico*. In due casi, la disposizione dei *task* sarebbe legata all'attivazione del *modeling relazionale* (si veda la battuta 2 di Greta nel Dialogo 1 in 7.5.2). Subito dopo aver creato tali connessioni, abbiamo rilevato un circolo virtuoso di sequenze formate da un *feeding back* ed un *explaining euristico* (rimandiamo alle battute 5 e 9 di Greta nel Dialogo 1 in 7.5.2) e da un *feeding back relazionale* e un *feeding back euristico* (si osservino le battute 4, 8 e 11 di Alessio nel medesimo dialogo), dapprima, per esporre al compagno/a il proprio punto di vista, poi, per verificare, attraverso l'applicazione di algoritmi di calcolo, che la soluzione scelta sia corretta.

Con la coppia di grafici in 9.4 intendiamo mettere a confronto i *means* manifestatisi per ogni tipo di *task* assegnato. Infatti, riteniamo che nella prima parte del *case study* la disposizione dei *task* in una sequenza ordinata abbia generato solamente tre tipi di *means* diversi. D'altro canto, la seconda tipologia di *task* avrebbe stimolato altri *means* con una frequenza superiore, soprattutto l'*explaining euristico* ed il *feeding back euristico*.

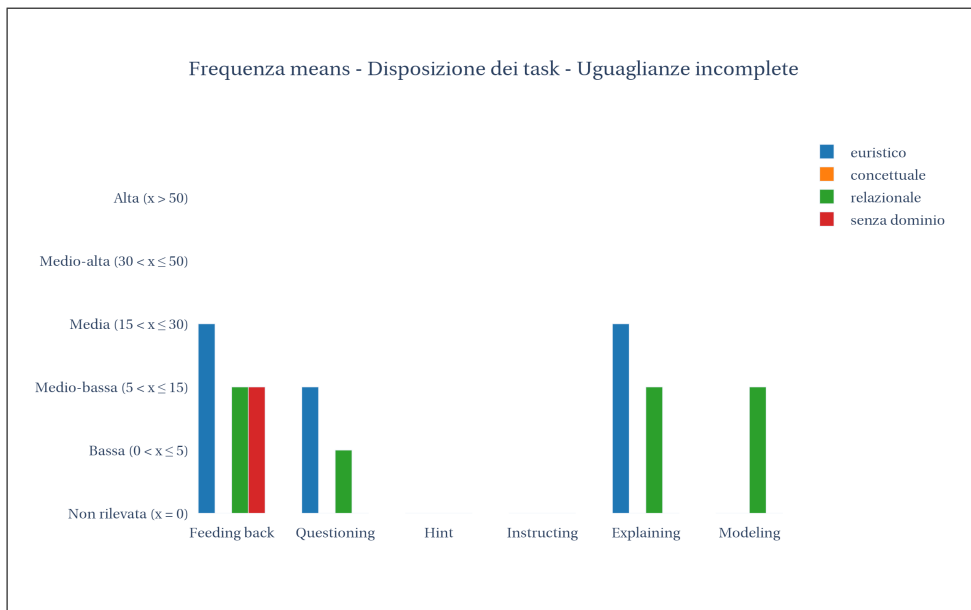
9.2.1.3 Richiesta di motivazione

Per quanto concerne questo *means*, si potrebbe pensare che possa effettivamente esistere una corrispondenza uno-a-uno fra quest'ultimo ed un altro molto specifico e prevedibile, ovvero l'*explaining*. Almeno nella condizione con le schede, questa ipotesi è in buona parte suffragata dai dati che verranno illustrati. Eppure, sebbene con una percentuale di occorrenza inferiore, sarebbero stati riscontrati anche altri *means* di risposta.

Innanzitutto, si osservi la figura 9.5. In generale, sembrerebbe che quattro tipi di *means* su sei siano espressi in tutti i domini, eccezion fatta per il *modeling* e l'*hint*, presenti, con una percentuale di occorrenza bassa, solamente nei domini *euristico* e *concettuale*. Con una frequenza media, l'*explaining euristico* risulterebbe essere il *means* prevalente, seguito dall'*explaining concettuale*, quello *relazionale* ed il *feeding back euristico*, che, invece, avrebbero una frequenza medio-bassa.



(a) Risultati relativi alla tipologia di *task* vero/falso. Totale *means* = 7, totale sequenze = 1



(b) Risultati relativi alla tipologia di *task* incompleti. Totale *means* = 35, totale sequenze = 3

Figura 9.4: Confronto fra i *means* rilevati per ogni tipologia di *task*

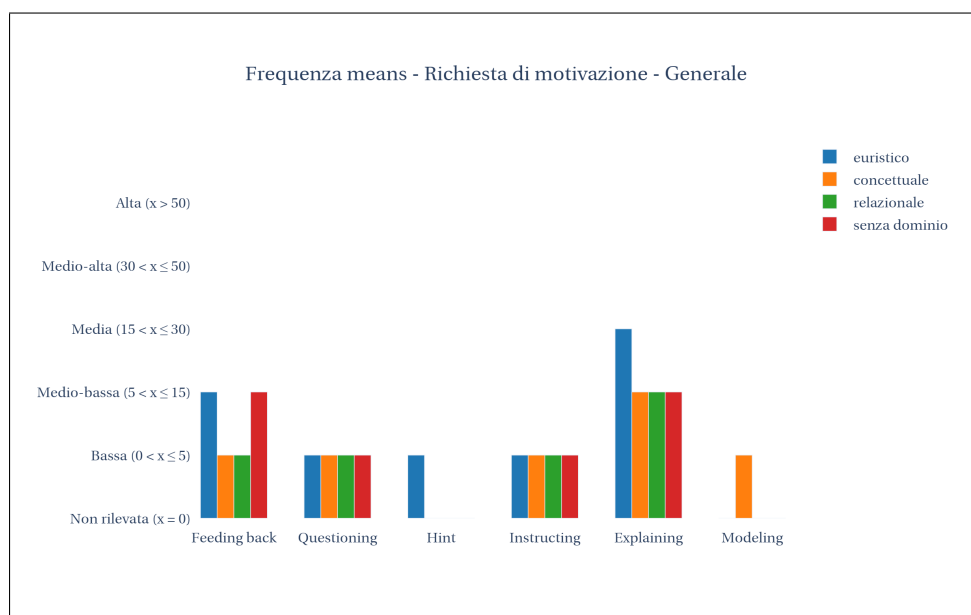


Figura 9.5: Frequenza di ogni *means* di risposta alla richiesta di motivazione dei *task*. Totale *means* = 293, totale sequenze = 37

In generale, sembrerebbero esserci scambi di singoli *means* e, più raramente, di sequenze di *means*. Non esisterebbe una corrispondenza uno-a-uno fra il *means* della richiesta e quelli di risposta. Naturalmente, eravamo consapevoli che una simile domanda avrebbe potuto implicare, il più delle volte, una spiegazione (*explaining*) oppure un invito a rispondere in modo “relazionale” (*instructing*). Tra i *means* più frequenti si potrebbero registrare l'*explaining*, il *feeding back* e, in misura inferiore, l'*instructing*. I primi due sembrerebbero manifestarsi soprattutto nel dominio *euristico*, mentre per l'ultimo, il più delle volte, non siamo stati in grado di inquadrarne il dominio. Cionondimeno, abbiamo individuato anche altri *means*, che potrebbero essere dei *questioning*, degli *hint* e dei *modeling*, ciascuno dei quali con una percentuale di occorrenza decisamente inferiore al 15%.

Nei primi due incontri la richiesta di motivazione sembrerebbe aver prodotto generalmente *explaining*, una parte dei quali potrebbe essere considerata *relazionale* (si vedano le battute 4, 5 di Rosa e Paulo nel Dialogo 2 in 7.5.3), altri, invece, pienamente *concettuali* (si vedano 1 e 2 del Dialogo 1 in 7.5.3). Altre prime risposte alla richiesta di motivazione sembrerebbero essere l'*instructing euristico*, l'*instructing relazionale* e il *questioning* senza un dominio specifico. Si potrebbe ritenere che il *means* di risposta più comune alla maggior parte dei *means* menzionati sia l'*explaining euristico*, seguito da quello *relazionale*.

Per questo *means* ci limiteremo a commentare gli *explaining*, essendo il *means* di risposta più ricorrente. Anche se composta da una sola riga, abbiamo comunque stabilito di presentare una tabella, la 9.5, per esporre le reazioni al *means* più frequente. Il grafico 9.6a fornisce la percentuale di occorrenza di tale *means*.

Nel complesso, si potrebbe pensare l'*explaining* si utilizzi per avanzare una possibile motivazione alla soluzione data o, comunque, per illustrare il proprio punto di vista. Come già sostenuto, nella maggior parte degli estratti relativi ai primi due incontri di attività, molto spesso, il dominio nel quale si troverebbe espresso sembrerebbe essere quello *euristico*, dovendo spiegare al compagno/a i passaggi di calcolo eseguiti. Risulterebbe che i *means* di risposta più ricorrenti siano l'*explaining euristico* e il *feeding back euristico*, per raffinare o completare la motivazione del compagno/a oppure per approvarla o disapprovarla. In altri casi, invece, sembrerebbe essere presente anche in forma *relazionale*, per fornire una motivazione basata sull'osservazione dell'intera uguaglianza e sulle relazioni fra i numeri coinvolti, pur non astraendosi completamente da questi ultimi. Le risposte più frequenti sembrerebbero essere l'*explaining relazionale*, per completare la motivazione del compagno/a (si vedano le battute 2 e 3 del Dialogo 2 in 7.5.3), o *feeding back relazionali*, per confermare o dissentire. Per finire, in alcuni stralci, l'*explaining* potrebbe essere espresso anche nel dominio *concettuale*, avendo enunciato una proprietà oppure descritto le relazioni fra numeri coinvolti in modo "astratto". Anche per rispondere a questo *means* sarebbe stato usato, per lo più, l'*explaining concettuale* (si osservino le battute 18 e 20 di Letizia e Melissa nel Dialogo 1 in 7.5.3) e, in minor misura, il *feeding back concettuale*.

Solo in alcune occasioni sembrerebbe che il *questioning euristico* venga attivato per domandare al compagno/a il suo parere sulla motivazione da scrivere e la cui risposta più frequente risulterebbe essere un *explaining euristico*. In pochissimi casi, si potrebbe notare come uno dei due membri della coppia attivi, nel corso della discussione, un *instructing euristico*, probabilmente, per esortare il compagno/a a scrivere la motivazione dettata oppure, come nell'esempio di Letizia e Melissa in riga 11 del Dialogo 1 in 7.5.3, per far notare un aspetto cruciale dell'uguaglianza proposta.

Per concludere, abbiamo individuato come da poche situazioni sembrerebbero emergere circoli virtuosi composti da *explaining* oppure, più di rado, da sequenze formate da un *feeding back* e da un *explaining* (rimandiamo alla battuta 4 di Melissa nel Dialogo 1 in 7.5.3) e da due *explaining euristici*. Infine, si potrebbe ritenere che a tali *means* corrispondano dei circoli virtuosi molto specifici, formati da un sottoinsieme dei *means* esplicitati precedentemente.

Tabella 9.5: *Means*, sequenze e risposte più frequenti relativi alla richiesta di motivazione ai *task* V/F delle schede

Means o sequenza	Risposta più frequente
<i>Explaining euristico</i>	<i>Explaining euristico, Feeding back euristico, Feeding back</i>

Esattamente come nei primi due, nel secondo ciclo di incontri si potrebbe supporre che l'*explaining* sia ancora la risposta più comune. Tuttavia, rispetto al primo ciclo, esisterebbero delle differenze sostanziali. Per prima cosa, il panorama di *means* e sequenze registrati sembrerebbe essere decisamente meno variegato: ad esempio, l'*instructing* e il *questioning* parrebbero scomparire dalle discussioni fra pari. Risulterebbe che il numero di occorrenze di alcuni *means*, quali il *feeding back euristico*,

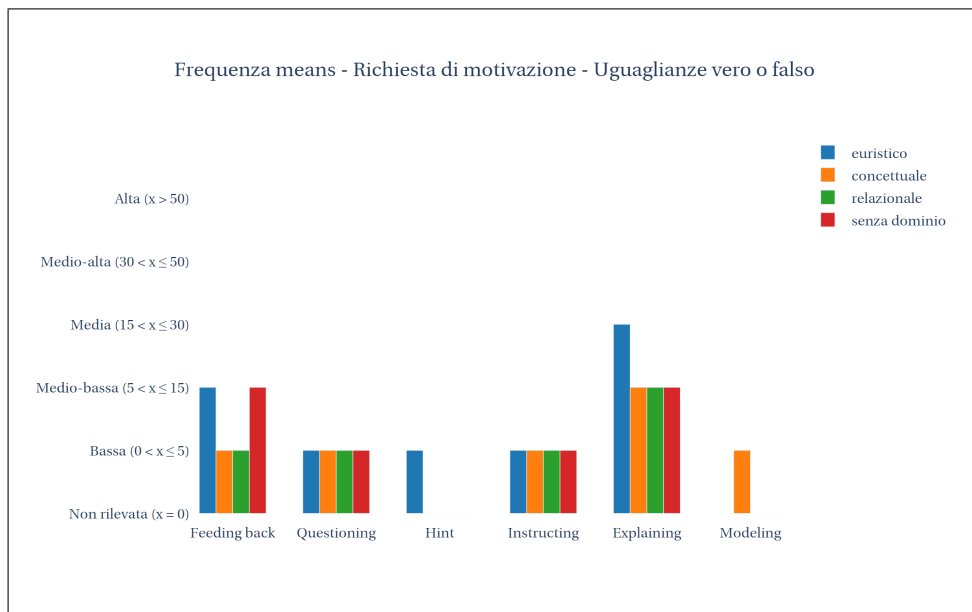
che nei primi due incontri era stato stimato come ricorrente, sia diminuito considerevolmente al di sotto del 5%. Inoltre, nella prima parte del *case study*, la maggioranza degli *explaining* sembrerebbero essere principalmente *euristici* e solo in piccola parte *concettuali*. D'altro canto, nel corso degli ultimi due incontri sarebbero diventati, per lo più, *relazionali*. La percentuale di occorrenze dell'*explaining euristico* sarebbe passato da una frequenza media ad una bassa e l'*explaining concettuale* da una frequenza medio-bassa ad una bassa. Al contrario, l'*explaining relazionale* sarebbe passato dal 10% al 39%. Questa crescita potrebbe essere dovuta all'intervento degli esperti in seguito a richieste di aiuto, alla struttura del *task* incompleto oppure all'impatto della prima discussione, avvenuta a cavallo fra un ciclo di attività e l'altro.

Tabella 9.6: *Means*, sequenze e risposte più frequenti relativi alla richiesta di motivazione ai *task* incompleti delle schede

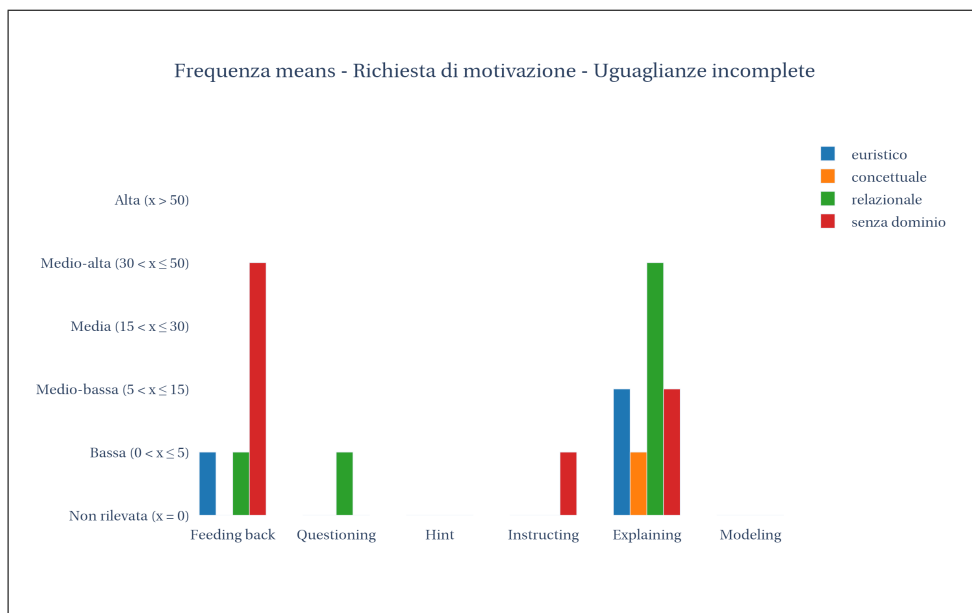
Means o sequenza	Risposta più frequente
<i>Explaining relazionale</i>	<i>Explaining relazionale, Feeding back</i>
<i>Feeding back</i>	<i>Explaining relazionale, Feeding back</i>

Secondo quanto riportato nella tabella 9.6 e nel grafico 9.15b, la risposta più frequente all'*explaining relazionale* sembrerebbe essere il medesimo *means* oppure, meno spesso, il *feeding back* senza alcun tipo di dominio. La risposta più comune a quest'ultimo *means* risulterebbe essere proprio l'*explaining relazionale* e, talvolta, di nuovo il semplice *feeding back*. Da ciò si potrebbe arguire come, anche in seguito a questi due incontri, sarebbero stati identificati degli scambi di stessi *means*. Infine, nei dati relativi a questa seconda parte del *case study* sembrerebbero mancare delle sequenze frequenti.

A giudicare dalla figura 9.6a, sembrerebbe che i *task* vero/falso abbiano portato all'attuazione di un'estesa varietà di *means*. Nella seconda parte del *case study*, invece, tale varietà e il grado di frequenza di alcuni *means* parrebbero venir meno, essendo stato riscontrato un numero inferiore di discussioni riguardanti la motivazione. Tuttavia, a tale decremento parrebbe non corrispondere un minor numero di motivazioni scritte. Negli ultimi due incontri, dopo aver discusso sulla risoluzione del *task*, quindi sulla motivazione, buona parte delle coppie monitorate avrebbe semplicemente trascritto il frutto dei loro ragionamenti. A differenza del primo, nel secondo ciclo sembrerebbe che la forma sintattica delle motivazioni sia passata in secondo piano. Riteniamo che, probabilmente, questo fenomeno possa essere ascrivibile ad alcuni fattori, quali il tedio o la stanchezza. Un'altra possibile causa potrebbe essere l'aver compreso e consolidato, dopo due incontri, la metodologia di lavoro. Mentre nella prima parte consideriamo che gli apprendenti abbiano concepito le attività separatamente, ovvero, ricerca di una soluzione, discussione e scrittura della motivazione, nella seconda parte, invece, avvenga, in molti casi, un'unica discussione, volta sia alla determinazione della soluzione sia alla formulazione della motivazione.



(a) Dati relativi alla tipologia di *task* vero/falso. Totale *means* = 252, totale sequenze = 33



(b) Dati relativi alla tipologia di *task* incompleti

Figura 9.6: Confronto fra i *means* di risposta alla richiesta di motivazione rilevati in ogni ciclo di incontri. Totale *means* = 41, totale sequenze = 4

9.2.1.4 Interventi degli esperti

Ora evidenziamo i *means* attivati dagli esperti e dalle coppie di alunni in seguito al supporto ricevuto. Ricordiamo al lettore che nella condizione con *scaffold cartaceo* era presente un unico sperimentatore: sia le insegnanti sia la studentessa tirocinante non erano adeguatamente formate circa gli obiettivi delle attività proposte.

Alle volte, i commenti che seguiranno saranno accompagnati da semplici tabelle riassuntive.

In generale, come si può desumere dalla tabella 9.7, abbiamo registrato un elevato numero di richieste di aiuto da gran parte delle coppie: questo ci ha permesso di indagare in modo più attivo sul livello di conoscenze e competenze degli apprendenti, nonché sulle procedure adottate per risolvere i *task* assegnati. Ogniquale volta venisse richiesto aiuto, pur non essendo tutti ugualmente consapevoli degli scopi della ricerca in atto, gli esperti avrebbero attivato un insieme di *means*, che variano a seconda della situazione contingente.

Tabella 9.7: Percentuali di ogni tipo di intervento attuato dagli esperti presenti durante lo svolgimento di attività matematiche con le schede

Tipo di intervento	Percentuale
Volontario	44,4%
Richiesto	55,5%

La tabella 9.8 permette di avere un'idea più precisa della quantità di interventi e rilevarne le differenze, non solo tra i due cicli, ma anche fra le due tipologie di intervento, volontario e richiesto. In particolare, la percentuale di interventi volontari nei primi due incontri sarebbe maggiore rispetto a quella degli ultimi due. D'altro canto, la percentuale di interventi richiesti negli ultimi due incontri sembrerebbe essere decisamente più elevata rispetto ai primi due.

Tabella 9.8: Percentuali di ogni tipo di intervento, suddivise in base al tipo di attività proposta nella condizione con *scaffold cartaceo*

Tipo di intervento	Percentuale Vero o Falso	Percentuale Incomplete
Volontario	57,1%	30,7%
Richiesto	42,8%	69,2%

Adesso descriviamo i *means* e le eventuali sequenze, attuate sia dagli esperti presenti sia dagli apprendenti, e le relazioni fra questi ultimi nell'ambito degli interventi cosiddetti "volontari".

Nella prima parte del *case study*, in molteplici occasioni, sembrerebbe che i *means* degli esperti abbiano generato, per lo più, singoli *means* di risposta. In altre parole, circoli virtuosi fra esperti e

apprendenti parrebbero molto più frequenti rispetto a sequenze, più o meno lunghe, di *means* da parte degli esperti e/o degli apprendenti. Nella maggior parte delle situazioni, gli interventi volontari erano mirati ad aiutare gli apprendenti nella risoluzione delle uguaglianze e, più raramente, nella formulazione di una motivazione. Tra i *means* più frequenti provenienti dagli esperti risulterebbero il *feeding back euristico*, per confermare e/o lodare i ragionamenti delle coppie (si veda la battuta 6 della tirocinante nel corso del Dialogo 3 in 7.5.4), e il *questioning euristico*, per ottenere chiarimenti sulle difficoltà incontrate e chiedere se esistano altri metodi risolutivi (rimandiamo alla riga 4 del Dialogo 3 in 7.5.4). Fra le risposte più frequenti da parte degli apprendenti sembrerebbe esserci l'*explaining*, soprattutto *euristico*, per scrivere motivazioni che ripercorrono tutti i passaggi di calcolo (si veda riga 8 del Dialogo 3 in 7.5.4). In alcuni casi, risulterebbero anche degli *explaining relazionali*, e a seguire dei *feeding back euristici*.

In rari momenti, da questi *social scaffold* avviati dagli esperti sembrerebbero essere scaturiti degli *instructing euristici* per indicare al compagno/a un procedimento concepito grazie al supporto ricevuto.

Infine, grazie agli interventi volontari delle figure esperte, abbiamo registrato pochissimi episodi in cui i *means* o le sequenze attivate abbiano portato a brevissimi scambi fra gli apprendenti, come l'*instructing concettuale*, per segnalare un aspetto importante di un'uguaglianza, un *hint euristico*, per offrire un suggerimento in grado di accelerare la risoluzione. Ai suddetti *means*, le coppie sembrerebbero reagire avviando delle brevi discussioni sulla soluzione corretta oppure sulla motivazione. Tali scambi sono riportati nella tabella 9.9.

Riguardo ai dati degli ultimi due incontri di attività, l'insieme di *means* attivati dalle figure esperte risulterebbe essere leggermente differente a quello rilevato nella prima parte del *case study*. Il *questioning euristico* sembrerebbe diventato il *means* più frequente, per domandare il procedimento attuato o da attuare, seguito dall'*hint relazionale*, per offrire un rapido suggerimento (si veda la battuta 3 del Dialogo 4 in 7.5.4), e dal *feeding back euristico*, per confermare una procedura risolutiva. Una differenza sostanziale fra i due cicli potrebbe risiedere nei *means* di risposta degli apprendenti, leggermente aumentati di numero in questa seconda parte di attività matematiche. Anche per questi incontri, gli interventi volontari sono stati necessari per risolvere difficoltà legate alle uguaglianze oppure alla scrittura della motivazione.

Pertanto, diversamente dai primi due incontri, i *means* di risposta più frequenti da parte degli apprendenti sarebbero il *feeding back euristico*, per rispondere prontamente con il risultato di un'operazione, ad una domanda o ad un suggerimento offerto dagli esperti, e l'*explaining euristico*, per illustrare la procedura di calcolo eseguita.

In questa seconda parte del *case study*, non sarebbero state individuate sequenze da parte né degli esperti né degli apprendenti. Oltretutto, anche se la maggior parte degli aiuti volontari sembrerebbe aver avuto un carattere risolutivo, non sarebbero emersi interventi eccezionali che avrebbero portato all'avvio di (breve) discussioni fra pari per ultimare i *task* assegnati.

Adesso illustriamo i *means* e le eventuali sequenze degli esperti, nonché le risposte degli apprendenti riscontrati nell'ambito di interventi *richiesti*.

Come riportato nella tabella 9.7, poco più della metà degli interventi apparterrebbe a questa

categoria. Infatti, durante la risoluzione delle uguaglianze vero/falso, sembrerebbe che il *means* maggiormente attivato dagli esperti sia il *questioning euristico*, per chiedere delucidazioni sulle difficoltà legate alle procedure di calcolo. Dai dati raccolti, si potrebbe evincere come le risposte più usuali siano l'*explaining euristico*, per motivare una procedura eseguita o descrivere una difficoltà, oppure il *feeding back euristico*, per rispondere con una soluzione numerica e/o confermare di aver compreso un problema. Meno frequentemente, risulterebbero il *questioning concettuale*, per chiedere agli apprendenti di confrontare i due membri di un'uguaglianza e rievocare definizioni di operazioni. Pensiamo che anche per tale *means* le reazioni più frequenti siano l'*explaining euristico* e il *feeding back euristico*. In pochissime occasioni, abbiamo rilevato degli *hint euristici*, per suggerire alle coppie di sfruttare la presenza di un numero o di un altro aspetto di un'uguaglianza per velocizzare la procedura risolutiva.

Per giunta, abbiamo riscontrato delle sequenze di *means* molto particolari, però con una percentuale di occorrenza decisamente inferiore al 15%.

Infine, solamente in un caso, un intervento richiesto avrebbe portato la coppia di apprendenti a un breve scambio di *explaining euristici*.

Per quanto concerne i risultati ottenuti dalle richieste di aiuto negli ultimi due incontri, sembrerebbe che il *means* maggiormente attivato dalle figure esperte sia il *questioning euristico*, anche se con una percentuale di occorrenza molto bassa. Inoltre, parrebbe che gli esperti abbiano manifestato, in rare occasioni, dei *feeding back relazionali*, per approvare le risposte delle coppie, e dei *questioning relazionali*, allo scopo di rievocare parti della prima discussione funzionali alla risoluzione delle uguaglianze. Esattamente come nei primi due incontri, la risposta più usuale ai *means* menzionati risulterebbe essere l'*explaining euristico*, per illustrare il problema o il proprio punto di vista agli esperti, seguito dal *feeding back euristico*, per dare conferma di aver compreso o rispondere prontamente con una soluzione numerica.

In aggiunta, persino in questo caso abbiamo registrato sequenze molto caratteristiche e attivate in base alle contingenze, quindi regolate, per quanto possibile, secondo il livello di conoscenze e competenze degli apprendenti (si veda la battuta 12 nel Dialogo 2 da parte dello sperimentatore in 7.5.4). Per concludere, non sarebbero stati rilevati scambi o circoli virtuosi a seguito dell'intervento di esperti.

La tabella 9.9 raccoglie tutte le situazioni in cui gli interventi degli esperti avrebbero portato a brevi scambi fra pari. Nello specifico, per ogni *means* o sequenza attivati dagli esperti, abbiamo specificato la tipologia di *task* per la quale sarebbe stato necessario l'intervento e lo scambio di *means* e/o sequenze fra gli apprendenti. Dai dati di questa tabella si potrebbe desumere come negli interventi volontari, svoltisi soprattutto nella prima parte del *case study*, i *means* e le sequenze attivate siano più variegata rispetto all'altro tipo di interventi.

9.2.1.5 Considerazioni finali

Per riassumere, in questa condizione con *scaffold cartaceo* non esisterebbe un pattern di risposta univoco per tutte le coppie esaminate. In definitiva, tra l'insieme dei *means* proposti e quello dei *means* di risposta non esisterebbe una funzione, ma una "relazione uno-a-molti" (si veda la figura 9.7 per

Tabella 9.9: *Means* e sequenze attivati dagli esperti che hanno portato ad uno scambio fra pari nel corso del *case study*

Tipologia di intervento	Tipologia di task	<i>Means</i> o sequenza attivata da esperti	Scambio fra pari
Volontario	vero/falso	<i>Instructing concettuale</i>	<i>Feeding back euristico, Instructing euristico</i>
Volontario	vero/falso	<i>Instructing</i>	<i>(Explaining euristico, Feeding back euristico), Feeding back concettuale</i>
Volontario	vero/falso	<i>Hint euristico</i>	<i>Explaining euristico, Feeding back euristico</i>
Volontario	vero/falso	<i>(Questioning concettuale, Instructing concettuale)</i>	<i>Instructing concettuale, Instructing</i>
Richiesto	vero/falso	<i>Explaining euristico</i>	<i>Explaining euristico, (Explaining euristico, Explaining euristico)</i>
Richiesto	Incomplete	<i>Explaining euristico</i>	<i>Explaining, Questioning</i>

avere un'idea più chiara), per cui ad ogni elemento dell'insieme di partenza corrisponderebbero uno o più elementi dell'insieme di arrivo.

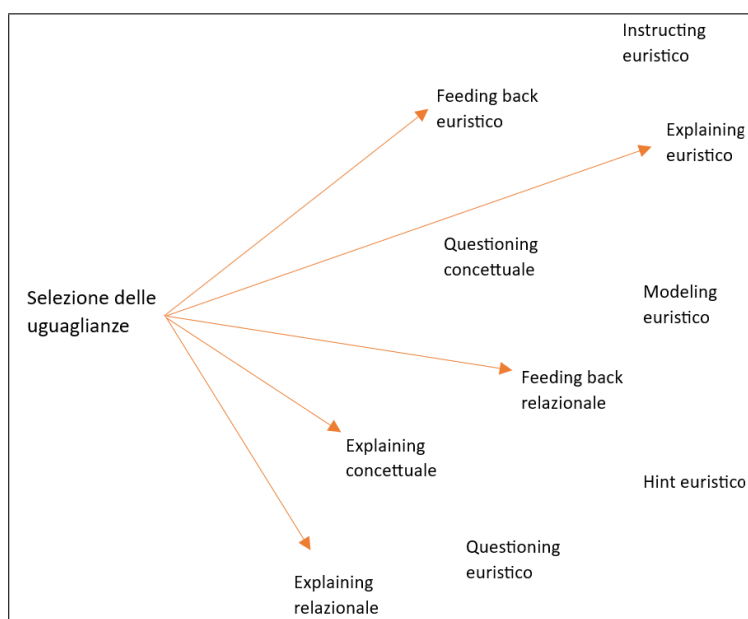


Figura 9.7: Esempio di una relazione uno-a-molti tra uno dei *means* presente nelle schede e l'insieme dei *means* di risposta

Oltretutto, è capitale chiarire il motivo per il quale abbiamo preferito non approfondire l'aspetto relativo agli interventi degli esperti. Contrariamente a quanto riportato poc'anzi, nel caso dei processi di *social scaffolding* tra esperti e coppie di apprendenti abbiamo notato una relazione "multi-a-molti". In altre parole, le figure esperte potrebbero mettere in campo più *means*, sequenze, anche con registri differenti (gestuale, grafico, ...) oppure altri *material scaffold* per supportare gli apprendenti in difficoltà. In definitiva, lo studio degli interventi degli esperti richiederebbe una predisposizione del *case study* ed un'osservazione specifiche.

9.2.2 *Means* e sequenze di risposta ottenuti dalla somministrazione dello *scaffold digitale*

Prima di iniziare, è necessario passare in rassegna i *means* previsti nel *sistema di scaffolding* composto da videogioco e diari di bordo. Più precisamente, nello *scaffold tecnologico* erano inclusi

- la proposta di *task*, che comprende selezione e disposizione in sequenza dei *task*. Diversamente da quella con *scaffold cartaceo*, in questa condizione parliamo di "proposta di task", visto che, come già spiegato nel capitolo Interazioni fra pari, abbiamo incluso anche l'unico episodio in cui una coppia di apprendenti sembrerebbe reagire alla disposizione dei *task* solo durante la risoluzione;

- messaggi per supportare gli apprendenti in caso di tentativo fallito. Inoltre, ricordiamo che ciascun messaggio potrebbe essere interpretato come un particolare *means* (rimandiamo al capitolo Descrizione dei *material scaffold* e dei *task*);
- la comparsa di *task* alternativi in caso di errore;
- i vari tipi di *feedback*: “corretto/errato”, notifica dell’aggiornamento del punteggio e comparsa dello *smile*.

Come nel caso precedente, oltre ai *means* elencati, in Interventi degli esperti discuteremo dei risultati ottenuti in seguito all’intervento di esperti.

Nell’unico *scaffold cartaceo* messo a disposizione, cioè, i diari di bordo, abbiamo inserito la richiesta di motivazione, che potrebbe essere interpretata come un *questioning* oppure un *instructing*, entrambi di dominio *concettuale*.

Per alcuni *means* inclusi nell’ambiente con *scaffold digitale*, abbiamo predisposto le medesime rappresentazioni grafiche descritte in 9.2, vale a dire, tabelle con i *means* e/o le sequenze più ricorrenti, le rispettive percentuali di occorrenza e risposte, nonché il grafico a barre che illustra la frequenza complessiva di ogni elemento.

Nel complesso, anche in questa condizione non sarebbe sempre possibile stabilire una corrispondenza “uno-a-uno” fra i suddetti *means* e quelli generati dalle coppie osservate. Dall’analisi delle interazioni fra pari, si potrebbe desumere come in questa condizione non sempre sia avvenuto un confronto fra le parti per risolvere i *task* assegnati.

9.2.2.1 Proposta di *task*

Durante la risoluzione dei compiti matematici, sarebbero stati riscontrati i seguenti *means*, listati secondo la frequenza: *feeding back*, *explaining*, *questioning*, *instructing* e *hint*, tutti prevalentemente nel dominio *euristico*. Per avere un’idea complessiva dei *means* rilevati in risposta alla proposta di *task*, esortiamo il lettore a soffermarsi sul grafico 9.8. La maggior parte delle combinazioni di *means* e domini risulterebbero essere presenti. Sembra che l’*explaining euristico* e il *feeding back euristico* abbiano una frequenza maggiore rispetto alle restanti combinazioni. Altre combinazioni, come *instructing euristico*, *questioning euristico* e *feeding back* sarebbero state collocate in un range di frequenza medio-basso.

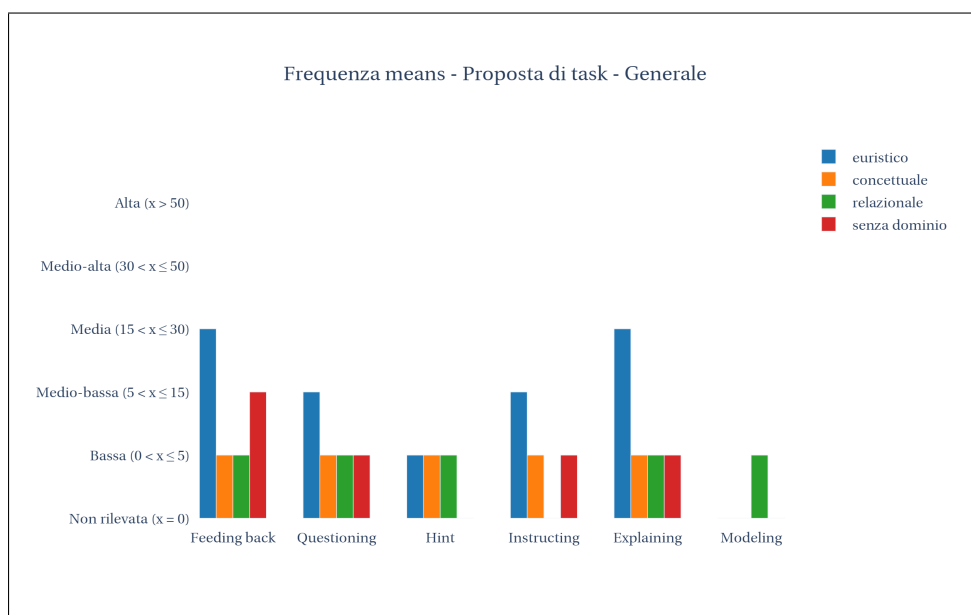


Figura 9.8: Frequenza di ogni *means* di risposta alla proposta di *task* in Matematica Superpiatta. Totale *means* = 501, totale sequenze = 84

Tabella 9.10: *Means*, sequenze e risposte più frequenti relativi alla proposta di *task* V/F in Matematica Superpiatta

Means o sequenza	Risposta più frequente
<i>Feeding back euristico</i>	Means: <i>Explaining euristico, Feeding back euristico, Hint euristico, Questioning euristico, Instructing euristico</i> Sequenze: (<i>Feeding back euristico, Explaining euristico</i>)
<i>Explaining euristico</i>	<i>Feeding back euristico, Explaining euristico, Explaining relazionale</i>

La tabella 9.10 e il grafico 9.9a illustrano i *means* con un'occorrenza maggiore quindi le risposte più comuni nel corso dei primi due incontri. La proposta di *task* sembrerebbe aver prodotto sia singoli *means* sia sequenze formate da più *means*, attivati in un ordine che potrebbe dipendere, in particolar modo, dalle coppie di apprendenti presi in esame. L'attivazione di sequenze da parte di un singolo soggetto sembrerebbe essere dovuta alla volontà di quest'ultimo di sfruttare "ogni mezzo possibile" per aiutare o convincere il compagno/a di una soluzione o di una motivazione che, secondo lui/lei, sono corrette. Analogamente alla condizione precedente, la maggior parte delle coppie parrebbe attuare un *feeding back euristico*, per rispondere prontamente con una soluzione al *task* assegnato (si veda la battuta 1 di Andrea del Dialogo 1 in 7.4.1). In alcuni casi, uno dei due membri della coppia sembrerebbe attivare un *questioning euristico*, per conoscere il risultato di una delle operazioni presentate (si veda la battuta 1 di Maria del Dialogo 3 in 7.4.1). Tali *means* iniziali sembrerebbero essere seguiti o da un altro singolo *means*, quali, *explaining euristico*, *feeding back euristico*, *questioning* e, più raramente, *instructing*, questi ultimi in entrambi i domini, oppure da sequenze di *means* messe in atto da uno dei due alunni. In gran parte dei casi sarebbe emerso come i *means* di risposta più frequenti alla selezione di *task* vero/falso siano i primi due, ovvero, *feeding back* ed *explaining*, entrambi di dominio *euristico*, per fornire una spiegazione basata essenzialmente su procedure di calcolo oppure una soluzione numerica (si veda la frase 2 di Giorgio del Dialogo 3 in 7.4.1). Molto sporadicamente, abbiamo riscontrato l'attivazione di un *hint euristico* come primo *means* di risposta, per offrire un suggerimento al compagno/a relativamente all'esecuzione di una procedura di calcolo (si veda la battuta 1 di Maria nel Dialogo 3 in 7.4.1). La reazione successiva di uno dei due soggetti si riterrebbe essere principalmente un *feeding back euristico*, per chiarire un aspetto o per aiutare il compagno/a a comprendere il proprio ragionamento, oppure un *explaining euristico*, per spiegare la propria procedura. Per ultimo, nei rari casi registrati, sembrerebbe che l'*instructing euristico* sia attivato per esortare il compagno/a a scegliere uno dei due blocchi (V o F). Per giunta, si potrebbe supporre ci siano pochissimi *means relazionali*, principalmente *explaining relazionali*. In certi casi, abbiamo riscontrato anche delle interazioni in cui verrebbe scambiato lo stesso *means*, per esempio, solo *feeding back euristici*, *explaining euristici* oppure *questioning euristici*.

Per quanto concerne le sequenze di *means* adottate da ciascuno dei soggetti, dall'analisi delle discussioni fra pari sembrerebbe che ciascuna sequenza sia diversa dall'altra in ogni circostanza e per ogni coppia, pertanto, non sarebbe possibile individuarne più o meno usuale. Abbiamo rilevato sequenze di lunghezze differenti che, appunto, apparirebbero solamente in situazioni molto specifiche e sembrerebbero dipendere dagli alunni. Sebbene in casi eccezionali, abbiamo riportato sequenze formate da *feeding back* ed *explaining*, entrambi di tipo *euristico*, per spiegare o convincere il compagno/a di una soluzione ricorrendo ad una procedura di calcolo e da *feeding back* e *questioning euristici*, per aiutare il compagno/a a comprendere la soluzione corretta. Esisterebbero sequenze molto particolari, composte da almeno uno dei *means* elencati in precedenza e attivate da specifiche coppie di alunni. Ad esempio, esortiamo il lettore ad osservare la riga 2 del Dialogo 1 fra Andrea e Luca e le battute 4 e 8 del Dialogo 3 fra Maria e Giorgio, tutte riportate in 7.4.1. Queste sequenze sembrerebbero esser state attivate per supportare un compagno/a in difficoltà.

Abbiamo rilevato come queste sequenze particolari di *means* potrebbero generare o singoli *means* o altre sequenze, portando, in alcuni casi, a dei circoli virtuosi formati, ad esempio, da *feeding back*, *explaining* e *questioning*, prevalentemente di dominio euristico. In generale, ad ognuna delle sequenze esplicitate sembrerebbe corrispondere quasi sempre un *feeding back euristico* (ad esempio, si veda la battuta 13 del Dialogo 2 tra Francesca e Matteo in 7.4.1), molto raramente, un *explaining euristico* (si veda la battuta 6 del Dialogo 3 fra Maria e Giorgio in 7.4.1) oppure un *questioning euristico*.

Per quanto riguarda i dati associati alle attività con *task* incompleti, si osservino la tabella 9.11 e il grafico 9.9b: l'insieme di *means* rilevati sembrerebbe essere costituito dai medesimi elementi, anche se riteniamo che la presenza dell'*explaining relazionale* sia maggiore rispetto ai due incontri precedenti. Analogamente alla tipologia di *task* precedente, abbiamo riscontrato l'attivazione sia di singoli *means* di risposta sia di sequenze di *means*. Sembrerebbe che, dopo aver letto un *task*, la maggior parte delle coppie abbia esordito o con un *questioning euristico*, per ottenere il risultato di una delle operazioni coinvolte, oppure con un *feeding back euristico*, per proporre una soluzione oppure con un *explaining euristico*, principalmente per esprimere il proprio procedimento risolutivo. Ai *means* più frequenti ne potrebbero seguire altri come il *feeding back relazionale* e l'*explaining relazionale*. Solitamente, sembrerebbe che, molto spesso, a tali *means* corrispondano un *feeding back euristico*, per approvare o disapprovare la soluzione proposta, oppure un *explaining euristico*, per dimostrare, anche attraverso algoritmi di calcolo, la risposta corretta. Inoltre, dall'analisi delle interazioni fra pari abbiamo individuato delle sequenze di *means* molto specifiche come risposta alla selezione di *task*. Nel corso delle interazioni, sembrerebbe che il *feeding back euristico* sia la risposta più gettonata alle suddette sequenze di *means*.

In conclusione, anche per questa tipologia di *task* abbiamo segnalato alcuni circoli virtuosi composti esclusivamente da un solo *means*, come il *feeding back euristico* oppure l'*explaining euristico*, o da sequenze particolari, ad esempio, *instructing euristico* e *feeding back euristico*, per far notare all'altro come la soluzione proposta da quest'ultimo sia errata.

Tabella 9.11: *Means*, sequenze e risposte più frequenti relativi alla proposta di *task* incompleti in Matematica Superpiatta

Means o sequenza	Risposta più frequente
<i>Feeding back euristico</i>	Means: <i>Feeding back euristico, Questioning euristico, Explaining euristico, Instructing euristico</i> Sequenze: (<i>Feeding back euristico, Explaining euristico</i>)
<i>Questioning euristico</i>	<i>Feeding back euristico, Feeding back relazionale</i>

Riteniamo che la disposizione dei *task* proposti in un ordine prestabilito non abbia portato all'attivazione di alcun tipo di *means* o di sequenze di *means*, durante lo svolgimento dei *task* vero/falso.

Durante la risoluzione di *task* incompleti, solamente in un caso (si veda la battuta 2 pronunciata da Marco nel Dialogo 4 in 7.4.1), abbiamo individuato l'attivazione del *modeling relazionale*. Marco sembra stabilire una connessione fra il *task* in esame e un altro assegnato negli incontri precedenti. Purtroppo, una volta ottenuto il *feedback* del videogioco, ci risulta che la coppia non abbia prodotto una motivazione che descrivesse le suddette connessioni, per cui non sono stati registrati ulteriori scambi di *means*.

La coppia di figure in 9.9 mostra i *means* di risposta attivati per la risoluzione, rispettivamente, dei *task* vero/falso e di quelli incompleti. Nonostante le differenze nel grado di frequenza, sembrerebbe che la varietà dei *means* sia superiore in 9.9b, con una presenza maggiore di *means relazionali*, come il *feeding back*, il *questioning*, l'*hint* e il *modeling*. Inoltre, parrebbe che nella seconda parte del *case study* la percentuale di *feeding back euristici* ed *explaining euristici* diminuisca in favore dei *means relazionali* già citati.

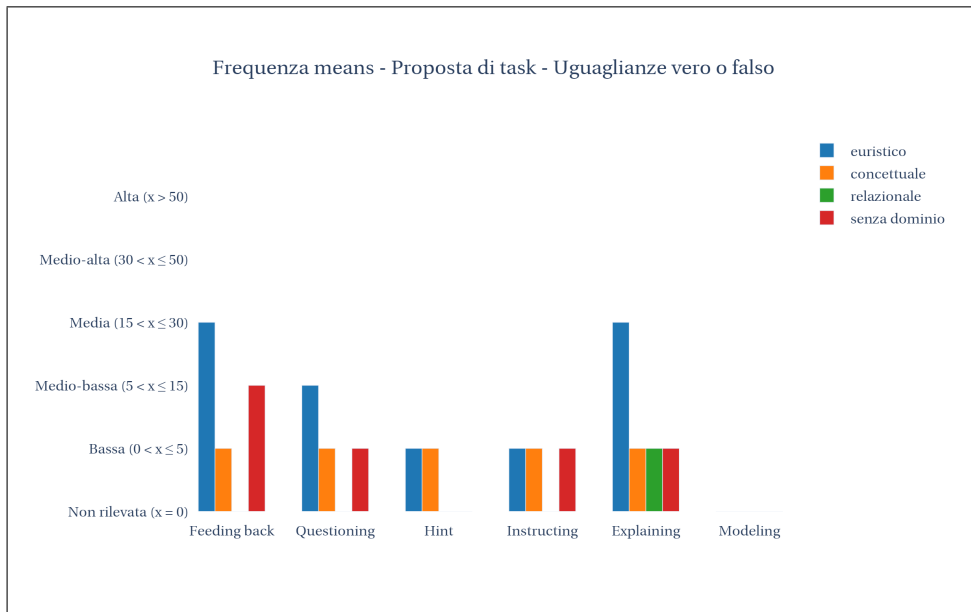
9.2.2.2 Risposta errata

Di seguito, discuteremo dei circoli virtuosi prodotti da tutti quei *means* inseriti ad ogni tentativo fallito, ovvero, la comparsa del *feedback errato*, di un messaggio di supporto e di un nuovo *task* matematicamente equivalente al precedente. Pertanto, abbiamo stabilito di descrivere in modo separato i risultati ottenuti da alcuni di questi *means*, per mettere in luce le risposte conseguenti alla loro proposta. Come nel paragrafo precedente, abbiamo scelto di accompagnare le descrizioni dei risultati principali con dei grafici a barre, uno generale, i restanti specifici per ogni tipologia di uguaglianza. Inoltre, per ogni tipologia di *task*, abbiamo previsto delle tabelle che raccolgono i dati più rilevanti, con i *means* e/o le sequenze maggiormente riscontrati e le risposte (siano esse *means* e/o sequenze) più frequenti.

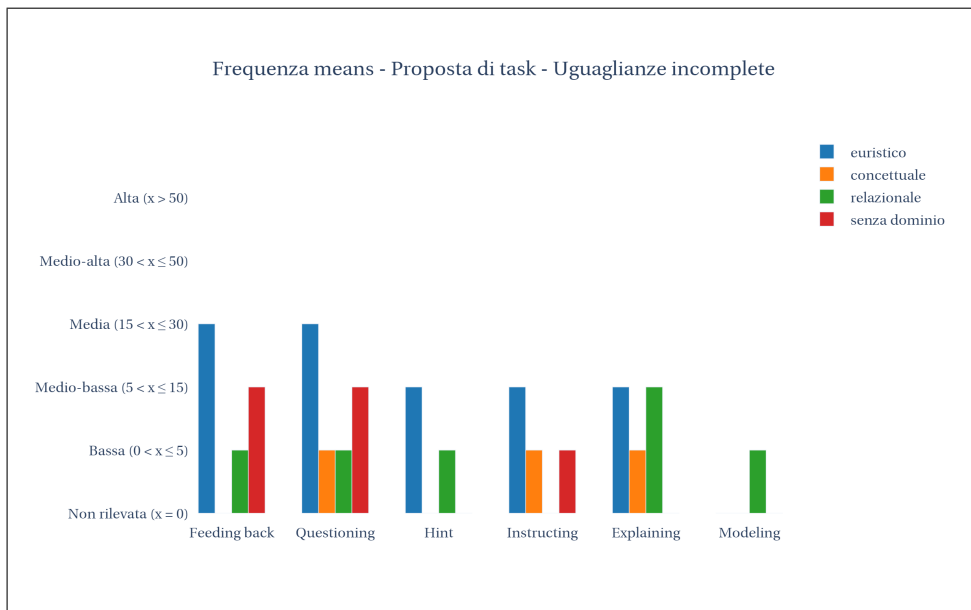
In questa prima parte, descriveremo le risposte analizzate in seguito al *feedback* di risposta errata.

Il grafico a barre 9.10 offre una visione generale delle combinazioni di *means* e domini rilevati in seguito alla ricezione del *feedback* nel corso delle attività assegnate nel *case study*. Nel complesso, sembrerebbe che il *feedback* di risposta errata abbia portato ad un'inversione di rotta, cioè, a cambiare la soluzione fornita. A giudicare dal grafico, tuttavia, non sarebbe stato riscontrato un insieme esteso di *means*. Valutiamo che quelli con frequenza maggiore siano il *feeding back euristico*, seguito dal *questioning euristico*, dall'*explaining euristico* e dall'*instructing euristico*.

I risultati dei primi due incontri sono riassunti nella tabella 9.12 e nel grafico 9.11a. Generalmente, risulterebbe che, dopo un iniziale *feeding back*, attivato da uno dei due membri della coppia, la risposta sia una diversa soluzione numerica, in altre parole, un *feeding back*. In un caso, parrebbe che la prima risposta a quest'ultimo sia un *instructing*, per esortare il compagno/a ad inserire il blocco corrispondente al numero indicato oppure per attirare l'attenzione sul *feedback*. Inoltre, sembrerebbe che, alle volte, l'attivazione di quest'ultimo *means* in seguito alla comparsa del *feedback* avvenga in situazioni di disaccordo, affinché uno dei due possa dimostrare al compagno/a l'inesattezza della sua soluzione o processo. Solamente in un caso abbiamo individuato, in risposta al *feedback*, una sequenza di *means* formata da un *instructing* e da un *questioning*, di cui però non siamo riusciti a inquadrare i domini.



(a) Dati inerenti alla tipologia di *task* vero/falso. Totale *means* = 253, totale sequenze = 51



(b) Dati inerenti alla tipologia di *task* incompleti. Totale *means* = 206, totale sequenze = 34

Figura 9.9: Confronto fra i *means* rilevati in ogni ciclo di incontri

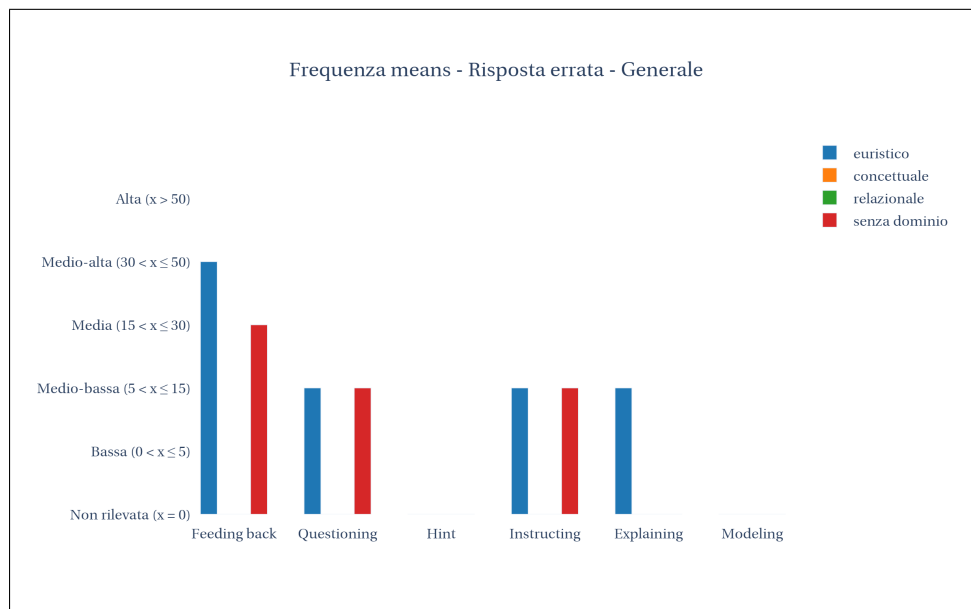


Figura 9.10: Frequenza di ogni *means* di risposta al *feedback errato* in Matematica Superpiatta. Totale *means* = 84, totale sequenze = 16

Tabella 9.12: *Means*, sequenze e risposte più frequenti in seguito alla comparsa del *feedback* di risposta errata durante lo svolgimento di *task V/F*

Means o sequenza	Risposta più frequente
<i>Feeding back</i>	<i>Feeding back</i>
<i>Instructing</i>	nessuna risposta
<i>Questioning</i>	nessuna risposta
<i>(Instructing, Questioning)</i>	nessuna risposta

Nella seconda parte del *case study*, invece, le percentuali di frequenza di alcuni *means*, quali il *feeding back euristico*, l'*explaining euristico*, l'*instructing* ed il *questioning euristico* sembrerebbero aumentare. *Means* come *feeding back*, *instructing* e *questioning* avrebbero registrato percentuali inferiori rispetto al primo ciclo. Una volta ricevuto il *feedback* di risposta errata, si ritiene che la prima risposta sia un *instructing*, per spingere il compagno/a ad inserire la soluzione numerica indicata. In pochi casi, la prima risposta sembrerebbe essere un *explaining euristico*, per cercare di risolvere il *task* mediante algoritmi di calcolo. Inoltre, consideriamo che le risposte più frequenti a tali *means* siano il *feeding back euristico*, per proporre una soluzione numerica oppure l'*explaining euristico*, per provare ad illustrare al compagno/a il proprio punto di vista.

La tabella 9.13 e il grafico 9.11b riportano i risultati raccolti negli ultimi due incontri. Dalla tabella risulterebbe che i *means* di risposta più frequenti siano *feeding back euristico* e *explaining euristico*. In particolare, i dati dimostrerebbero che il *feeding back euristico* venga utilizzato per avanzare una nuova soluzione, mentre l'*explaining euristico* per ricontrollare e delineare i calcoli effettuati in precedenza. In alcuni casi, abbiamo rilevato l'attuazione dell'*instructing euristico*, per indicare un nuovo blocco in modo del tutto casuale e, infine, del *questioning euristico* per dimostrare al compagno/a di aver avuto ragione nell'esprimere scetticismo sulla sua soluzione.

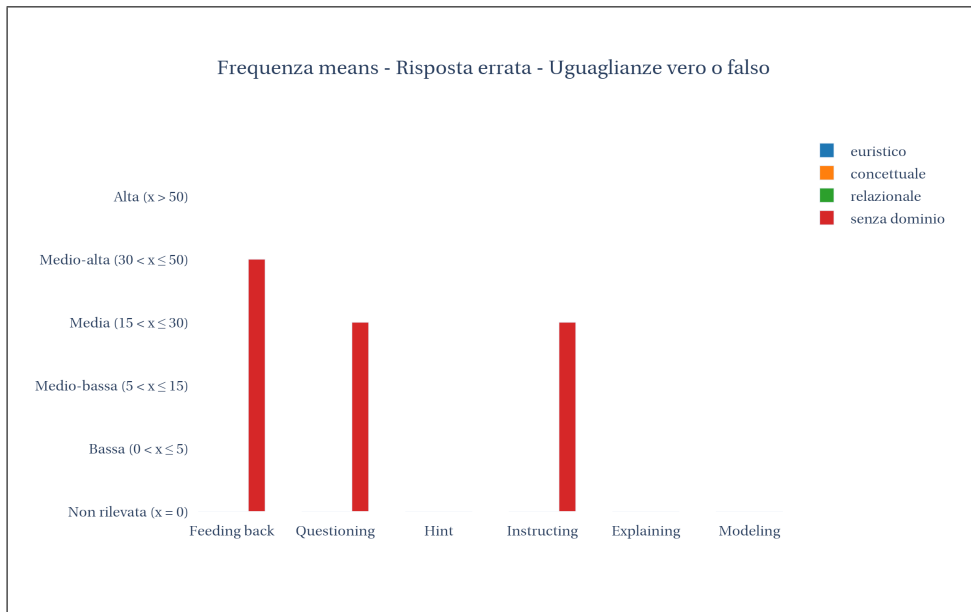
Abbiamo riscontrato come ai suddetti *means* di risposta seguano per lo più singoli *means*, quali soprattutto *feeding back euristici*, *explaining euristici*, e, molto raramente, sequenze di lunghezza due, come quella composta da un *feeding back euristico* e da un *explaining euristico*. In pochi casi, tale *feedback* avrebbe portato almeno uno dei due membri di ciascuna coppia a rivedere individualmente la soluzione inserita o il procedimento adottato.

Diversamente dai primi due incontri, nella seconda parte del *case study* si potrebbero rilevare alcune sequenze molto particolari, composte essenzialmente da almeno due dei *means* elencati poc' anzi. Anche se con una percentuale inferiore al 15%, ne esisterebbero due, una formata da un *feeding back euristico* e da un *explaining euristico*, per indicare un errore di calcolo o convincere il compagno/a ad adottare un altro procedimento, e un'altra composta da un *explaining euristico* e da un *feeding back euristico*, per correggere gli errori di calcolo del compagno/a. Esortiamo il lettore a soffermarsi sulla tabella 9.13 e sul grafico 9.11b.

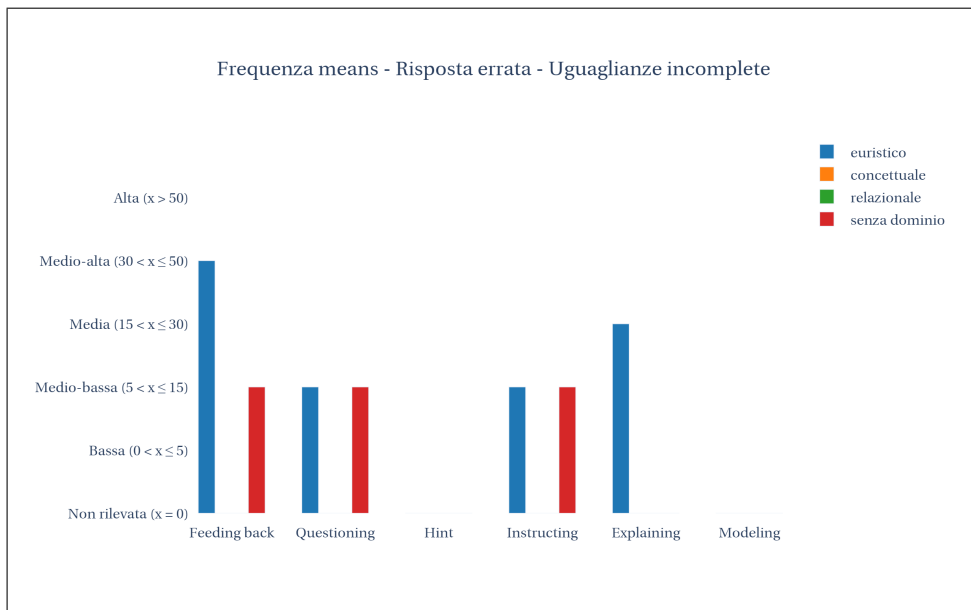
Tabella 9.13: *Means*, sequenze e risposte più frequenti in seguito alla comparsa del *feedback* di risposta errata durante lo svolgimento di *task* incompleti

Means o sequenza	Risposta più frequente
<i>Feeding back euristico</i>	<i>Feeding back euristico, Explaining euristico</i>
<i>Explaining euristico</i>	<i>Feeding back euristico</i>

Come si può vedere da 9.11, si stimerebbe che le uguaglianze incomplete abbiano portato allo stimolo di altre combinazioni di *means* e domini, come l'*explaining euristico*, l'*instructing euristico*,



(a) Dati inerenti alla tipologia di *task* vero/falso. Totale *means* = 4, totale sequenze = 1



(b) Dati inerenti alla tipologia di *task* incompleti. Totale *means* = 79, totale sequenze = 14

Figura 9.11: Confronto fra i *means* di risposta rilevati nei due cicli di incontri

quindi del *feeding back euristico* e del *questioning euristico*.

Come è stato già riportato, dopo il *feedback* di risposta errata e il messaggio di supporto, seguono un messaggio di supporto e la sostituzione del *task* di partenza con un altro matematicamente equivalente.

In tutti gli incontri, si potrebbero dedurre due tipi di scenari riguardanti l'uso dei messaggi di supporto. Sembrerebbe che, in un caso, questi ultimi vengano letti ma non elaborati (si veda il Dialogo 2 in 7.4.4); nell'altro, invece, che non vengano neanche considerati (come nel Dialogo 1 e nel Dialogo 3 in 7.4.4). In definitiva, reputiamo che la presenza di tali messaggi non abbia prodotto significativi scambi di *means*, allo scopo riconsiderare il procedimento risolutivo.

Il grafico 9.12 dovrebbe dare un'idea globale dei *means* riscontrati durante lo svolgimento delle attività proposte. I *means* più ricorrenti sembrerebbero essere il *feeding back euristico*, il *feeding back* e l'*explaining euristico*, seguiti dall'*instructing euristico*, dall'*instructing* e dall'*explaining*.

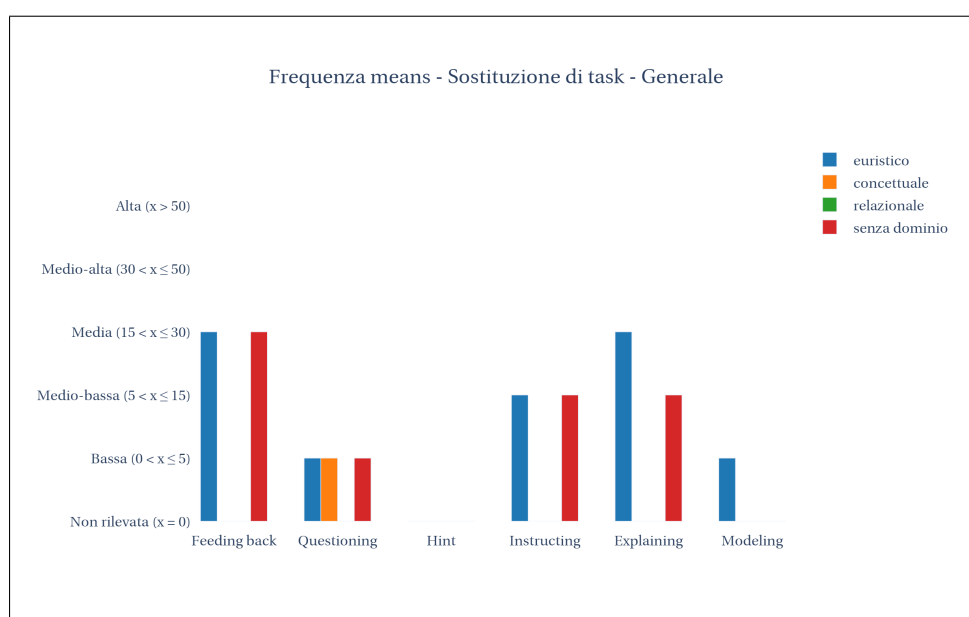


Figura 9.12: Frequenza di ogni *means* di risposta alla sostituzione dei *task* in Matematica Superpiatta. Totale *means* = 111, totale sequenze = 21

Nella tabella 9.14 abbiamo riportato i *means* ritenuti più frequenti rilevati durante lo svolgimento dei *task* vero/falso, unitamente alle risposte conseguenti a tali *means*. Per avere una visione generale dei *means* manifestatisi nel corso dei primi due incontri, rimandiamo al grafico 9.13a. In questa parte del *case study*, sembrerebbe che le prime risposte alla comparsa di un nuovo *task* siano le seguenti:

1. *explaining euristico* per spiegare al compagno/a come risolvere la nuova uguaglianza mediante i calcoli;
2. *feeding back*, senza alcun tipo di dominio, per far notare al compagno/a la nuova uguaglianza;
3. *feeding back euristico*, per proporre immediatamente una soluzione numerica al nuovo task;

4. *questioning concettuale*, per domandare al compagno/a se sia possibile applicare al nuovo caso una determinata proprietà;
5. la sequenza formata da due *feeding back* consecutivi, senza un dominio specifico, per confermare un'asserzione.

Inoltre, l'insieme di *means* più frequenti sembrerebbe composto da *feeding back*, *instructing* ed *explaining* ognuno dei quali, per lo più, di natura *euristica*. In particolare, da alcuni estratti si potrebbe evincere l'attivazione del *feeding back euristico*, al fine di proporre una soluzione numerica diversa dalla precedente, dell'*instructing euristico*, per esortare il compagno/a a selezionare la soluzione suggerita e dell'*explaining euristico* per spiegare al compagno/a il proprio procedimento risolutivo. In questa prima parte del *case study* abbiamo avuto l'impressione che la sostituzione dei *task* di partenza abbia prodotto, in pochissimi casi, degli scambi di *means*, composti principalmente da *feeding back*, *explaining*, *instructing* e, raramente, da *questioning*, soprattutto di dominio *euristico*. Infatti, in buona parte degli stralci di discussione fra pari, sembrerebbe che uno dei due soggetti attivi, in prima battuta, un *feeding back euristico*, proponendo una soluzione fondata sullo svolgimento delle operazioni presenti, oppure un *instructing euristico*, per spingere il compagno/a a selezionare una determinata risposta. A seguire, si potrebbero manifestare un *explaining euristico*, tramite cui si spiegherebbe la procedura di calcolo adottata, oppure un altro *feeding back euristico*. In ultimo, dai dati raccolti si potrebbe desumere come diversi *explaining euristici* siano preceduti o da un *feeding back euristico* oppure un altro *explaining euristico* (si vedano le battute 2, 3 e 4 del Dialogo 1 fra Angela e Chiara in 7.4.4).

Tabella 9.14: *Means*, sequenze e risposte più frequenti in seguito alla comparsa di un nuovo *task* V/F

Means o sequenza	Risposta più frequente
<i>Feeding back</i>	<i>Explaining euristico, Instructing</i>
<i>Explaining euristico</i>	nessun <i>means</i> o sequenza frequente
<i>Feeding back euristico</i>	nessun <i>means</i> o sequenza frequente
<i>Instructing</i>	nessun <i>means</i> o sequenza frequente

Le relazioni fra i *means*, illustrate nella tabella 9.14, descriverebbero quelle situazioni in cui i *task* sono stati risolti mediante procedure di calcolo che hanno portato alla selezione di una risposta errata.

In aggiunta, per quanto concerne i primi due incontri, risulterebbe una sequenza di *means* ricorrente, ovvero, quella composta solamente da *feeding back* senza un particolare dominio, in quanto non siamo stati capaci di desumerlo dal contesto. Una simile risposta potrebbe essere legata al voler fornire nel più breve tempo possibile una nuova soluzione numerica, senza offrire motivazioni che potrebbero solamente allungare i tempi di risoluzione.

Nel complesso, sembrerebbe che la maggior parte delle coppie non abbia effettuato collegamenti fra il *task* di partenza e il nuovo, considerando quest'ultimo come del tutto diverso (si vedano il Dialogo 1 e il Dialogo 2 in 7.4.4). A nostro giudizio, la mancanza di discussioni sulla soluzione corretta o sulla motivazione potrebbe essere imputabile alla volontà da parte della coppia di risolvere i *task* assegnati nel minor tempo possibile.

A proposito dei due incontri successivi, abbiamo riportato i *means* più ricorrenti nella tabella 9.15. Inoltre, rimandiamo al grafico 9.13b per un quadro più generale dei *means* più frequenti. Nel corso delle interazioni fra pari, abbiamo individuato l'attivazione dei *means* che seguono, ordinati per occorrenze:

1. l'*explaining euristico*, per esprimere il proprio punto di vista, che, generalmente, consiste nell'esplicitare i calcoli eseguiti;
2. l'*instructing euristico*, per mettere in risalto un aspetto matematico o un errore di calcolo;
3. il *feeding back euristico* per approvare, disapprovare oppure ripetere con insistenza una determinata risposta.

Sosteniamo che ai suddetti *means* possano seguire un *explaining euristico*, un *instructing euristico* o, più di rado, una sequenza formata da un *feeding back euristico* e da un *explaining euristico*. In pochissimi casi, abbiamo individuato dei *questioning euristici* per porre una domanda al compagno/a inerente all'uguaglianza o alla soluzione e, a differenza dei primi due incontri, dei *modeling euristici* (si veda la battuta 1 da parte di Maria del Dialogo 3 in 7.4.4), in cui i *task* alternativi sono stati sfruttati per creare delle connessioni matematiche. In particolare, in questa battuta Maria sembra attuare due *means*, un *modeling* ed un *explaining*, entrambi di natura *euristica*. Purtroppo, in seguito alla scelta del blocco di numero corretto e a quella battuta non abbiamo segnalato alcuna risposta significativa.

Tabella 9.15: *Means*, sequenze e risposte più frequenti in seguito alla comparsa di un nuovo *task* incompleto

Means o sequenza	Risposta più frequente
<i>Explaining euristico</i>	<i>Instructing euristico, Feeding back euristico</i>
<i>Instructing euristico</i>	<i>Feeding back euristico</i>
<i>Feeding back euristico</i>	Means: <i>Explaining euristico</i> Sequenza: (<i>Feeding back euristico, Explaining euristico</i>)
(<i>Feeding back euristico, Explaining euristico</i>)	nessuna risposta

Concludiamo la descrizione dei risultati ottenuti in caso di tentativo fallito riportando le sequenze di *means* rilevate durante lo svolgimento delle uguaglianze incomplete. Inviatiamo il lettore ad osservare la tabella 9.15. Sembrerebbe che vengano attivate diverse sequenze, molto particolari a seconda delle

esigenze contingenti e formate dall'insieme di *means* listati poc'anzi, cioè, *instructing*, *feeding back*, *explaining*, *questioning* e, in rarissimi casi, *modeling*, ognuno di dominio *euristico*. Ad ogni modo, la sequenza più frequente sembrerebbe essere quella composta da un *feeding back euristico* e da un *explaining euristico*, per esprimere dissenso nei confronti di un passaggio di calcolo e darne una motivazione. Nei pochissimi casi riscontrati, risulterebbe che anche il compagno/a risponda con la medesima sequenza di *means*.

In definitiva, sembrerebbe che l'insieme di *means* cambi leggermente da un ciclo all'altro. Si ritiene che il decremento dei *means* senza un dominio sia stato colmato, per lo più, dalla crescita di alcuni *means euristici*, come l'*instructing euristico* e il *modeling euristico*.

9.2.2.3 Richiesta di motivazione

Per quanto riguarda la richiesta di motivazione, nella maggior parte dei casi, si potrebbe ipotizzare che le coppie abbiano riportato le prime frasi affiorate alla mente per non perdere ulteriore tempo. Infatti, molto spesso, parrebbe che nei diari di bordo siano state scritte delle operazioni eseguite, oppure delle frasi, talvolta ripetute per ogni *task* risolto, in cui si indica di aver semplicemente svolto i calcoli.

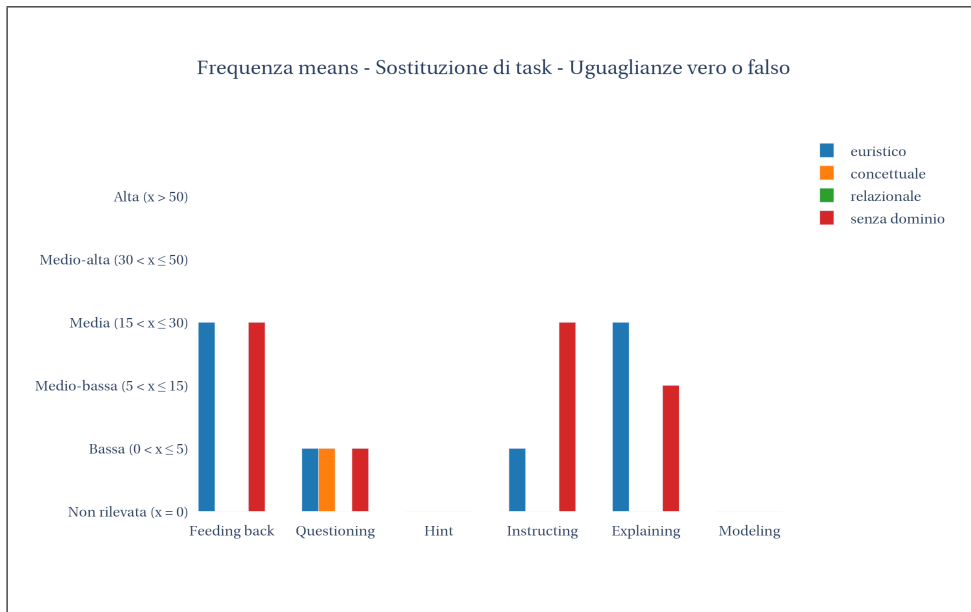
Come di consueto, mostriamo un primo grafico a barre (9.14), che illustra, in modo generale, i *means* e le sequenze di risposta alla suddetta richiesta. Sembrerebbe che il panorama delle combinazioni di *means* e domini sia abbastanza variegato. Naturalmente, quello più ricorrente parrebbe essere l'*explaining euristico*, a seguire il *feeding back*, il *questioning*, entrambi nei domini *concettuale* ed *euristico*, e, infine, l'*explaining*, sia *concettuale* sia *relazionale*.

Come nei casi precedenti, per ogni tipologia di *task* abbiamo costruito una tabella, 9.16, e un grafico a barre, 9.15a. Nei primi due incontri, sembrerebbe che tale richiesta abbia generato singoli *means*, principalmente

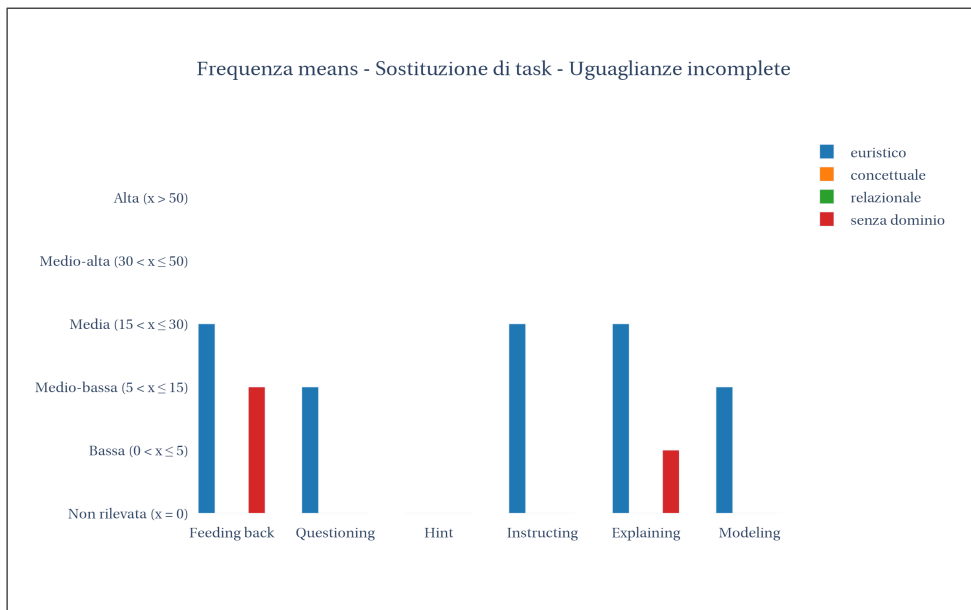
1. *explaining*, per fornire una motivazione, o meglio, una descrizione molto superficiale dei calcoli eseguiti;
2. *instructing*, per spingere il compagno/a a pensare e a formulare una motivazione da scrivere;
3. *questioning*, per approfondire un aspetto poco chiaro;
4. *feeding back*, per confermare quanto asserito dal compagno/a.

Molto spesso, tali *means* sembrerebbero presentarsi nel dominio *euristico* e, in misura leggermente inferiore, in quello *concettuale*. Inoltre, sembrerebbero non mancare *means* a cavallo fra i due domini, che, per comodità, abbiamo deciso di classificarli come "relazionali", e sequenze formate da almeno due dei quattro *means* elencati.

Parrebbe che, in gran parte delle discussioni analizzate, uno dei due membri della coppia esordisca la discussione sulla motivazione con un *instructing concettuale*, per esortare il compagno/a, probabilmente immerso nel videogioco, a formulare una motivazione. In altre situazioni, invece, si potrebbe pensare che la discussione venga avviata da uno dei due membri con un *questioning*, a volte



(a) Dati relativi ai *task* vero/falso. Totale *means* = 80, totale sequenze = 15



(b) Dati relativi ai *task* incompleti. Totale *means* = 31, totale sequenze = 6

Figura 9.13: Confronto fra i *means* rilevati nei due cicli di incontri

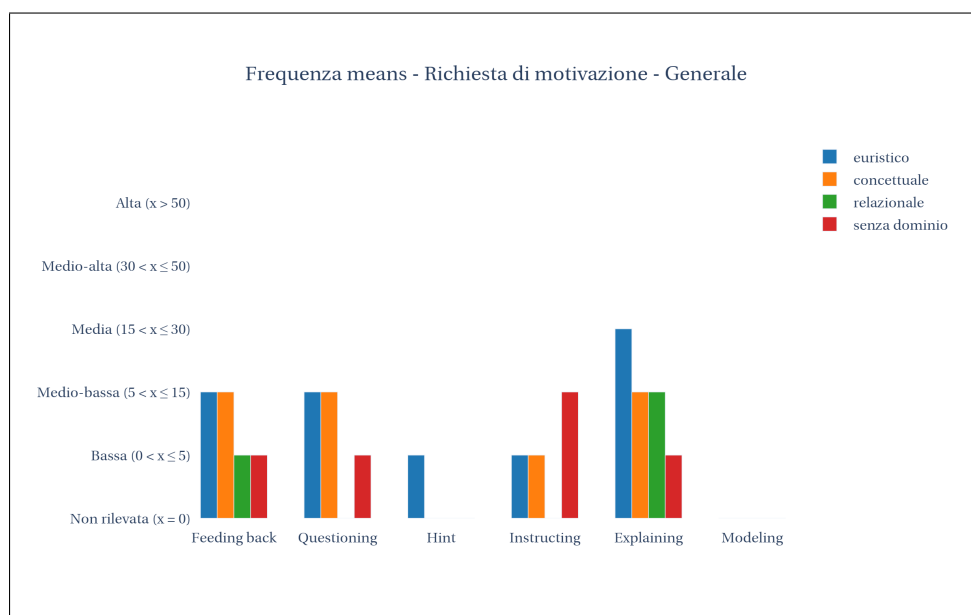


Figura 9.14: Frequenza di ogni *means* di risposta alla richiesta di motivazione in Matematica Superpiatta. Totale *means* = 87, totale sequenze = 14

concettuale, come nella frase 1 di Francesca nel Dialogo 3, nella 1 di Ilaria nel Dialogo 2 e, infine, nella battuta 1 di Giulia in Dialogo 4, tutte presenti in 7.4.2. Per tutta risposta, si sostiene che il compagno/a possa degli *explaining*, dei *feeding back* oppure dei *questioning*, che sembrerebbero manifestarsi nel caso in cui la motivazione fornita inizialmente non risulti convincente e per ottenere un chiarimento (si veda la battuta 3 di Francesca nel Dialogo 3 in 7.4.2).

Si potrebbe supporre che alcune coppie reagiscano alla richiesta di motivazione attivando delle particolari sequenze composte da un sottoinsieme dei *means* già menzionati. Anche se con una percentuale di occorrenza minore del 15%, la più ricorrente sembrerebbe essere costituita da un *explaining* e da un *instructing*, entrambi *euristici*, allo scopo di illustrare o invitare il compagno/a a puntualizzare un determinato aspetto della motivazione. In aggiunta, abbiamo individuato alcuni circoli virtuosi formati quasi esclusivamente da *explaining*, sia *euristici* sia orientati verso il dominio *concettuale*, come nelle battute 3, 4, 5 e 6 del Dialogo 1 fra Federico e Gabriella in 7.4.2.

Tabella 9.16: *Means*, sequenze e risposte più frequenti relativi alla richiesta di motivazione della risposta ai *task* V/F in Matematica Superpiatta

Means o sequenza	Risposta più frequente
<i>Explaining euristico</i>	nessun <i>means</i> o sequenza frequente

Nella seconda parte del *case study*, invece, si potrebbe pensare che le prime risposte alla richiesta di motivazione siano costituite o da singoli *questioning concettuali* oppure da sequenze che prevedono

quest'ultimo *means*. Riteniamo che, di solito, la discussione relativa alla motivazione da scrivere cominci con un *questioning concettuale*, in cui uno dei due membri della coppia chiede al compagno/a di provare a far chiarezza sul procedimento svolto. Abbiamo già spiegato nel capitolo Interazioni fra pari come, a differenza della condizione con *scaffold cartaceo*, in questo caso non avvenga sempre una discussione a monte o a valle della richiesta di motivazione. Infatti, si considera che, in seguito al primo *means* o sequenza di risposta, il più delle volte, uno dei due membri della coppia inizi a scrivere, senza che il compagno/a intervenga durante la fase di scrittura per correggere eventuali errori o rileggere la motivazione riportata.

Si osservi la tabella 9.17. Durante gli scambi fra pari, sembrerebbe che, nel secondo ciclo, vengano attuati i seguenti *means*, elencati in senso decrescente di occorrenza:

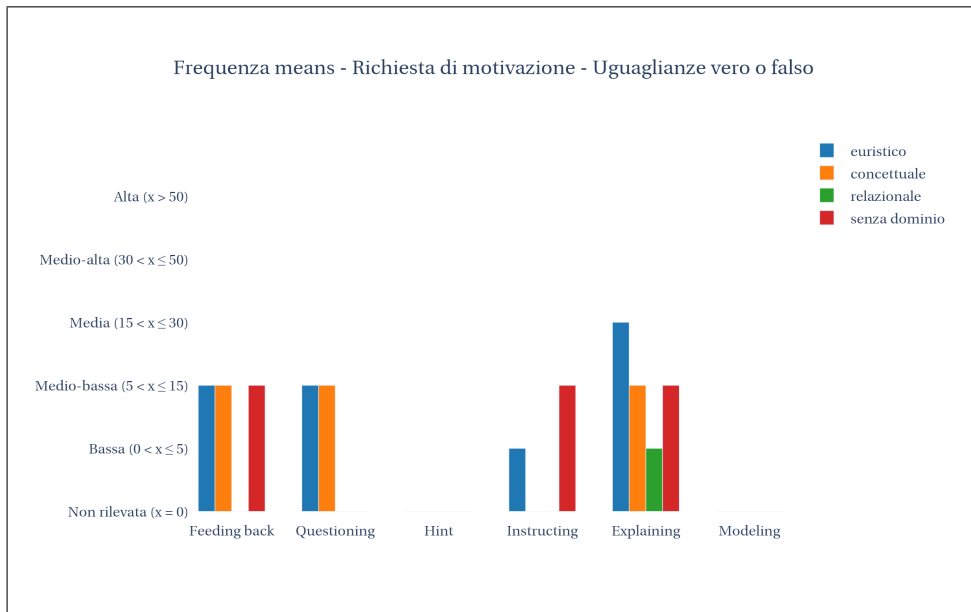
1. *explaining*, per esporre la propria procedura risolutiva, per lo più, con i calcoli e, meno spesso, usando concetti e proprietà;
2. *questioning*, per ottenere dei chiarimenti;
3. *feeding back*, per confermare o disapprovare la proposta di motivazione del compagno/a;
4. *instructing*, per sottolineare un aspetto del *task* da evidenziare nella motivazione e, soprattutto, per esortare il compagno/a a riflettere sulla correttezza della soluzione proposta;
5. *hint*, per suggerire un procedimento risolutivo da alcuni definito “diverso”, cioè, senza l'ausilio di alcun algoritmo di calcolo.

Reputiamo che i primi quattro *means* siano presenti specialmente nel dominio *euristico* e, con minor frequenza, in quelli *concettuale* e *relazionale*, mentre l'ultimo unicamente nel dominio *euristico*. A partire dalla tabella 9.17 e dal grafico 9.15b, le risposte più ricorrenti alla maggior parte dei *means* elencati sembrerebbero essere l'*explaining*, soprattutto *euristico* e *relazionale*, e il *feeding back*, in tutti i domini. Naturalmente, si ritiene che non manchino sequenze molto specifiche. Pensiamo che la più tipica sia quella formata da due *explaining euristici*, per discutere, sostanzialmente, dei passaggi computazionali svolti da uno dei due membri.

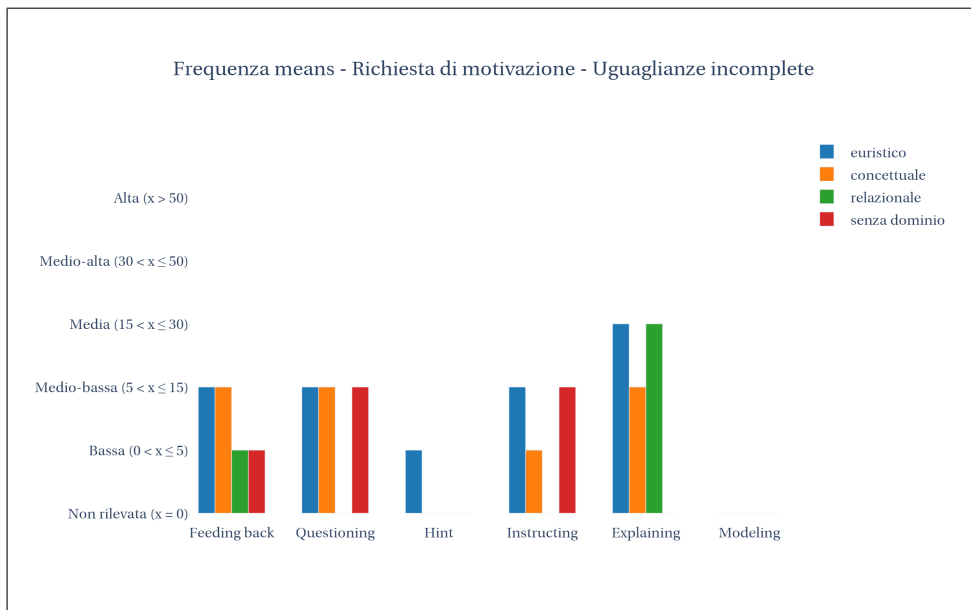
Tabella 9.17: *Means*, sequenze e risposte più frequenti relativi alla richiesta di motivazione per i *task* incompleti in Matematica Superpiatta

Means o sequenza	Risposta più frequente
<i>Explaining euristico</i>	<i>Explaining euristico</i>
<i>Explaining relazionale</i>	<i>Explaining relazionale</i>

La figura 9.15 mette a confronto i risultati descritti poc' anzi relativi ad entrambi i cicli di incontri. In ogni caso, sembrerebbe che il *means* più frequente sia l'*explaining euristico*. Nello specifico, nella



(a) Dati sui *task* vero/falso. Totale *means* = 87, totale sequenze = 14



(b) Dati sui *task* incompleti. Totale *means* = 79, totale sequenze = 11

Figura 9.15: Confronto fra i *means* rilevati nei due cicli di incontri

prima parte tre *means* su sei sarebbero stati attivati anche nel dominio *concettuale*. Nella seconda parte del *case study*, oltre ad aumentare il numero di *means concettuali*, sarebbe aumentato anche la percentuale di *explaining relazionale*.

9.2.2.4 Risposta corretta

Ora ci concentriamo su quei *means* che sono stati individuati in seguito all'inserimento di una soluzione corretta. Ricordiamo al lettore che, in caso di risposta corretta, il relativo *feedback* e il messaggio di aggiornamento del punteggio appaiono in alto a sinistra della schermata di gioco, mentre per vedere lo *smile* basta spostare la visuale di gioco verso il cielo.

Per avere un quadro globale di quanto analizzato, invitiamo il lettore ad osservare il grafico in 9.16. In poche parole, si stimerebbe che la reazione più frequente sia il *feeding back*, per esultare del risultato conseguito. In rari casi, abbiamo rilevato degli *explaining euristici* e dei *feeding back euristici*.

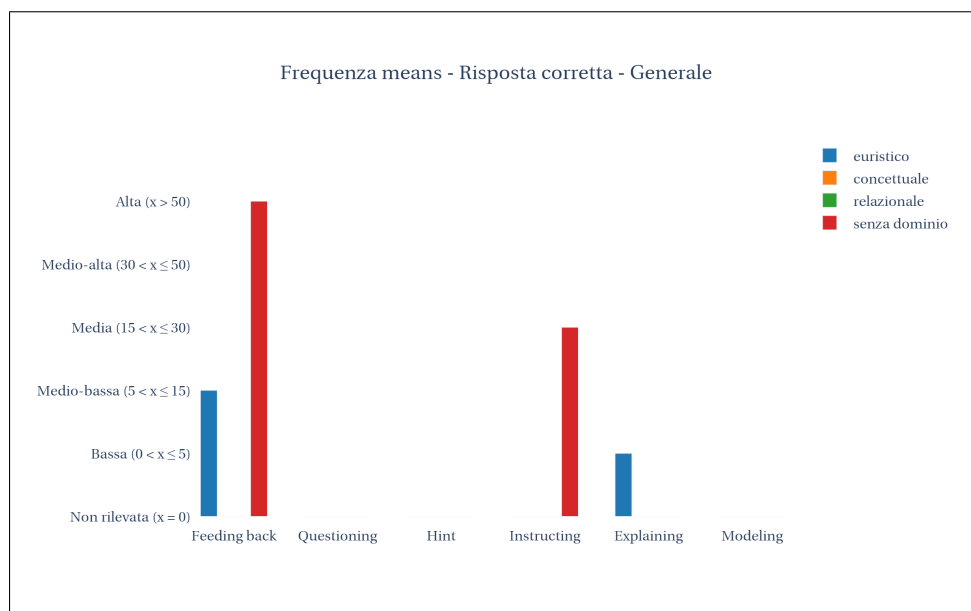


Figura 9.16: Frequenza di ogni *means* di risposta al *feedback* di risposta “corretta” in Matematica Superpiatta. Totale *means* = 22, totale sequenze = 6

Dai dati dei primi due incontri, riportati nella tabella 9.18 e nel grafico 9.17a, sembrerebbe che dal *feedback* di risposta corretta siano scaturiti principalmente singoli *means*, in pochi casi sequenze di *means* e, raramente, dei circoli virtuosi molto brevi. Si potrebbe supporre che i *means* di risposta più comuni siano il semplice *feeding back*, attivato per esultare, l'*instructing*, per far notare al compagno/a di aver avuto ragione sulla soluzione proposta, il *feeding back euristico*, per confermare il numero scelto, e l'*explaining euristico*, per illustrare il proprio ragionamento al compagno/a. In una sola occasione, sembrerebbe che uno dei due membri della coppia attivi una sequenza formata da un *feeding back* iniziale, seguito da un *explaining euristico*, per evidenziare un aspetto che potrebbe

aiutare il compagno/a in difficoltà (rimandiamo alla battuta 10 di Matteo nel Dialogo 1 in 7.4.3). Oltre ai già citati *means* di risposta, sembrerebbe che i due brevissimi circoli virtuosi generati dal *feedback* di risposta corretta si concludano o con un *feeding back* o con un *explaining euristico*, come ulteriore prova della correttezza del procedimento esplicitato.

Tabella 9.18: *Means*, sequenze e risposte più frequenti relativi alla comparsa del *feedback* di risposta corretta dopo la risoluzione di *task V/F*

Means o sequenza	Risposta più frequente
<i>Feeding back</i>	nessuna risposta
<i>Instructing</i>	nessuna risposta
<i>Feeding back euristico</i>	nessuna risposta

Per quanto concerne i due incontri successivi, consigliamo al lettore di considerare la tabella 9.19. Si ritiene che il *feedback* di risposta corretta abbia portato all'attivazione del *feeding back* come singolo *means*. Inoltre, sembrerebbe che venga attivata anche una sequenza formata unicamente da *feeding back*. In questi due incontri, parrebbe non si siano registrati circoli virtuosi a seguito del *feedback*.

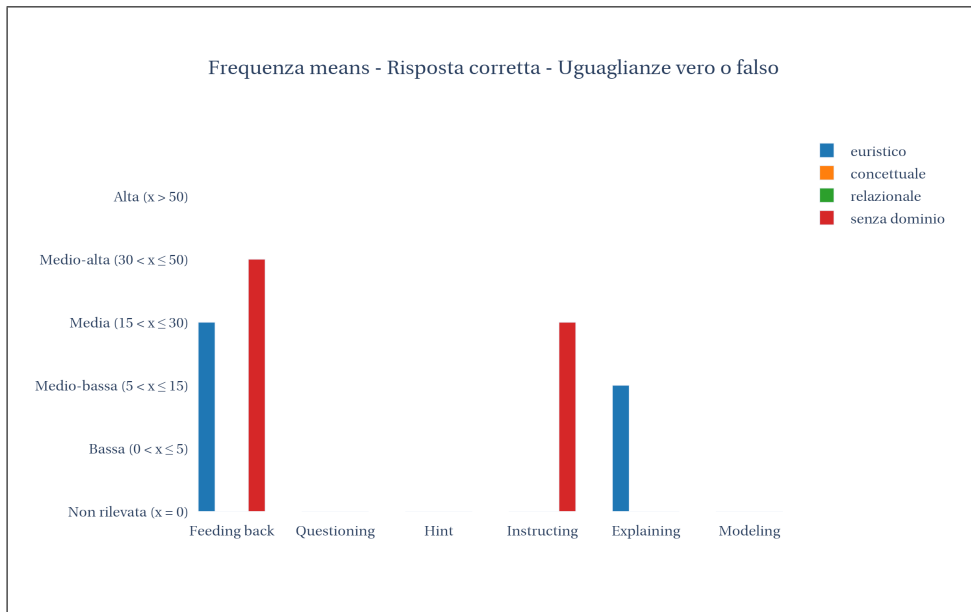
Tabella 9.19: *Means*, sequenze e reazioni più frequenti relativi alla comparsa del *feedback* di risposta corretta dopo lo svolgimento di *task* incompleti

Means o sequenza	Risposta più frequente
<i>Feeding back</i>	nessuna risposta
(<i>Feeding back, Feeding back</i>)	nessuna risposta

Dai grafici in 9.17 si potrebbe desumere come, in 9.17a, l'insieme di *means* attuati sia leggermente superiore a quello in 9.17b. In particolare, sembrerebbe che, nella prima parte di attività, tale *means* venga sfruttato per dimostrare al compagno/a di aver avuto ragione o convincerlo/a della propria soluzione. D'altro canto, nel secondo ciclo di incontri, si reputerebbe che il *feedback* di risposta corretta rappresenti solo un incentivo ad avanzare nel videogioco.

Per concludere, la prossima rappresentazione grafica, 9.18, restituisce una visione generale dei *means* e delle sequenze di risposta dopo la ricezione del *feedback* di aggiornamento del punteggio.

Il *feeding back* sembrerebbe essere il *means* con frequenza maggiore, presumibilmente perché il messaggio riporterebbe un *reward*, un premio.



(a) Dati sui *task* vero/falso. Totale *means* = 14, totale sequenze = 3



(b) Dati sui *task* incompleti. Totale *means* = 7, totale sequenze = 3

Figura 9.17: Confronto fra i *means* rilevati nei due cicli di incontri

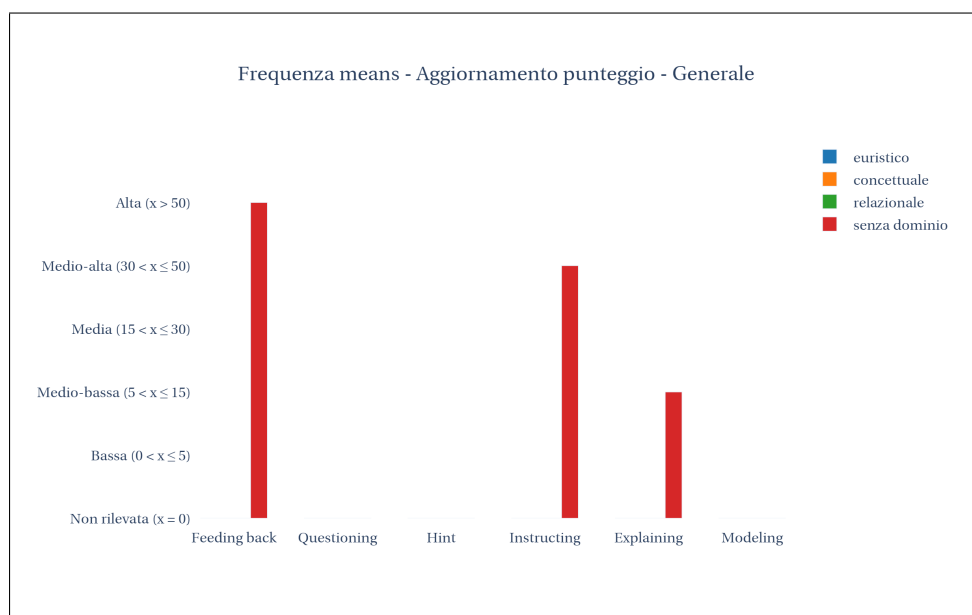


Figura 9.18: Frequenza di ogni *means* di risposta al *feedback* di aggiornamento del punteggio in Matematica Superpiatta. Totale *means* = 13, totale sequenze = 2

Tabella 9.20: *Means*, sequenze e risposte più frequenti relativi all’aggiornamento del punteggio dopo lo svolgimento di *task* V/F

Means o sequenza	Risposta più frequente
<i>Instructing</i>	nessuna risposta
<i>Feeding back</i>	nessun <i>means</i> o sequenza frequente
<i>(Instructing, Feeding back, Instructing)</i>	nessuna risposta

Nei primi due incontri, abbiamo stimato che i *means* successivi alla comparsa del messaggio di aggiornamento del punteggio siano soprattutto *feeding back*, per confermare al compagno/a la correttezza del suo ragionamento. In un estratto si potrebbe rilevare una sequenza di *means* composta da un *instructing*, da un *feeding back* e da un altro *instructing*, per indicare al compagno/a il contenuto del messaggio e invitarlo a proseguire nel videogioco (rimandiamo alla battuta 10 di Matteo nel Dialogo 1 in 7.4.3).

Anche negli ultimi due incontri sembrerebbe che il *means* più ricorrente sia il *feeding back* (rimandiamo alla battuta 9 di Luca nel Dialogo 2 e alla 3 di Federico nel Dialogo 3 in 7.4.3). Solo in un caso

si ipotizzerebbe l'esistenza di una sequenza formata da due *feeding back*, usata per verificare se la soluzione proposta dal compagno/a sia corretta o meno.

Tabella 9.21: *Means*, sequenze e risposte più frequenti relativi all'aggiornamento del punteggio durante lo svolgimento di *task V/F* in Matematica Superpiatta

Means o sequenza	Risposta più frequente
<i>Instructing</i>	nessun <i>means</i> o sequenza frequente
<i>Feeding back</i>	nessun <i>means</i> o sequenza frequente
(<i>Feeding back</i> , <i>Feeding back</i>)	nessuna risposta

Probabilmente, avendo un carattere risolutivo, sembrerebbe che, in quasi tutti gli stralci analizzati, entrambe le tipologie di *feedback* (quello di risposta corretta e il messaggio di aggiornamento del punteggio) non abbiano portato a scambi specifici di *means* o sequenze.

9.2.2.5 Interventi degli esperti

Per rispondere alla prima domanda di ricerca commentiamo i *means* attivati dagli esperti e quelli di risposta provenienti dalle coppie di apprendenti. Aggiungiamo che, come nel paragrafo Interventi degli esperti, non utilizzeremo grafici a barre ma solamente qualche tabella riassuntiva.

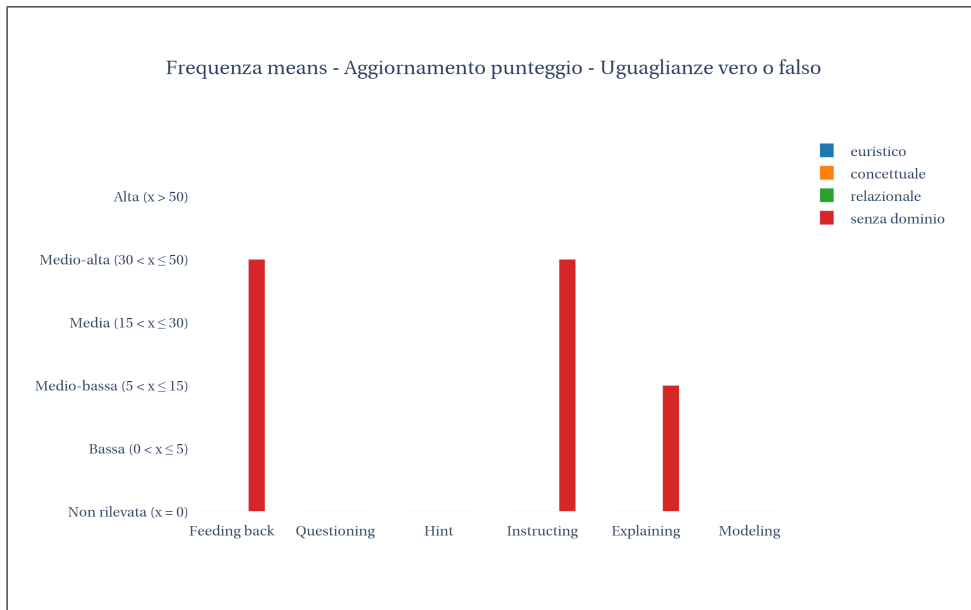
Nella tabella 9.22 mostriamo le percentuali relative sia agli interventi di aiuto *richiesti* sia a quelli *volontari*, cioè, avviati dalle figure esperte presenti durante la fase di *monitoring online*.

A giudicare dai valori riportati, la percentuale di interventi volontari sembrerebbe essere decisamente maggiore rispetto a quella dell'altra tipologia. Mentre nel primo caso sarebbe avvenuta una vera e propria intromissione da parte degli esperti nelle discussioni fra pari, nei pochissimi interventi richiesti le figure esperte sarebbero state chiamate principalmente per difficoltà legate alle dinamiche di gioco e, molto raramente, per capire cosa riportare sul diario di bordo.

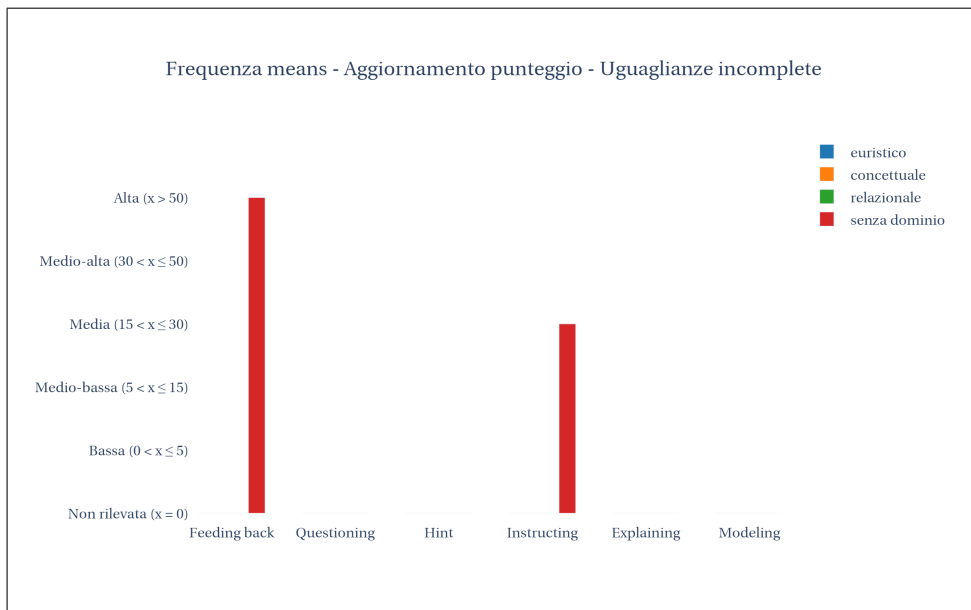
Tabella 9.22: Percentuali relative ad ogni tipo di intervento degli esperti durante lo svolgimento di attività con Matematica Superpiatta

Tipo di intervento	Percentuale
Volontario	94,6%
Richiesto	5,3%

Come per la condizione con *scaffold cartaceo*, abbiamo incluso una tabella, 9.23, che permette di inquadrare l'andamento in percentuale degli interventi durante i due cicli di attività matematiche. Mentre nella condizione precedente risulterebbe che la percentuale di interventi richiesti aumenti



(a) Dati sui *task* vero/falso. Totale *means* = 7, totale sequenze = 1



(b) Dati sui *task* incompleti. Totale *means* = 5, totale sequenze = 1

Figura 9.19: Confronto fra i *means* rilevati in ogni ciclo di incontri

considerevolmente da un ciclo all'altro, in questo caso, in entrambi i cicli di incontri, la percentuale di interventi volontari sembrerebbe essere decisamente maggiore rispetto a quella degli interventi richiesti.

Tabella 9.23: Percentuali di ogni tipo di intervento suddivise in base al tipo di attività proposta

Tipo di intervento	Percentuale vero/falso	Percentuale incomplete
Volontario	94,7%	94,6%
Richiesto	5,2%	5,3%

Nei primi due incontri, stimiamo che la maggioranza degli interventi sia di tipo volontario.

Le sequenze attivate dagli esperti sembrerebbero essere decisamente poco comuni rispetto ai singoli *means*. Quelli più frequenti risulterebbero essere il *questioning concettuale*, soprattutto per aiutare le coppie a scrivere una motivazione più basata su concetti e proprietà, nonché avviare riflessioni sulla natura dei *task* incontrati. Successivamente, sembrerebbe siano attivati l'*instructing concettuale*, per esortarli a riflettere e a non cimentarsi subito sui calcoli, e il *questioning euristico*, per porre domande sulla procedura (di calcolo) adottata o sulla sua correttezza. Solamente in due casi si potrebbe supporre che i *means* attivati dagli esperti abbiano generato una brevissima discussione fra pari.

In aggiunta, parrebbe che gli interventi volontari degli esperti abbiano portato le coppie ad attuare alcuni *means* di risposta, quali:

1. *explaining euristico*, per spiegare il procedimento ad uno degli esperti;
2. *feeding back euristico*, per rispondere, per lo più affermativamente, alle domande o alle indicazioni degli esperti;
3. *feeding back concettuale*, per rispondere prontamente alle domande, ai suggerimenti o alle indicazioni di carattere *concettuale*.

In questa prima parte del *case study*, sarebbe emerso che le risposte più frequenti siano singoli *means* piuttosto che sequenze. In molti casi, sembrerebbe che uno dei due membri abbia la necessità di dimostrare al compagno/a la correttezza del proprio ragionamento. In queste circostanze, infatti, si potrebbe pensare che, il più delle volte, un *questioning concettuale* oppure un *explaining concettuale* da parte degli esperti possa aver portato ad un *feeding back euristico* (si vedano le battute 16 e 18 del Dialogo 3 fra Andrea e Luca in 7.4.5).

Infine, pensiamo che, in casi eccezionali, dopo aver ricevuto supporto dalle figure esperte, alcune coppie abbiano continuato a riflettere sul procedimento, scambiandosi singoli *means*.

A differenza dei primi due incontri, nella seconda parte del *case study* il numero di interventi volontari continuerebbe ad essere superiore a quello delle richieste di aiuto.

Tra i *means* più frequenti si potrebbero considerare il *questioning euristico*, per chiedere di illustrare il ragionamento applicato, il *questioning concettuale*, per verificare se le coppie ricordano quanto stabilito durante la prima discussione di classe e per farli riflettere su una procedura risolutiva più rapida, e il *feeding back euristico*, per confermare una procedura (di calcolo) o una soluzione numerica.

Per quanto concerne le sequenze di *means*, invece, le più ricorrenti sembrerebbero essere quella composta da un *feeding back euristico* e da un *questioning euristico*, per aiutare le coppie in evidente difficoltà con la stesura della motivazione, ponendo domande affinché ricostruiscano il processo risolutivo oppure pensino ad un altro metodo più veloce, e quella formata da un *feeding back euristico* e da un *hint relazionale*, per confermare le risposte degli apprendenti e offrire loro suggerimenti, non solamente legati al calcolo ma anche al significato del simbolo uguale.

Per finire, rispetto ai primi due incontri, sembrerebbe che un numero maggiore di interventi volontari abbia portato a scambi di *means* fra pari, specialmente *explaining euristici* e, in misura minore, *instructing euristici*.

Riguardo alle richieste di aiuto, nella prima parte del *case study*, il *means* più ricorrente sembrerebbe essere il *questioning concettuale*, per verificare se le coppie ricordino quanto discusso nell'incontro a cavallo fra i due cicli. D'altro canto, in questo caso non risulterebbero né sequenze degli esperti né risposte o scambi fra apprendenti con una percentuale pari ad almeno il 15%.

Anche nella seconda parte del *case study*, le richieste di aiuto si sarebbero attestate su una percentuale molto vicina a quella registrata nel primo ciclo di incontri. Sebbene abbiano una percentuale inferiore al 15%, esisterebbero *means* più o meno frequenti, come il *questioning euristico*, attuati per avere delucidazioni sul procedimento adottato e il *questioning concettuale*, per aiutare le coppie a ricordare un concetto o una proprietà espressi durante la prima discussione. La risposta più frequente da parte degli apprendenti risulterebbe essere l'*explaining relazionale*, una volta rievocati discorsi inerenti alle relazioni fra numeri discusse nel corso della prima discussione.

Anche in quest'ultima parte del *case study* sarebbero emersi unicamente singoli *means* piuttosto che sequenze ricorrenti.

A giudicare dai risultati nella tabella 9.24, si potrebbe ipotizzare che, talvolta, dai *means* di alcuni esperti sia scaturita una brevissima discussione fra pari, portando uno dei due alunni a correggere o completare le risposte dell'altro, attivando, ad esempio, un *feeding back euristico*, come in 19 e 20 del Dialogo 1 fra Andrea e Luca in 7.4.5. In un caso, illustrato nel Dialogo 4 in 7.4.5, al fine di supportare degli alunni durante la risoluzione dei *task*, da un semplice *feeding back euristico* nella riga 19, è emerso un breve scambio di *means* fra pari, presumibilmente formato da un *explaining euristico* (battuta 20) e da un *instructing euristico* (battuta 21).

Tabella 9.24: *Means* e sequenze attivati dagli esperti che hanno portato ad uno scambio fra pari nel corso del *case study*

Tipologia di intervento	Tipologia di task	<i>Means</i> o sequenza attivata da esperti	Scambio fra pari
Volontario	vero/falso	<i>Instructing concettuale</i>	<i>Explaining concettuale, Explaining concettuale</i>
Volontario	vero/falso	<i>Feeding back euristico</i>	<i>Questioning euristico, Feeding back euristico</i>
Volontario	vero/falso	<i>Instructing euristico</i>	<i>Explaining euristico, Explaining euristico</i>
Volontario	vero/falso	<i>Instructing concettuale</i>	<i>Instructing euristico, Explaining euristico</i>
Volontario	vero/falso	<i>Questioning euristico</i>	<i>Explaining euristico, Feeding back euristico</i>
Volontario	incomplete	<i>Feeding back euristico</i>	<i>Explaining euristico, Instructing euristico</i>
Volontario	incomplete	<i>Explaining relazionale</i>	<i>Feeding back relazionale, Explaining relazionale</i>
Volontario	incomplete	<i>(Questioning euristico, Instructing euristico)</i>	<i>Explaining euristico, Explaining euristico</i>

9.2.2.6 Considerazioni finali

Analogamente alla condizione con *scaffold cartaceo*, non sarebbe possibile rilevare un pattern di risposta ad ogni *means* proposto. In questa condizione, sembrerebbe ci siano pochi circoli virtuosi, la maggior parte dei quali concentrati esclusivamente nella fase di risoluzione dei *task*. In alcuni casi, si potrebbe supporre come le coppie siano maggiormente interessate a risolvere i *task* nel minor tempo possibile, pertanto, non sempre risulterebbe chiaro se le motivazioni espresse da un apprendente siano state effettivamente comprese dal compagno/a (si veda il Dialogo 1 presente in 7.4.3).

Ad ogni modo, si potrebbe pensare esistano delle similarità nell'avvio delle discussioni pertinenti a ciascuna tipologia di *task*. Per quanto riguarda i *means* di risposta iniziali, il *feeding back euristico* sembrerebbe essere abbastanza frequente per la maggior parte dei *means* inseriti nelle attività proposte. Non sarebbero stati registrati particolari circoli virtuosi legati alla scrittura della motivazione, presumibilmente, per via dell'immersività del gioco, se non dopo l'intervento, volontario o richiesto, degli esperti.

Come avevamo supposto, ad un determinato *means* inserito nel *material scaffold* potrebbero corrispondere un insieme di *means* di risposta, in certi casi attivati singolarmente, in altri, invece, in sequenza dallo stesso soggetto. Inoltre, un *means* specifico potrebbe portare le coppie a scambiarsi dei *means di risposta*, appartenenti ad un sottoinsieme di tutti i *means*, quindi a generare un particolare circolo virtuoso. Per chiarire ulteriormente questo aspetto, si veda 9.20: tra i due insiemi di *means*, il sinistro composto da uno di quelli inclusi nel *material scaffold*, e il destro formato da tutti i *means* di risposta, sembrerebbe esistere una *relazione uno a molti*, ovvero, ad un singolo *means* o sequenza dell'insieme di partenza potrebbe corrispondere uno tra i *means* presenti nell'insieme di arrivo. In altre parole, i *processi di scaffolding* presenti nel sistema da noi ideato non sono delle funzioni matematiche.

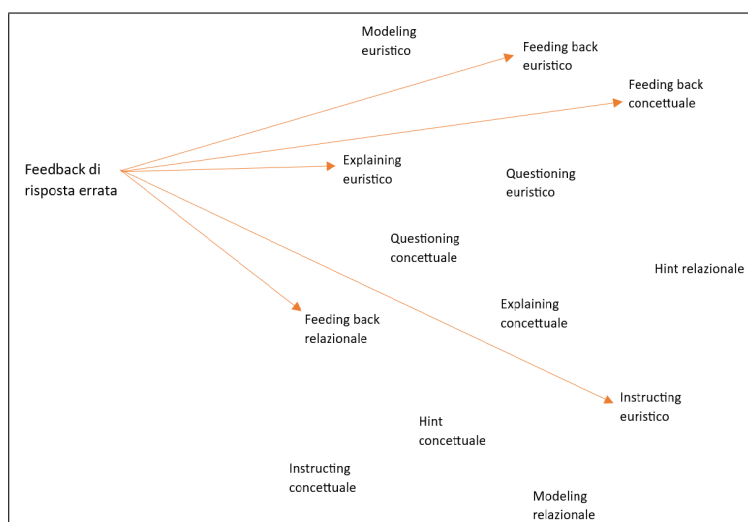


Figura 9.20: Esempio di una relazione uno-a-molti tra uno dei *means* presenti in Matematica Superpiatta e l'insieme dei *means* di risposta

Anche in questo caso abbiamo scelto di non approfondire gli interventi degli esperti. Come già spiegato nel paragrafo 9.2.1.5 di questo capitolo, nel caso dei processi di *social scaffolding* tra esperti e coppie di apprendenti si potrebbe rilevare una relazione multi-a-molti: ad un insieme abbastanza ampio e variegato di *means* a disposizione degli esperti potrebbero corrispondere diversi altri *means di risposta*. Una simile relazione richiederebbe organizzazione e analisi diverse.

Sebbene nel paragrafo Uso dei tipi di *feedback* in caso di risposta corretta del capitolo 7 abbiamo illustrato come la ricezione dei *feedback* di risposta corretta attengano a processi più legati ad aspetti affettivi, abbiamo ritenuto necessario riportarne i risultati. Infatti, come illustrato nel paragrafo *Material scaffold: introduzione*, tali elementi sono e sono stati essenziali per esortare gli apprendenti a progredire nella risoluzione dei minigiochi, essendo l'*affect* il motore che spinge l'attivazione delle altre due sfere, cognizione e metacognizione.

9.3 Risultati ottenuti dai due *material scaffold*

Secondo un'analisi trasversale delle interazioni fra pari, ipotizziamo l'esistenza di aspetti in comune fra i dati ottenuti dai due *material scaffold*. In entrambe le condizioni, per rispondere ai *means* relativi ai *task* e alla motivazione, la maggior parte delle coppie sembrerebbe aver attivato un insieme, più o meno simile, di *means*. Ad esempio, si potrebbe considerare come, a conferma di una procedura di calcolo proposta dal compagno/a, sia stata adottata una medesima sequenza formata da un *feeding back euristico* e da un *explaining euristico* in entrambe le situazioni. Per ottenere il risultato di un'operazione, per avere chiarimenti su una procedura o sulla motivazione da scrivere sembrerebbe sia stata attuata la sequenza formata da un *feeding back* e da un *questioning*, sempre di dominio *euristico*. Un altro aspetto comune ad ogni condizione potrebbe essere l'utilizzo del *modeling* per motivare una soluzione attraverso un esempio o un'uguaglianza già affrontata. Tutti questi esempi potrebbero essere imputabili alla struttura del *task* piuttosto che al mezzo tecnologico o a quello cartaceo. Questa informazione sembrerebbe corroborare la seguente ipotesi: se non avessimo scelto di riportare su un *hard scaffold* i medesimi *task* presenti in un videogioco educativo, probabilmente non sarebbe stato possibile distinguerne le caratteristiche in termini di *scaffolding* rispetto a quelle proprie dei *task*. Infine, per la selezione di *task*, in entrambe le condizioni abbiamo rilevato una crescita nella varietà dei *means* messi in campo dalle coppie di apprendenti da un ciclo di attività all'altro. Probabilmente, questo andamento potrebbe essere ascrivibile ad una maggior comprensione della metodologia di lavoro oppure all'effetto della prima discussione.

La tabella 9.25 riassume i *means* e/o le sequenze più frequenti rilevati per ogni *means* inserito in ciascun *material scaffold*. In virtù di ciò, si potrebbe desumere come, in certi casi, i *means* più frequenti siano più o meno i medesimi.

Eppure, avremmo rilevato anche dati riferiti esclusivamente allo *scaffold digitale*, quali i brevi scambi dovuti ai vari tipi di *feedback*. Nonostante i diversi elementi di gioco che impongono un'esecuzione sequenziale dei *task* e la possibilità di consultare il diario di bordo, abbiamo stimato un numero decisamente ristretto di esempi in cui sono state individuate relazioni fra i *task* assegnati. Sembrerebbe

Tabella 9.25: *Means* e sequenze più frequenti attivati dalle coppie in risposta ai *means* previsti in entrambi i *material scaffold*

Means previsti	<i>Means</i> o sequenze di risposta nello scaffold digitale	<i>Means</i> o sequenze di risposta nello scaffold cartaceo
Selezione dei <i>task</i>	<i>Feeding back euristico, Questioning euristico, Explaining euristico</i>	<i>Means:</i> <i>Explaining euristico, Feeding back euristico</i> <i>Sequenze:</i> (<i>Feeding back euristico, Explaining euristico</i>)
Disposizione dei <i>task</i>	nessun <i>means</i> o sequenza frequente	<i>Means:</i> <i>Feeding back euristico, Instructing euristico</i> <i>Sequenze:</i> (<i>Feeding back euristico, Explaining euristico</i>)
Richiesta di motivazione	<i>Explaining euristico, Instructing euristico, Explaining relazionale</i>	<i>Means:</i> <i>Explaining relazionale, Explaining euristico</i>

che il fatto di dover uscire ed entrare in un nuovo minigioco, con *task* diversi, non abbia consentito questo genere di connessioni matematiche. A questi fattori si aggiungerebbero la fretta (si vedano le battute 10 di Francesca nel Dialogo 2 in 7.4.4 e 4 di Andrea nel Dialogo 1 in 7.6), la competizione (si veda la battuta 1 nel breve Dialogo 4 in 7.6) e, qualche volta, la scelta casuale di soluzioni, rilevata non soltanto dalle registrazioni video delle interazioni fra pari, ma anche dalle soluzioni presenti nei *log file*. Riteniamo che tali dinamiche non abbiano favorito una riflessione sulle risposte date.

Anche per la condizione con *scaffold cartaceo* abbiamo rilevato situazioni peculiari. Come ipotizzato in 5.2, in questa condizione, sembrerebbe che un numero molto ristretto di coppie non abbia sempre risolto i *task* nell'ordine in cui sono stati disposti sulle schede. Molto probabilmente, da questo fenomeno potrebbe derivare il numero esiguo di connessioni fra *task* nelle discussioni fra pari. Ciononostante, nei pochi casi riscontrati, sembrerebbe che la possibilità di avere facile accesso ai *task* già risolti abbia permesso di effettuare tali connessioni non soltanto durante la risoluzione dei *task*, ma anche al momento di formulare una motivazione. Altri tratti caratterizzanti questo ambiente potrebbero essere l'avvio, in molti casi, di circoli virtuosi volti a produrre una motivazione concordata da entrambe le parti e la notevole quantità di richieste di aiuto (si veda la tabella 9.8), che avrebbero influito sui processi di apprendimento delle coppie da un punto di vista metacognitivo.

Nelle nostre analisi abbiamo considerato anche gli interventi degli esperti. Sebbene nella domanda di ricerca non ci siano riferimenti in tal senso, pensiamo ci siano dei momenti in cui alcuni *means* inseriti nei *smaterial scaffold* oppure quelli attivati dagli apprendenti non siano stati sufficienti per venire a capo dei *task* assegnati. Come già spiegato più volte, nella condizione con *scaffold cartaceo* sono sopraggiunte molteplici richieste di aiuto: tutto ciò potrebbe essere imputabile alla mancanza di un elemento, come il *feedback*, in grado di fornire una conferma dei processi risolutivi. Per contro, si potrebbe supporre che, nella situazione con *scaffold digitale*, la presenza del *feedback* avrebbe portato gli apprendenti a sviluppare una maggior sicurezza, data dai riscontri sulla bontà delle loro risposte. Si potrebbe pensare che quella parte di apprendenti che ha ricevuto supporto dalle schede si sia cimentata, il più delle volte, nell'esecuzione degli algoritmi di calcolo, sia dopo aver letto il *task* sia per verificare che la soluzione adottata fosse corretta. Al contrario, nella situazione con *scaffold digitale*, spesso, alcuni apprendenti avrebbero avviato delle discussioni con domande che sembrerebbero essere confermate in via definitiva dal *feedback* del videogioco. Presumibilmente, l'assenza di un riscontro nell'ambiente cartaceo avrebbe portato le coppie ad affidarsi a procedure ben consolidate, al supporto degli esperti oppure ad un altro *material scaffold* (si veda la frase 10 detta da Leonardo nel Dialogo 4 in *Means* di risposta alla selezione dei *task*).

Questa percezione di sicurezza potrebbe aver isolato le coppie a cui è stato proposto il videogioco, impedendo, in molti casi, una richiesta di aiuto persino nelle situazioni più critiche. Nei pochissimi casi in cui è stato richiesto l'intervento degli esperti (si veda tabella 9.22), sembrerebbe che i dubbi delle coppie siano, per lo più, relativi alla formulazione di una motivazione e, più raramente, alla risoluzione dei *task* presenti nel videogioco. A tal proposito, disponiamo di due esempi (si veda il Dialogo 6 fra Marco e Giulia nel paragrafo *Means* di risposta attivati in seguito all'intervento di esperti), in cui Giulia sembrerebbe chiedere una conferma su quanto scritto nel diario di bordo. Si potrebbe affermare che,

non ritenendo l'interazione con il compagno/a e lo *scaffold cartaceo* sufficienti per adempiere al *task*, la richiesta di aiuto dell'alunna sia dovuta ad uno sforzo metacognitivo. Tuttavia, una tale evidenza risulterebbe relativa all'unico *scaffold cartaceo* presente nel *sistema di scaffolding* che prevedeva il videogioco. Da queste informazioni potremmo dedurre che la mancata richiesta di aiuto sia dovuta al mezzo tecnologico. Sebbene in entrambi gli *scaffold* fossero presenti i medesimi *task*, nella condizione con supporto cartaceo è stato registrato un numero decisamente superiore interventi di aiuto (9.8).

9.4 Risposta alla seconda domanda di ricerca

In questa sezione risponderemo alla seconda domanda di ricerca partendo dalle informazioni raccolte tramite i due *material scaffold*.

Prima di tutto, ricordiamo al lettore la domanda in questione:

quali caratteristiche di un material scaffold possono supportare l'organizzazione di discussioni che stimolino il pensiero relazionale, rispetto alle pratiche di monitoraggio e di selezione delle risposte date da coppie di studenti?

Alla luce del modello delineato nella sezione Cinque pratiche per pianificare discussioni matematiche efficaci, nel paragrafo Domande di ricerca abbiamo spiegato come i dati presenti nei due *material scaffold* siano stati utilizzati unicamente nel monitoraggio e nella messa in sequenza delle risposte da discutere. Ricordiamo che, all'inizio di ogni ciclo, abbiamo somministrato un test per verificare il livello di conoscenze e competenze degli apprendenti. Per poter implementare le pratiche di sequenziamento e creazione di connessioni matematiche abbiamo fatto riferimento al quadro teorico del pensiero relazionale descritto in 3.3. Pertanto, la nostra indagine si è focalizzata sulle caratteristiche di ciascun *material scaffold* utili per monitorare e selezionare le risposte degli apprendenti.

In linea con la pratica di *monitoring* descritta in 4.4.2, in entrambe le condizioni abbiamo condotto un monitoraggio *online*, circolando fra i banchi e intromettendoci nelle discussioni fra pari durante la risoluzione delle attività matematiche. Oltretutto, tale pratica è stata continuata anche in modalità *offline*, ricorrendo, in un caso, alla Web App e alle motivazioni riportate sui diari di bordo, nell'altro, invece, semplicemente alle motivazioni scritte sulle schede. In particolare, grazie a questa Web App abbiamo potuto scoprire, a partire dalla panoramica dei minigiochi completati (rimandiamo alla figura 5.25), quali *task* fossero stati risolti e quali avessero registrato un elevato numero tentativi falliti. In seguito, analizzando i diari di bordo, abbiamo realizzato che, in molti casi, le motivazioni erano frammentate, scritte frettolosamente e, a volte, del tutto assenti.

A conferma delle nostre affermazioni, abbiamo riportato dei grafici a barre che descrivono i risultati ottenuti dall'analisi dei diari di bordo e delle schede. Per ogni coppia di ciascuna classe, abbiamo calcolato il rapporto fra il numero di *task documentati*, che presentano motivazioni scritte in un qualsiasi tipo di registro (numerico, grafico, verbale, ecc.) e quello dei *task risolti*. Ricordiamo che, nelle classi che hanno giocato a Matematica Superpiatta, il numero dei *task risolti* non sempre coincide con quello dei *task assegnati*, in quanto solamente poche coppie sono riuscite a completare tutti i

portali richiesti per ciascun incontro (rimando al paragrafo Monitorare le risposte degli apprendenti del capitolo Descrizione della procedura di predisposizione delle discussioni). Per di più, abbiamo classificato ogni motivazione fornita delle coppie di apprendenti in

- *non adeguate*, cioè, con frasi del tipo “abbiamo fatto i calcoli”, “è falsa perché $4 \times 2 = 4 + 2$ è falsa” oppure “il mio amico ha detto così”;
- *adeguate*, che, diversamente dalle precedenti, tentano di esplicitare verbalmente il ragionamento o i calcoli effettuati. Specifichiamo che questo tipo di motivazioni non deve necessariamente rispettare i dettami di una corretta argomentazione, ovvero, chiarezza, completezza e correttezza, ma quantomeno andare oltre le frasi menzionate nel punto precedente.

In seguito, per ogni coppia di ciascuna classe e per ogni incontro, abbiamo determinato il rapporto fra il numero di *task* documentati e quello dei *task* risolti, quindi abbiamo stabilito tre valori percentuali “soglia” per ottenere un primo quadro generale relativamente ai *task* documentati. Dunque, il suddetto rapporto in percentuale, che, d’ora in avanti indichiamo con una x , potrebbe rientrare in una delle seguenti tre casistiche, o *bucket* (contenitore, in inglese):

1. $x = 100\%$, ovvero, tutti i *task* risolti risultano anche documentati;
2. $50\% \leq x < 100\%$, cioè, la maggior parte dei *task* risolti presenta una motivazione di qualche tipo;
3. $x \leq 50\%$, vale a dire, meno della metà dei *task* risolti è stata documentata. In altre parole, il numero dei *task* risolti ma non motivati risulta essere maggiore di quello dei *task* risolti e motivati.

A questo punto, abbiamo stimato il numero di *task* motivati in modo non adeguato. Inoltre, per ciascuno di questi casi abbiamo definito due ulteriori valori soglia riguardanti il rapporto fra il numero di *task* motivati in modo non adeguato, che qui indicheremo con le lettere *NA*, e quello dei *task* documentati per ciascuna coppia di apprendenti di ogni classe:

- $NA \leq 20\%$
- $NA > 20\%$

Infine, per ognuno dei sei *bucket*, abbiamo calcolato la percentuale di coppie di apprendenti.

Tramite le due rappresentazioni² in 9.21 e 9.22 intendiamo mettere a confronto i dati relativi al primo giorno di attività ottenuti dall’analisi dei *task* documentati dalle seguenti due classi, quella di Pianola, a cui è stato proposto lo *scaffold digitale* e la quarta A della Torretta, a cui è stato assegnato lo *scaffold cartaceo*.

Il grafico 9.21 rivela che solamente il 40% delle coppie di apprendenti, ossia, meno della metà delle coppie della classe di Pianola sembrerebbe aver prodotto una motivazione di qualunque forma per

²I grafici a barre sono stati realizzati mediante Microsoft Excel.

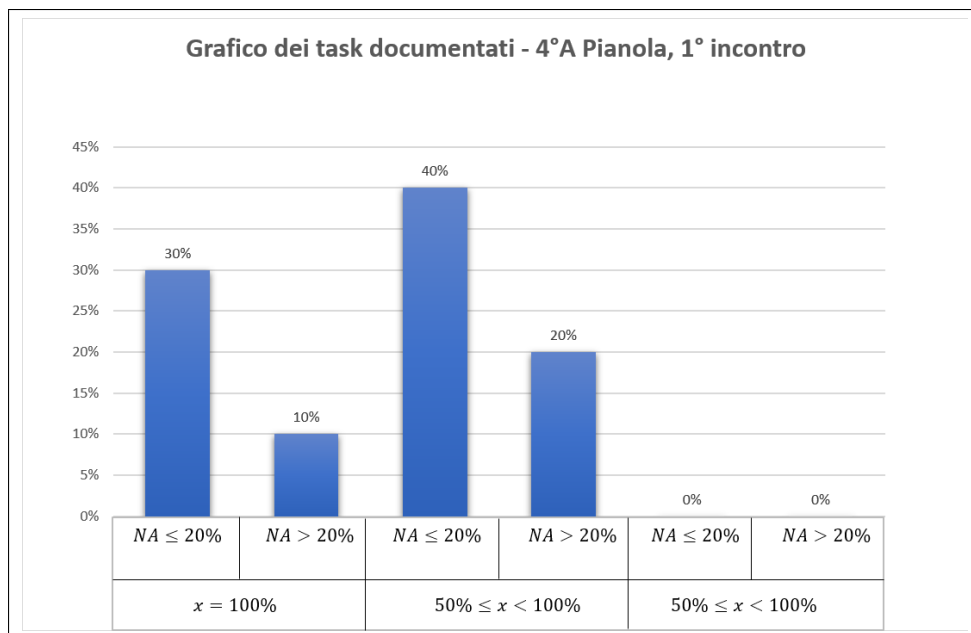


Figura 9.21: Percentuali delle coppie della classe di Pianola che hanno documentato i *task* proposti nel primo giorno di attività

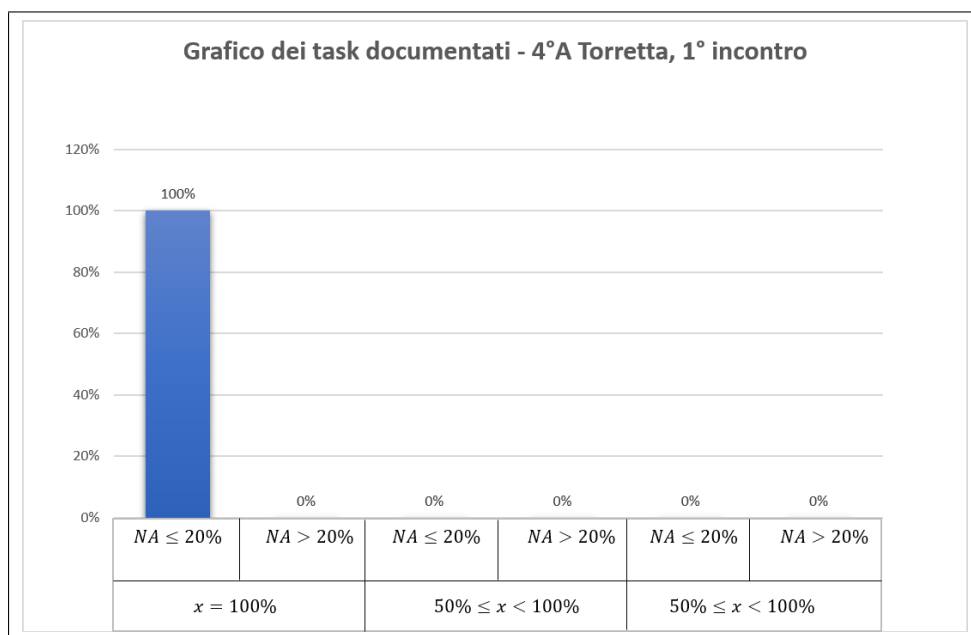


Figura 9.22: Percentuali delle coppie della classe della Torretta che hanno documentato i *task* proposti nel primo giorno di attività

tutti i *task* previsti nel primo incontro. Per giunta, solo il 30% delle coppie avrebbe fornito motivazioni adeguate. Infine, la maggior parte delle coppie della classe di Pianola sembrerebbe aver documentato più della metà dei *task*, di cui il 40% in modo adeguato. Naturalmente, le motivazioni ritenute non adeguate riportavano frasi di cui non siamo riusciti a dedurre il processo risolutivo.

Diversamente da quanto emerso dai diari di bordo, ci risulta che ogni *task* risolto sulle schede sia stato motivato in modo adeguato e abbastanza dettagliato. Effettivamente, in alcuni casi, la motivazione era scritta con più registri, principalmente verbale e numerico. Infatti, si osservi il grafico 9.22: la totalità delle coppie sembrerebbe aver motivato adeguatamente ogni *task* risolto, che, in questo caso, sembrerebbe coincidere con quello dei *task* assegnati.

I prossimi due grafici a barre dimostrano come le due situazioni precedentemente descritte non siano cambiate in modo sostanziale nel corso delle attività proposte.

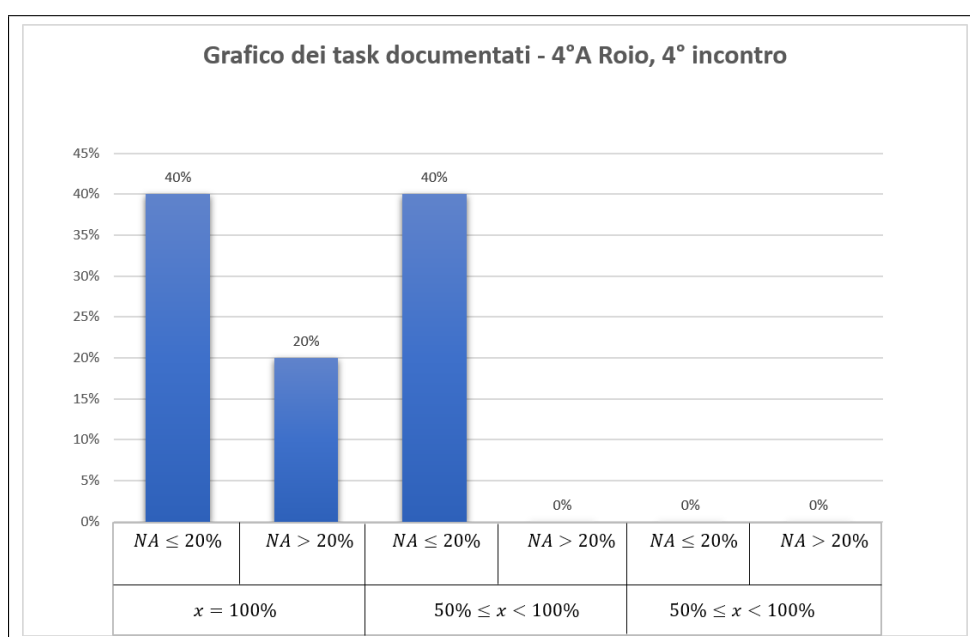


Figura 9.23: Percentuali delle coppie della classe di Pianola che hanno documentato i *task* proposti nell'ultimo giorno di attività

I due casi illustrati in 9.23 e 9.24 si basano sui risultati delle analisi dei *task* documentati rispettivamente dalle classi quarta A di Roio (a cui è stato proposto il videogioco) e quarta B della Torretta nel corso dell'ultimo incontro di attività. Contrariamente al caso rappresentato in figura 9.21, il grafico di sinistra (9.23) descrive come il 60% delle coppie avrebbe documentato tutti i *task* risolti, di cui solo il 40% in maniera abbastanza adeguata. Rispetto al grafico della classe di Pianola in 9.21, in questo caso, il restante 40% delle coppie di apprendenti avrebbe motivato adeguatamente la maggior parte dei *task* risolti.

Il grafico 9.24 è del tutto speculare a quello della classe quarta A della Torretta in 9.22: tutte le coppie di apprendenti avrebbero fornito una motivazione adeguata ad ogni *task* risolto. Esattamente come in

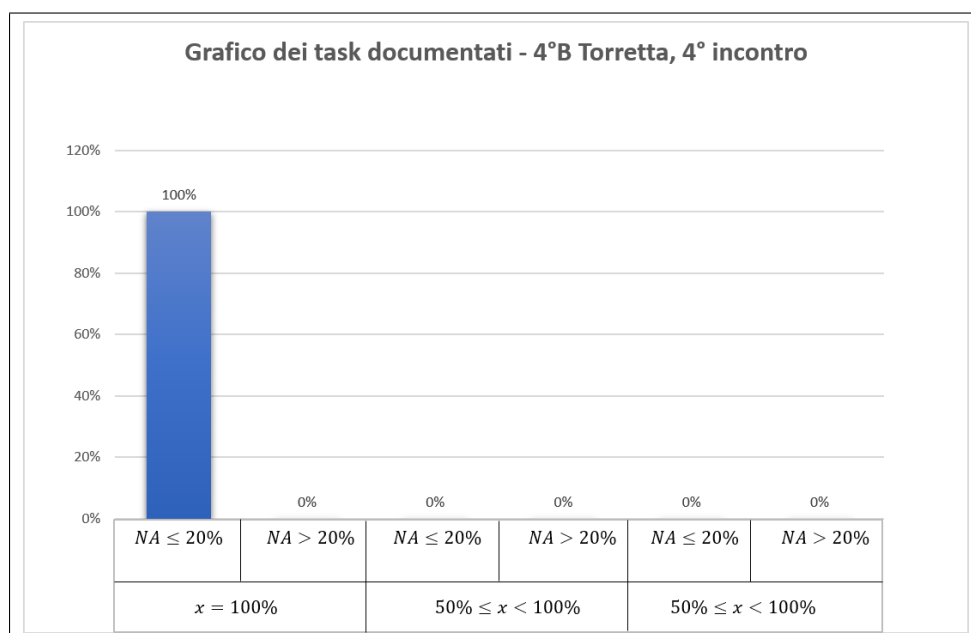


Figura 9.24: Percentuali delle coppie della classe della Torretta che hanno documentato i *task* proposti nell'ultimo giorno di attività

9.22, il numero di *task* risolti parrebbe coincidere con quello dei *task* assegnati.

Sebbene le motivazioni presenti nelle schede siano in numero maggiore rispetto a quelle dei diari di bordo, non abbiamo potuto dedurre con precisione il numero di tentativi effettuati per risolvere i *task*. Difatti, nella maggior parte dei casi, abbiamo avuto l'impressione che il materiale cartaceo consegnato sia stato considerato da ciascuna coppia come una "bella copia". Effettivamente, avendo notato che gran parte delle coppie ha inizialmente compilato le schede a matita, è risultato difficile risalire al numero di cancellature, per di più, in alcuni casi, le correzioni a penna erano a malapena distinguibili. Durante la fase di monitoraggio, abbiamo anche constatato che, in diverse situazioni, gli alunni scrivevano soluzioni e procedure di calcolo sui banchi oppure su altri fogli che non abbiamo potuto raccogliere. Nonostante nella condizione con *scaffold digitale* sia stato possibile applicare tale pratica in modo più esteso, data la maggior quantità di risorse a nostra disposizione, il monitoraggio online effettuato nelle classi con *scaffold cartaceo* sembrerebbe esser stato più efficace. Nello specifico, durante la fase di esplorazione, abbiamo approfittato delle molteplici richieste di aiuto per avviare delle interazioni con le coppie, volte non solo a fornire supporto, ma anche a conoscere gli approcci risolutivi. In questa condizione, è stato possibile attivare un monitoraggio attivo, mentre nella condizione con *scaffold tecnologico* abbiamo potuto condurre tale pratica in maniera prevalentemente osservativa, visto l'esiguo numero di richieste di aiuto. In altre parole, per poter conoscere i processi risolutivi di coloro a cui è stato proposto il videogioco, abbiamo chiesto di spiegare la procedura adottata, ascoltato attivamente i loro dialoghi per intervenire in caso di necessità oppure in seguito alla rilevazione di uno specifico comportamento reiterato. Nella nostra ipotesi, il *sistema di scaffolding* composto da

videogioco, Web App e diari di bordo, avrebbe dovuto distinguersi per il numero maggiore di dati. Molto probabilmente, l'immersività del gioco non avrebbe permesso, in diversi casi, di discutere sulla scelta delle soluzioni, rendendo gravoso il passaggio da un mezzo all'altro e, di conseguenza, portando a scrivere di fretta molte motivazioni (si veda 9.21).

Avendo predisposto una vasta gamma di *task*, organizzati per esplorazione di idee e concetti aritmetici, avremmo potuto pianificare delle discussioni molto dense dal punto di vista matematico. Eppure, in questa fase abbiamo dovuto tener conto di una variabile fondamentale, il tempo concesso per le discussioni. Pertanto, l'obiettivo era di preparare delle discussioni efficaci sul pensiero relazionale che rientrassero nei tempi stabiliti e, soprattutto, che risultassero meno tediose possibili. Potendo contare sui dati della Web App, inizialmente, abbiamo potuto ridurre l'insieme dei *task* proposti nei due incontri precedenti, escludendo tutti quelli che non erano stati risolti dalla maggior parte delle coppie. Questa operazione avrebbe permesso di incentrare le discussioni solo sulle motivazioni prodotte per quel sottoinsieme di *task*. A quest'ultimo abbiamo potuto aggiungere altri *task* che, secondo la Web App, avrebbero prodotto un numero elevato di tentativi falliti. Se avessimo fatto affidamento esclusivamente sulle risposte presenti nei diari di bordo, probabilmente, non avremmo compreso che, in realtà, non c'era corrispondenza fra i *task* effettivamente risolti e le motivazioni riportate (si vedano le percentuali delle prime due barre in 9.21). Difatti, spesso, le coppie hanno progredito nel gioco tralasciando la scrittura delle motivazioni. Tutto ciò avrebbe consentito di strutturare delle discussioni più mirate nel rispetto dei tempi prestabiliti. D'altro canto, servendoci solo delle risposte presenti nelle schede, la selezione dei *task*, quindi delle motivazioni da presentare è risultata più complessa. In questo caso, non è stato possibile ridurre il campionario dei *task* da discutere. Per di più, in alcuni casi, non abbiamo potuto individuare i *task* più insidiosi in base al numero di tentativi falliti, data la difficoltà nel determinare il numero di cancellature. Conseguentemente, per le classi che hanno usufruito dello *scaffold cartaceo*, abbiamo predisposto delle discussioni molto lunghe, che, sovente, si sono protratte oltre il suono della campanella.

9.5 Risultati della ricerca e prospettive future

In questo paragrafo conclusivo, svilupperemo delle riflessioni sulle risposte alle due domande di ricerca, avanzando anche delle proposte operative per eventuali ricerche future. Come già ricordato nell'introduzione, questa tesi è situata nell'ambito di ricerca in Educazione Matematica legato all'uso di *material scaffold*, quindi potrebbe rappresentare un apripista per indagini più ampie e stimolanti.

Per rispondere alla prima domanda di ricerca, abbiamo riportato i risultati per ogni *means* inserito in ciascun *material scaffold*.

Partiamo dalle prime risposte date alla proposta di *task*.

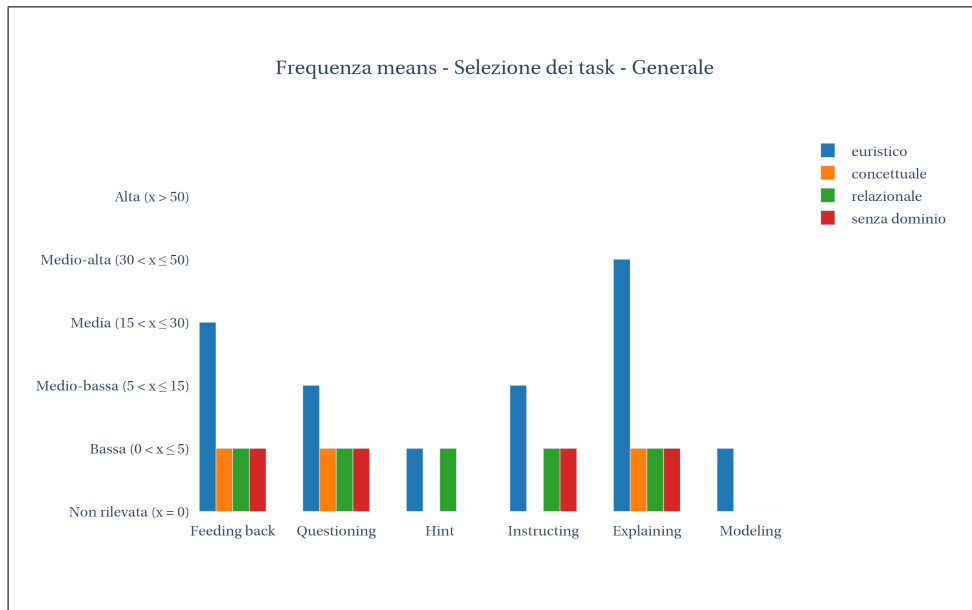
Mentre nello *scaffold digitale* le reazioni più frequenti alla selezione dei *task* sembrerebbero essere il *feeding back euristico* e il *questioning euristico*, in quello *cartaceo* parrebbe essere l'*explaining*, per lo più *euristico*. A nostro giudizio, nel primo caso la maggior parte delle coppie tenderebbe a chiedere al compagno/a direttamente la soluzione al *task*, il quale, spesso non aggiungerebbe motivazioni

alle proprie scelte. Nella condizione con le schede, invece, molte coppie proverebbero a spiegare al compagno/a i passi necessari per trovare la soluzione, il quale potrebbe approvare o disapprovare motivando adeguatamente. Pertanto, si potrebbe concludere che, per avviare una discussione in merito ad un'uguaglianza proposta, lo *scaffold cartaceo* potrebbe risultare più agevole, in quanto potrebbe protrarsi, in caso di disaccordo sul procedimento, e portare gli apprendenti a mettere in campo altri *means*, come, ad esempio, il *modeling*. Per contro, nella condizione con *scaffold tecnologico* il *feeding back euristico* e l'*instructing euristico* sarebbero stati attivati con maggior frequenza, probabilmente allo scopo di rispondere con una soluzione nel minor tempo possibile ed accumulare punti.

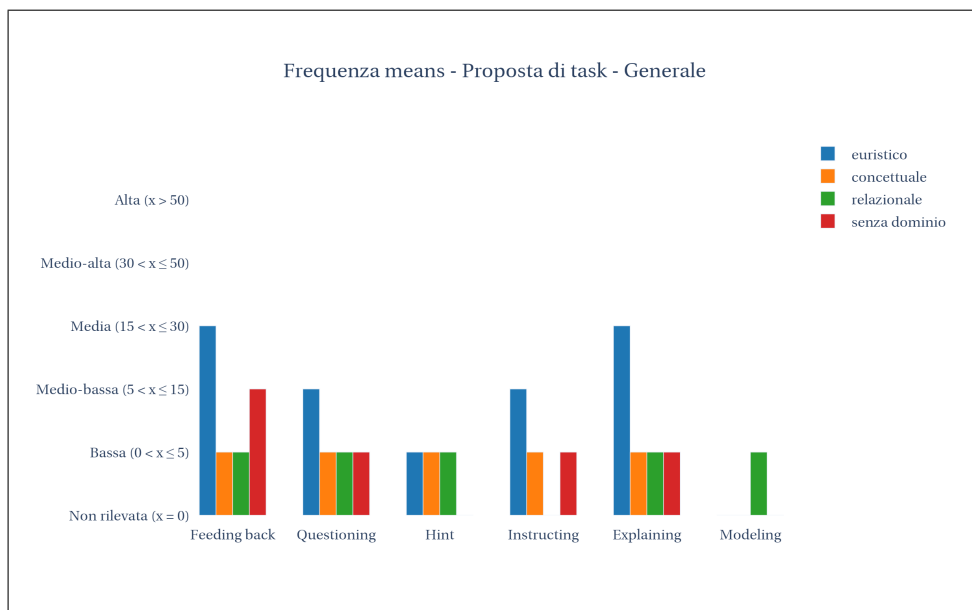
Riguardo alla disposizione dei *task* in una sequenza ordinata, si potrebbe pensare che, in entrambi gli *scaffold*, non abbia sempre sortito l'effetto sperato. Infatti, sarebbero pochissimi i casi in cui il procedimento adottato per un *task* già risolto sia stato sfruttato per completarne un altro. Ad ogni modo, nella condizione con *scaffold cartaceo*, in cui i *task* erano presenti in un unico materiale, si sarebbero attivati anche altri *means*, oltre a quelli riportati nella tabella 9.25, come il *modeling relazionale*, l'*explaining relazionale* e il *feeding back relazionale*. Questo *hard scaffold* permetterebbe di effettuare un collegamento più rapido fra i *task*, in quanto, a differenza di quello *digitale*, non sarebbe necessario passare da un tipo di mezzo ad un altro.

A proposito della richiesta di motivazione, oltre ad una descrizione del ragionamento applicato, le nostre aspettative erano legate all'avvio di una breve discussione fra le parti. Dalla tabella 9.25, in entrambe le condizioni, l'insieme dei *means* più frequenti sembrerebbe molto simile, dato che tale richiesta era espressa su uno *scaffold cartaceo*. Dalla collezione di *means* e sequenze aventi una frequenza al di sotto del 10%, si evincerebbero delle differenze in termini di *means* attivati fra le due situazioni. Nella condizione con *scaffold cartaceo*, si sarebbero sviluppati anche il *questioning euristico* e l'*instructing concettuale*. Per contro, nella situazione con *scaffold digitale* risulterebbe un numero maggiore di *explaining concettuali* e di *feeding back concettuali*. Presumibilmente, in quest'ultima situazione, il passaggio da un mezzo all'altro avrebbe influito sul numero di occorrenze dei *means* e delle sequenze rilevate. Inoltre, nella maggior parte dei casi, la presenza del *feedback* sulla correttezza della soluzione scelta e la necessità di risolvere i minigiochi nel minor tempo possibile potrebbero aver compromesso l'avvio o la prosecuzione di una riflessione matematica.

Da queste prime considerazioni, si potrebbe dedurre che per la selezione/proposta di *task* entrambi gli *scaffold* potrebbero risultare molto efficaci, a seconda delle *intentions* degli esperti. Qualora questi ultimi fossero interessanti a far esercitare un consistente gruppo di apprendenti, allo scopo di concentrare temporaneamente i propri sforzi solo su coloro che hanno dimostrato maggiori difficoltà, riterremmo che la proposta di un videogioco educativo potrebbe essere vantaggiosa. In questo modo, infatti, gli apprendenti più esperti potrebbero consolidare, anche divertendosi, le conoscenze apprese in seguito ad una lezione di Matematica, mentre i docenti/esperti potrebbero affiancare coloro che hanno incontrato più ostacoli nel processo di apprendimento. D'altro canto, se l'*intention* degli esperti fosse orientata allo sviluppo di una riflessione fra pari o all'argomentazione, allora, il mezzo cartaceo potrebbe rappresentare una valida soluzione. In aggiunta, lo *scaffold cartaceo* sembrerebbe essere più efficace anche per effettuare collegamenti o confronti fra *task*. Nella condizione con *soft scaffold*,

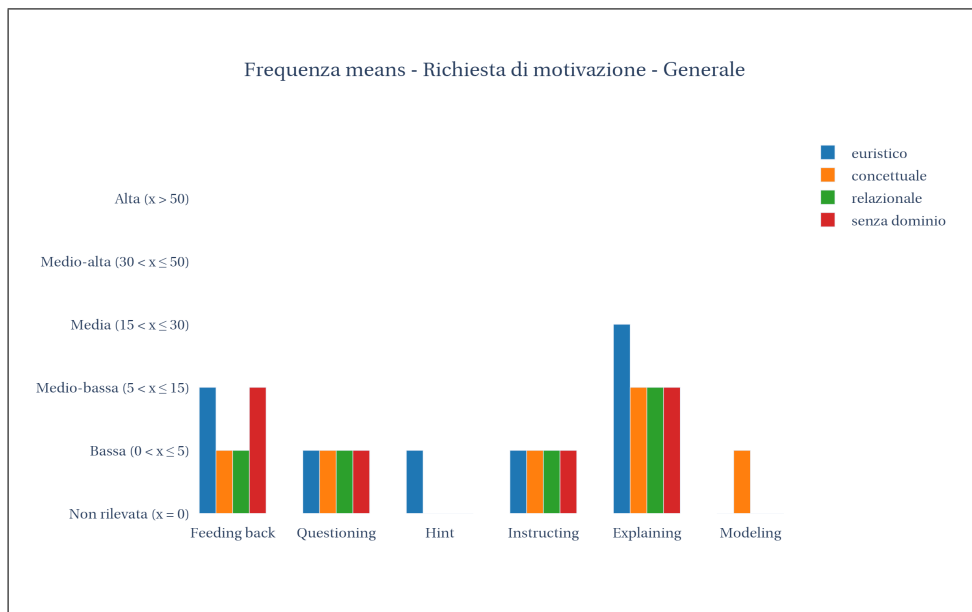


(a) Risultati relativi allo *scaffold cartaceo*

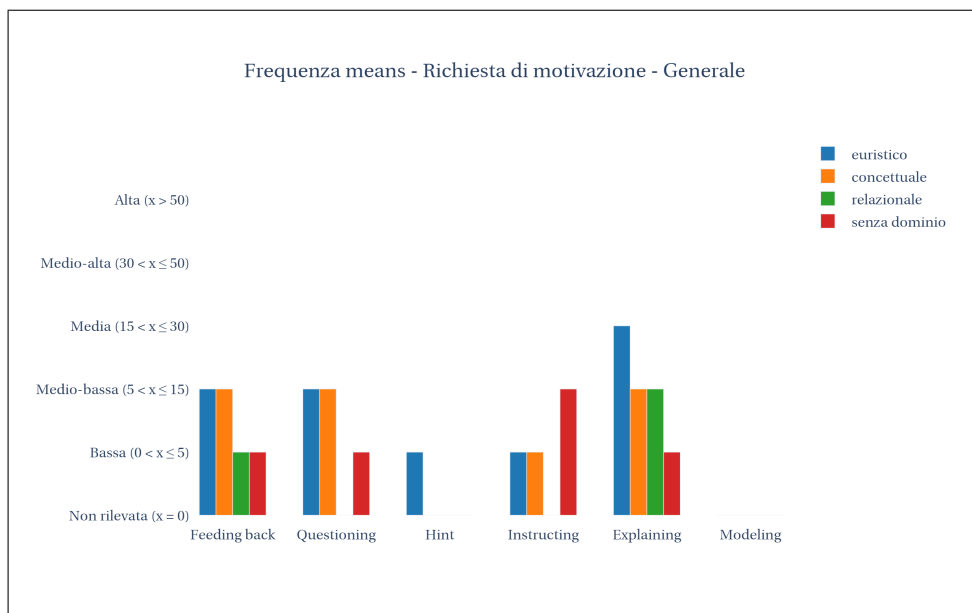


(b) Risultati relativi allo *scaffold digitale*

Figura 9.25: Confronto fra i *means* rilevati nei due *material scaffold*



(a) Risultati relativi allo *scaffold cartaceo*



(b) Risultati relativi allo *scaffold digitale*

Figura 9.26: Confronto fra i *means* generati dalla richiesta di motivazione rilevati nei due *material scaffold*

sebbene sia stato fornito un diario di bordo, in cui le coppie avrebbero dovuto riportare l'uguaglianza incontrata, la soluzione data e almeno una motivazione, il passaggio da un mezzo ad un altro avrebbe distolto l'attenzione dal compiere tali operazioni. Per quanto riguarda la richiesta di motivazione, si potrebbe supporre che non esistano differenze fra una condizione e l'altra, poiché, in ogni caso, la suddetta consegna era presente su uno *scaffold cartaceo*. Inoltre, a nostro giudizio, la varietà di *means* e di sequenze potrebbe essere imputabile non soltanto alle differenze fra i due *scaffold*, ma anche alle esigenze del momento, al livello di conoscenze e competenze degli apprendenti e al modo in cui sono state formate le coppie. In altre parole, si riterrebbe che il mezzo migliore per avviare un'interazione fra pari sulla scrittura di una motivazione adeguata sia quello cartaceo, per cui non esisterebbero stringenti vincoli di tempo. Per di più, tale *scaffold* potrebbe incentivare lo sviluppo di particolari *means*, non soltanto durante la risoluzione delle uguaglianze, ma anche in fase di scrittura.

Eppure esisterebbero *means* e sequenze tipici del videogioco. Iniziamo dai *means* relativi ai tentativi falliti. In diversi casi, il *feedback* di risposta errata sarebbe stato usato per convincere il compagno/a dell'errore commesso, esortandolo a pensare ad un'altra soluzione e, solo in alcuni casi, a riconsiderare il procedimento adottato. In effetti, come già spiegato, tale *feedback* avrebbe comportato un'inversione di rotta, perciò l'attivazione di *means* quali il *feeding back euristico*, per approvare, disapprovare o avanzare una nuova soluzione; l'*explaining euristico*, per esprimere il proprio parere sulla causa dell'errore, e l'*instructing euristico*, per indicare un aspetto particolare del *task*. Da un lato, sembrerebbe che questo tipo di *feedback* forzi le coppie a ripensare alle scelte compiute, dall'altro, però, li spingerebbe anche a selezionare risposte in modo casuale, fino ad ottenere il messaggio di risposta corretta.

Come si può osservare dalla figura 9.27, la possibilità di ritentare con un'uguaglianza matematicamente equivalente a quella sostituita avrebbe stimolato, in pochissimi casi, l'attivazione di *means* come l'*instructing euristico*, per segnalare un errore di calcolo, e ancor più raramente, il *modeling euristico*, per motivare al compagno/a una soluzione proposta usando un esempio matematicamente equivalente, come un *task* già incontrato.

A giudicare dal grafico 9.28, il *feedback* di risposta corretta avrebbe portato all'attivazione di *feeding back*, essenzialmente per esultare del risultato ottenuto oppure di *instructing*, per dimostrare al compagno/a la correttezza della propria soluzione.

In sostanza, sembrerebbe che il *feedback* del videogioco simboleggi il "verdetto finale", in grado di dirimere discussioni inerenti alla soluzione corretta.

Dal nostro punto di vista, il messaggio di aggiornamento del punteggio avrebbe la capacità di invogliare gli utenti a progredire nella risoluzione dei minigiochi quindi a voler accumulare un punteggio sempre maggiore. Difatti, a giudicare dal grafico 9.29, il *means* più ricorrente sembrerebbe essere il *feeding back*, per esprimere contentezza nei confronti della ricompensa ottenuta.

Riassumendo, i suddetti *means* presenti nel videogioco avrebbero incentivato l'attuazione di altri *means* di risposta, oltre a quelli più frequenti, quali, ad esempio, l'*instructing* e il *questioning*. Infine, la potenzialità degli altri *means* caratteristici del videogioco, come il *feedback* di risposta corretta e quello di aggiornamento del punteggio, potrebbe risiedere nella loro capacità di spronare le coppie a proseguire, quindi a mantenere alta la loro concentrazione per lunghi periodi di tempo, attraverso

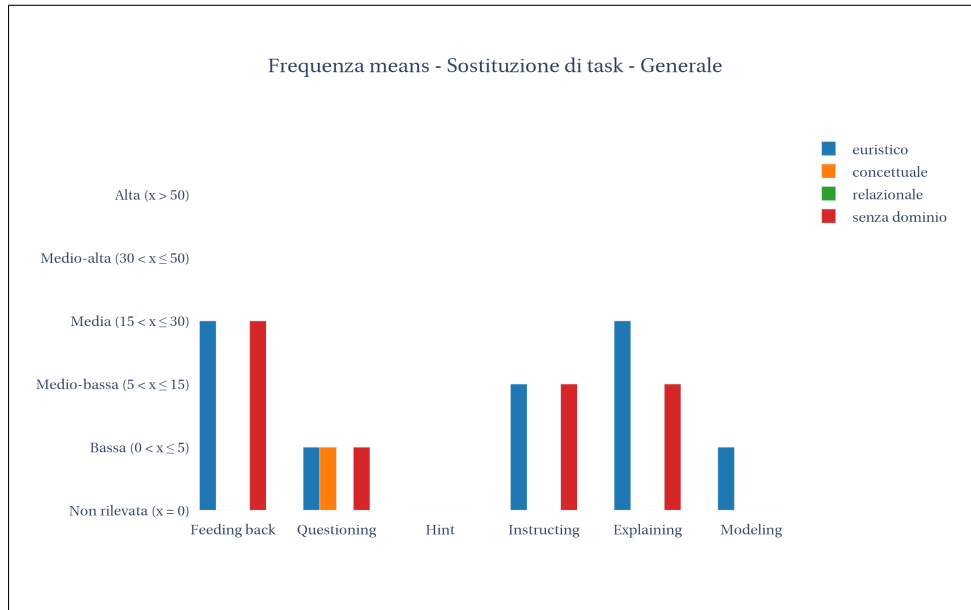


Figura 9.27: Risultati relativi alla sostituzione del *task* di partenza con un altro matematicamente equivalente

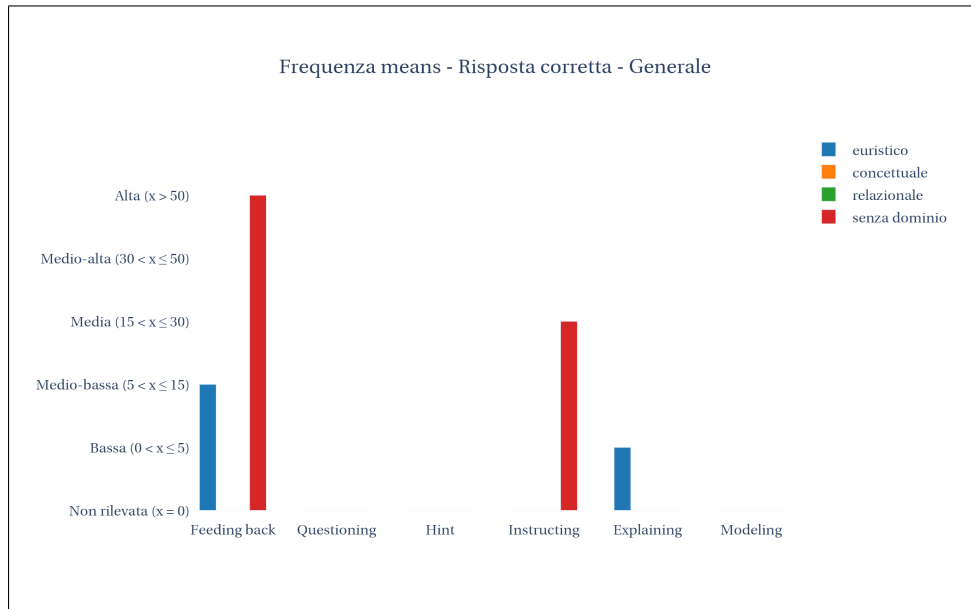


Figura 9.28: Risultati relativi al *feedback* di risposta corretta

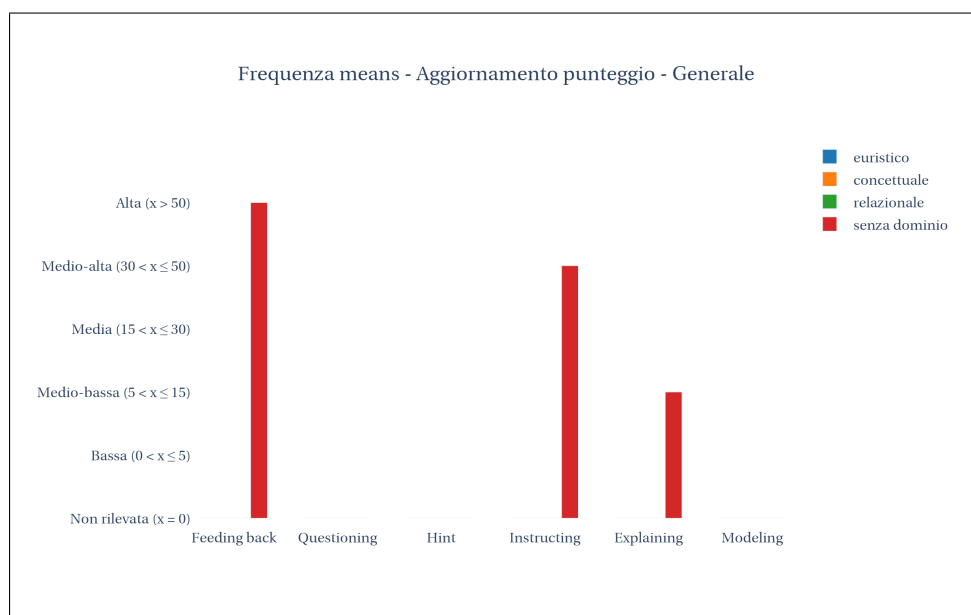


Figura 9.29: Risultati relativi al messaggio di aggiornamento del punteggio

messaggi di incoraggiamento, *smile*, bonus ed altri meccanismi di gioco.

Oltre a tutto ciò, sarebbe capitale riflettere anche sulle differenze fra i dati ottenuti per ciascuna tipologia di *task*.

Nella sezione 9.2 di questo capitolo, nella maggior parte dei casi abbiamo evidenziato le discrepanze fra i *means* rilevati nei due cicli di incontri. Abbiamo notato che, per diversi *means* previsti in ciascuno dei due *material scaffold*, l'insieme dei *means* e delle sequenze di risposta si estenda dal primo al secondo ciclo. Ad esempio, per la proposta di *task* e la richiesta di motivazione, in risposta ai *task* incompleti sembrerebbe esserci un assortimento di *means* più ampio, quali il *feeding back relazionale*, l'*explaining relazionale*, il *modeling relazionale*, oltre ad un aumento in termini di occorrenza di *means* già manifestatisi, come il *feeding back euristico*, l'*hint euristico* e così via. Questo andamento potrebbe essere dovuto ad una maggiore comprensione da parte delle coppie della metodologia di lavoro, oltre che all'effetto della prima discussione a cavallo fra i due cicli di incontri. Tutto ciò dovrebbe confermare ulteriormente, semmai ve ne fosse bisogno, di quanto sostenuto da Carpenter e colleghi (rimando al paragrafo Ambito matematico di riferimento): per introdurre alle uguaglianze ed avviare discussioni (fra pari oppure collettive) in merito al pensiero relazionale, è necessario partire con uguaglianze vero/falso. Pertanto, indichiamo l'iter descritto da Carpenter e colleghi qualora l'*intention* dei docenti/esperti e ricercatori dovesse riguardare lo sviluppo del pensiero relazionale.

Per di più, come il lettore avrà notato dalla legenda di ogni grafico a barre e dalle tabelle, nelle interazioni fra pari non avremmo solamente riscontrato i sei *means* espressi nei due domini definiti in *Strand* di *scaffolding*, ma esisterebbero anche altre "sfumature", che, secondo noi, risulterebbero più aderenti alla definizione degli *strand* data da Kilpatrick e colleghi. Come già precisato nel paragrafo

9.2 di questo capitolo, in molteplici occasioni non saremmo stati in grado di inquadrare in modo più o meno netto il dominio dei *means* manifestatisi, pertanto, abbiamo optato, in fase di analisi, di classificare tali risposte come “senza dominio”. A tali casi, si aggiungerebbero anche altri in cui il dominio di un particolare *means* fosse a cavallo fra i due domini definiti, come si potrebbe constatare da alcuni commenti agli estratti del capitolo Interazioni fra pari. Poiché riteniamo che, in moltissime interazioni, i *means* attivati rivelino un ragionamento di tipo relazionale, abbiamo convenuto di etichettarli con “relazionale”, in modo da distinguerli dai due domini prefissati e fornire così una visione generale di quanto riscontrato. In conclusione, in uno studio futuro, si potrebbero approfondire e ridefinire i domini, magari prevedendone di nuovi, affinché siano più coerenti con i cinque *strand* descritti in *Strand di scaffolding*.

Alla luce di tutte le considerazioni fatte finora, il nostro suggerimento è di combinare, in modo consapevole, entrambi i *material scaffold* al fine di creare un *sistema di scaffolding* capace di venire incontro alle esigenze individuali di ciascun apprendente e stimolarlo con mezzi diversi. Un mezzo tecnologico che dispone di un *database* da cui poter estrarre i dati di interesse, come le motivazioni, le soluzioni inserite, i punti accumulati, i portali acceduti, il numero di tentativi, potrebbe rappresentare un elemento particolarmente vantaggioso per le figure esperte, specialmente nella pianificazione delle pratiche nonché degli interventi di supporto. Effettivamente, tali informazioni potrebbero agevolare la selezione di uno o più *material scaffold* allo scopo di sviluppare determinati *means* rispetto ad una *intention*. Inoltre, la possibilità di coinvolgere le proprie classi in attività presentate in ambienti videoludici, con elementi che possano favorire l'apprendimento della Matematica (si vedano, ad esempio, le righe 3, 4 e 9 del Dialogo 1 in 7.4.1 per gli effetti benefici della tridimensionalità dei blocchi), quindi di inserire e proporre un maggior numero di *task* matematicamente equivalenti, potrebbe arricchire uno *scaffolding system* basato, ad esempio, unicamente sul *blanket support* del materiale cartaceo.

Ad esempio, in una futura ricerca si potrebbe proporre dapprima lo *scaffold digitale*, per spronare gli allievi ad apprendere in un ambiente ludico, quindi, successivamente, chiedere loro di argomentare le soluzioni inserite in appositi *scaffold cartacei*. Come già spiegato in precedenza, dispositivi tecnologici e/o software offrono grandi potenzialità, eppure manifestano delle mancanze. La maggior parte delle tecnologie è stata realizzata in modo da comprendere un insieme *predeterminato* di funzionalità, quindi le modalità di interazione con tali mezzi potrebbero divergere dalle *intentions* dei docenti/esperti. Per esempio, nelle due attività di Matematica Superpiatta analizzate, Parkour Uguaglianze e Piscine Uguaglianze, l'unico metodo risolutivo possibile consiste nel selezionare o inserire la risposta corretta, mentre nelle schede si potrebbero adottare processi diversi, avendo a disposizione un foglio bianco su cui sperimentare. In sintesi, ciascun *material scaffold* è dotato di specificità che potrebbero essere sfruttate per assistere in modo temporaneo e contingente i propri apprendenti.

L'obiettivo di tale prospettiva potrebbe essere di riuscire a comprendere, dopo vari cicli di Design-Based Research (rimandiamo al capitolo Descrizione dell'assetto metodologico), in che modo tali mezzi possano coesistere colmando l'uno le limitazioni dell'altro. Naturalmente, un simile studio potrebbe coinvolgere mezzi educativi digitali e non: si potrebbe approfondire l'interazione fra altri

tipi di *material scaffold*, come una calcolatrice, una pascalina, un gioco da tavolo, oppure diverse tecnologie, quali, ad esempio, software di Geometria dinamica, *Escape Room* digitali, o altri ambienti videoludici.

Una seconda linea di ricerca potrebbe consistere nello studio dell'interazione fra le *strategie di scaffolding* attivate dagli apprendenti e le *affordances*, ovvero le possibilità offerte da una particolare tecnologia.

Infine, si potrebbero indagare situazioni di insegnamento/apprendimento con contenuti matematici differenti, in modo da comprendere se e come questi ultimi possano influenzare le *strategie di scaffolding* attivate dagli apprendenti.

Per quanto concerne la seconda domanda di ricerca, invece, abbiamo rilevato degli aspetti interessanti che varrebbe la pena mettere in risalto, come, per esempio, la conduzione della fase di *monitoring* in entrambe le condizioni. Questo passaggio potrebbe risultare cruciale per la scelta di un *material scaffold* da proporre in classe. Nel capitolo Descrizione della procedura di predisposizione delle discussioni abbiamo illustrato i due tipi di *monitoring*, quello *online*, effettuato durante lo svolgimento delle attività matematiche, e quello *offline*, portato avanti, invece, al di fuori di tali attività. A giudicare dai risultati ottenuti da entrambe le operazioni, il primo sembrerebbe esser stato più efficace nella situazione con *scaffold cartaceo*, poiché, oltre a circolare fra i banchi ed intromettersi, molto spesso gli insegnanti/esperti sono stati chiamati dalle coppie di apprendenti per difficoltà legate ai *task* e alla motivazione. Come già spiegato, le figure esperte potrebbero cogliere l'occasione per avviare *processi di scaffolding* più lunghi con ciascuna coppia, per proporre nuovi *means* e così sondare il loro livello di conoscenze e competenze. D'altro canto, nella situazione con *scaffold digitale*, le richieste di aiuto sembrerebbero essere sporadiche, per cui il *monitoring online* è stato per lo più osservativo, circolando fra i banchi ed ascoltando attivamente le interazioni fra coppie, e di intromissione nel loro lavoro. Alla luce di quanto sostenuto finora, si potrebbe lecitamente pensare che anche l'osservazione, l'ascolto attivo e gli inserimenti nelle interazioni possano portare a *processi di scaffolding*, ma si tratta pur sempre di "imposizioni" da parte degli insegnanti/esperti e non di una richiesta proveniente dagli apprendenti. Al contrario, il *monitoring offline* sembrerebbe esser stato più proficuo nella condizione con *scaffold digitale*, grazie soprattutto alle possibilità offerte dalla WebApp, come la visualizzazione dei tentativi, difficilmente eseguibile su un materiale cartaceo. Nonostante le potenzialità della tecnologia, risalire alle procedure di risoluzione degli utenti potrebbe considerarsi problematico. Mentre nella condizione con *scaffold cartaceo* parrebbe che ognuna delle coppie abbia prodotto una motivazione, il più delle volte adeguata per ogni *task* affrontato, in quella con il videogioco, molto spesso, il numero di *task* risolti sembrerebbe non collimare con quello dei *task* documentati (rimando ai grafici in 9.21 e 9.23). Infatti, in 8.1.2, abbiamo evidenziato come, in presenza dello *scaffold digitale*, il monitoraggio sia avvenuto in parte *offline*, ma in misura ancora minore *online*, tramite l'osservazione, l'ascolto e l'intervento attivo sul campo. Il *monitoring online* condotto nei casi di studio con *scaffold digitale* è consistito unicamente in interventi volontari nel lavoro e nelle discussioni di coppia. In merito a tale questione, possiamo ipotizzare che l'immersività, data dall'introduzione di un videogioco e dai suoi dettagli accattivanti, oppure la difficoltà nel passaggio da uno *scaffold digitale* ad uno cartaceo, quindi alla "deviazione" del

contesto di insegnamento/apprendimento da un mezzo ad un altro, potrebbero aver influenzato le performance degli apprendenti. A parer nostro, un'indagine in questo senso potrebbe costituire una valida opportunità di ricerca. A tal proposito, suggeriamo l'inserimento di una *chat* oppure di un altro meccanismo all'interno del videogioco, che consentano agli apprendenti di esprimere una motivazione prima di ottenere il *feedback corretto/errato*. Pertanto, oltre i tentativi compiuti, dalla WebApp gli insegnanti/esperti potrebbero visualizzare anche i processi delle coppie, di cui potrebbero servirsi per mettere in campo determinati *means* rispetto all'*intention* del pensiero relazionale, e selezionare uno o più *material scaffold*. Siffatta modifica potrebbe avvalorare una delle nostre ipotesi, poiché, eliminando lo *scaffold cartaceo* (il diario di bordo), si potrebbe sopperire alla mancanza di motivazioni, migliorando, di fatto, il *monitoring offline*. Altrimenti, potrebbe rappresentare un primo passo verso una ricerca sulle cause che impediscono agli apprendenti di motivare ogni soluzione.

La scelta di assegnare compiti a coppie di apprendenti, affinché avvenga un confronto costante, e di richiedere la motivazione di ogni soluzione ha delle forti ricadute a livello metacognitivo, sia sulle figure esperte sia sugli apprendenti. A nostro giudizio, lo studio del quadro teorico dello *scaffolding* per osservare, analizzare ed interpretare situazioni di insegnamento/apprendimento costituisce una grande potenzialità per le figure esperte. Effettivamente, se docenti, ricercatori, progettisti e sviluppatori lavorassero in modo sinergico, potrebbero beneficiare della conoscenza di tale modello sia nella fase iniziale di progettazione di un *material scaffold* (cartaceo, digitale, ...) sia in quelle finali di analisi dei risultati. In aggiunta, in questo studio abbiamo illustrato i passaggi per la pianificazione di discussioni sul pensiero relazionale, piuttosto che sui cambiamenti riportati dalle coppie dal primo ciclo di DBR, che coincide con i primi due incontri, al secondo, con le due giornate conclusive. Stando ai risultati riportati nel paragrafo Risposta alla prima domanda di ricerca, per alcuni *means* inseriti nei due *material scaffold*, da un ciclo all'altro sembrerebbe essersi verificato un lieve passaggio da strategie più procedurali, basate sui calcoli, ad altre più relazionali. Una simile evidenza ci porta non solo a riporre maggior fiducia nell'assetto metodologico adottato, ma anche a riflettere sugli effetti metacognitivi dello stesso. Nella prima discussione, infatti, diversi apprendenti avrebbero riportato il frutto delle loro interazioni di coppia. Viceversa, attraverso domande ed esempi mirati, tale discussione avrebbe spinto un numero esiguo di partecipanti ad operare una riflessione di natura metacognitiva, sia nelle successive interazioni con i propri compagni sia nella seconda discussione di classe.

Benché la ricerca non fosse orientata allo sviluppo del pensiero relazionale, come già accennato in precedenza, abbiamo potuto rilevare una lieve migrazione da metodi risolutivi basati sui calcoli ad altri più incentrati sull'osservazione dell'uguaglianza in esame e sull'individuazione di relazioni fra i suoi membri. Si potrebbe imbastire un *case study* volto a comprendere se, agendo solamente sui *means*, o sulle *intention*, o su entrambe, si possa stimolare il pensiero relazionale. Inoltre, in una futura indagine si potrebbe verificare se l'evoluzione dei processi risolutivi sia dovuto all'intervento di esperti, alla struttura del *task* oppure ad una discussione di classe.

Una delle criticità più profonde di questa indagine risiederebbe nella dimensione ridotta del numero di partecipanti e del tempo a nostra disposizione per somministrare attività ed orchestrare discussioni più dense da un punto di vista matematico. Per poter studiare le potenzialità di un videogioco educativo,

sarebbe necessario progettare degli assetti sperimentali di più ampio respiro e, soprattutto, in un arco temporale più esteso.

Un'altra pista da seguire potrebbe essere quella che prende in esame il ruolo degli esperti, la loro pratica nel fornire *scaffolding* agli apprendenti, replicando l'analisi condotta in questo lavoro per studiare le potenzialità del *social scaffold* fornito dagli esperti e i circoli virtuosi che ne potrebbero derivare, esattamente come delineato nei paragrafi 9.2.1.5 e 9.2.2.6. In aggiunta, avendo registrato un numero decisamente maggiore di richieste di aiuto nella condizione con *scaffold cartaceo*, potrebbe risultare interessante investigare su tale fenomeno. La nostra ipotesi è legata all'immersività del gioco, che avrebbe dato agli apprendenti una percezione di sicurezza per affrontare le attività proposte. Questa supposizione potrebbe rappresentare un valido punto di partenza per indagare sul senso di "auto-efficacia" trasmesso, probabilmente, dal videogioco educativo.

Infine, in questa tesi ci siamo limitati alle capacità di un videogioco educativo, ma siamo consapevoli che un altro aspetto da tenere in considerazione è il *task design*, in quanto, come abbiamo desunto dai dati raccolti, esisterebbero dinamiche dovute prettamente al mezzo tecnologico ed altre alla struttura dei *task* assegnati. Questo potrebbe essere un ulteriore spunto per avviare un progetto di ricerca mirato ad approfondire tali fenomeni.

Ringraziamenti

Dato che non mi sarà possibile ringraziare ognuno di voi personalmente, mi affido alla potenza della rete e alla parola scritta.

Non sono brava con le parole perciò ricorro alla poesia di un grande autore americano, sperando che le sue parole possano arrivarvi più efficacemente delle mie.

Due strade a un bivio in un bosco ingiallito,
Peccato non percorrerle entrambe,
Ma un solo viaggiatore non può farlo,
Guardai dunque una di esse indeciso,
Finché non si nascose al mio sguardo;
E presi l'altra, era buona anch'essa,
Anzi forse con qualche ragione in più,
Perché era erbosa e quindi più verde,
Benché il passaggio suppergiù
Le avesse segnate ugualmente,
E ambedue quella mattina eran distese
Nelle foglie che nessun passo aveva marcato.
Oh, prenderò la prima un'altra volta!
Ma pur sapendo che strada porta a strada,
Non credevo che sarei mai ritornato.
Dirò questo con un lungo sospiro
Chissà dove e fra tanti anni a venire:
Due strade a un bivio in un bosco, ed io -
Presi quella meno frequentata,
E da ciò tutta la differenza è nata.

Robert Frost,
"La strada non presa",
1916

In ordine sparso, dedico questa poesia

- a tutti gli alunni delle classi coinvolte nella nostra ricerca, a cui vorrei fare i miei più sinceri complimenti per l'impegno e le capacità dimostrati, e i cui volti resteranno scolpiti per sempre nel mio cuore. Vi auguro tanta fortuna e di non cambiare mai;
- alle insegnanti delle classi partecipanti: Doriana Medici, Maria Antonietta Vespasiani, Assunta Pace e Roberta Delfino, che, fin da subito, si sono rese disponibili, dimostrando, nel corso del caso di studio, un incredibile interesse, offrendo il loro punto di vista e riponendo una grande fiducia nella nostra ricerca;
- alle quattro studentesse che mi hanno aiutato nel corso del *case study*, a cominciare da Maria Chiara Orsini e Francesca Avieni, che mi hanno anche scelta come correlatrice della loro tesi magistrale e che, con grande dedizione e pazienza, hanno condotto delle ricerche di grande rilievo, arricchendoci con le loro idee e desiderio di fare sempre meglio. Sempre avanti, ragazze! Inoltre, vorrei ringraziare di cuore la terza tirocinante, Giovanna Marcone, per tutto l'aiuto datomi e a cui rinnovo i complimenti per aver affrontato con grande maturità un caso di studio che sicuramente darà una sferzata alla ricerca in Pedagogia e in Didattica della Matematica. In ultimo, ma non per importanza, vorrei ringraziare Rachele, tirocinante presso La Torretta, per avermi aiutato a supportare gli alunni della classe IV A e per aver registrato dei video per noi. Ad maiora!
- al professor Leonardo Guidoni, che mi ha esortato ad intraprendere il corso di Dottorato in Matematica e modelli. Senza la sua creazione probabilmente non ci sarebbe stata una simile ricerca, di conseguenza, non avrei avuto la fortuna di poter raggiungere un traguardo così alto;
- alla comunità, sia italiana che internazionale, di ricerca in Didattica della Matematica, fonte inesauribile di spunti di qualità e formata da persone molto competenti ma, soprattutto, gentili e rispettose del lavoro altrui;
- a Maurizio Di Stefano per aver accettato l'incarico di cameraman nel corso delle attività in classe. Ci sarebbero altri centomila buoni motivi per ringraziarlo ma non è questa la sede;
- alla mia relatrice, dottoressa Alice Lemmo. Non esistono parole efficaci per esprimere l'affetto che provo per lei. Posso affermare che solamente tre persone nella mia vita non si sono mai arrese con me e lei è una di queste. Ho avuto l'incredibile fortuna di averla conosciuta e di aver lavorato al suo fianco per tre meravigliosi anni, in cui ho riso, pianto (tantissimo) e, soprattutto, maturato una visione molto diversa su varie cose. Questa crescita la devo soprattutto al suo incredibile impegno, alle sue idee e all'amore che profonde in ogni gesto. Grazie a lei ho capito che la strada meno battuta, a cui Frost fa riferimento nella sua poesia, è quella che, alla fine, farà tutta la differenza.
- ad Andrea Di Stefano, il mio compagno, il factotum, che ha anche sostituito Maurizio quando non poteva assolvere alla sua mansione di cameraman. Auspico ad un lungo viaggio di vita insieme;
- alle mie più care amiche, che non hanno mai smesso di credere in me e alle quali devo moltissimo;

- alla mia grande famiglia: a mia madre, a mio padre, a mio fratello, ai miei meravigliosi nipoti, ai miei nonni, i pilastri della famiglia, alla mia Rosa, ai miei zii, a tutti i miei cugini e ai loro bellissimi figli, alla mia comare e a mia cognata. Vi amo follemente;
- e a tutti coloro che non ho nominato e che mi hanno supportata anche con piccoli gesti.

Ed eccomi qui, ritornata dal sentiero meno frequentato, che auguro a tutti voi di intraprendere almeno una volta nella vita.

Bibliografia

- Akturk e Sahin (2011). "Literature Review on Metacognition and Its Measurement". In: *Procedia - Social and Behavioral Sciences* 15, pp. 3731–3736. ISSN: 18770428. DOI: 10.1016/j.sbspro.2011.04.364. URL: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1877042811009104>.
- Amory (16 gen. 2007). "Game Object Model Version II: A Theoretical Framework for Educational Game Development". In: *Educational Technology Research and Development* 55.1, pp. 51–77. ISSN: 1042-1629, 1556-6501. DOI: 10.1007/s11423-006-9001-x. URL: <http://link.springer.com/10.1007/s11423-006-9001-x>.
- Anderson e Shattuck (gen. 2012). "Design-Based Research: A Decade of Progress in Education Research?" In: *Educational Researcher* 41.1, pp. 16–25. ISSN: 0013-189X, 1935-102X. DOI: 10.3102/0013189X11428813. URL: <http://journals.sagepub.com/doi/10.3102/0013189X11428813>.
- Anghileri (21 lug. 2006). "Scaffolding Practices That Enhance Mathematics Learning". In: *Journal of Mathematics Teacher Education* 9.1, pp. 33–52. ISSN: 1386-4416, 1573-1820. DOI: 10.1007/s10857-006-9005-9. URL: <http://link.springer.com/10.1007/s10857-006-9005-9>.
- Ausubel (giu. 1963). "Cognitive Structure and the Facilitation of Meaningful Verbal Learning". In: *Journal of Teacher Education* 14.2, pp. 217–222. ISSN: 0022-4871, 1552-7816. DOI: 10.1177/002248716301400220. URL: <http://journals.sagepub.com/doi/10.1177/002248716301400220>.
- Azevedo et al. (nov. 2005). "Adaptive Human Scaffolding Facilitates Adolescents' Self-regulated Learning with Hypermedia". In: *Instructional Science* 33.5-6, pp. 381–412. ISSN: 0020-4277, 1573-1952. DOI: 10.1007/s11251-005-1273-8. URL: <http://link.springer.com/10.1007/s11251-005-1273-8>.
- Bakker et al. (nov. 2015). "Scaffolding and Dialogic Teaching in Mathematics Education: Introduction and Review". In: *ZDM* 47.7, pp. 1047–1065. ISSN: 1863-9690, 1863-9704. DOI: 10.1007/s11858-015-0738-8. URL: <http://link.springer.com/10.1007/s11858-015-0738-8>.
- Ball (mar. 1993). "With an Eye on the Mathematical Horizon: Dilemmas of Teaching Elementary School Mathematics". In: *The Elementary School Journal* 93.4, pp. 373–397. ISSN: 0013-5984, 1554-8279. DOI: 10.1086/461730. URL: <https://www.journals.uchicago.edu/doi/10.1086/461730>.
- (2001). "Teaching with Respect to Mathematics and Students". In: *Beyond Classical Pedagogy: Teaching Elementary School Mathematics*. A cura di Wood. Hillsdale, NJ: Erlbaum, pp. 11–22.
- Bartolini Bussi e Mariotti (2008). "Semiotic Mediation in the Mathematics Classroom". In: *Handbook of International Research in Mathematics Education*. Routledge. ISBN: 978-0-203-93023-6. DOI: 10.4324/9780203930236.ch28. URL: <https://www.taylorfrancis.com/books/9780203930236>.

- Belland et al. (ott. 2013). "A Framework for Designing Scaffolds That Improve Motivation and Cognition". In: *Educational Psychologist* 48.4, pp. 243–270. ISSN: 0046-1520, 1532-6985. DOI: 10.1080/00461520.2013.838920. URL: <http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/00461520.2013.838920>.
- Blanton e Kaput (2005). "Characterizing a Classroom Practice That Promotes Algebraic Reasoning". In: *Journal for Research in Mathematics Education* 36.5, pp. 412–446. ISSN: 00218251, 19452306. JSTOR: 30034944. URL: <http://www.jstor.org/stable/30034944>.
- Block et al. (ago. 2018). "Acute Effect of Intermittent Exercise and Action-Based Video Game Breaks on Math Performance in Preadolescent Children". In: *Pediatric Exercise Science* 30.3, pp. 326–334. ISSN: 0899-8493, 1543-2920. DOI: 10.1123/pes.2017-0183. URL: <https://journals.humankinetics.com/view/journals/pes/30/3/article-p326.xml>.
- Boyle et al. (mar. 2016). "An Update to the Systematic Literature Review of Empirical Evidence of the Impacts and Outcomes of Computer Games and Serious Games". In: *Computers & Education* 94, pp. 178–192. ISSN: 03601315. DOI: 10.1016/j.compedu.2015.11.003. URL: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0360131515300750>.
- Brophy (mar. 1999). "Toward a Model of the Value Aspects of Motivation in Education: Developing Appreciation For..". In: *Educational Psychologist* 34.2, pp. 75–85. ISSN: 0046-1520, 1532-6985. DOI: 10.1207/s15326985ep3402_1. URL: http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1207/s15326985ep3402_1.
- Broza e Kolikant (nov. 2015). "Contingent Teaching to Low-Achieving Students in Mathematics: Challenges and Potential for Scaffolding Meaningful Learning". In: *ZDM* 47.7, pp. 1093–1105. ISSN: 1863-9690, 1863-9704. DOI: 10.1007/s11858-015-0724-1. URL: <http://link.springer.com/10.1007/s11858-015-0724-1>.
- Bruner (1985). "Vygotsky: A Historical and Conceptual Perspective". In: *Culture, communication, and cognition: Vygotskian perspectives* 21, p. 34.
- Bruner e Sherwood (1976). "Peek-a-Boo and the Learning of Rule Structures". In: *Play: Its Role in Development and Evolution*. A cura di Bruner et al. New York: Basic Books, pp. 277–287. ISBN: 0-14-081126-5.
- Bruner e Watson (1983). *Child's Talk: Learning to Use Language*. New York London: W. W. Norton. ISBN: 978-0-19-857511-5.
- Cairns et al. (mar. 2014). "Immersion in Digital Games: Review of Gaming Experience Research". In: *Handbook of Digital Games*. A cura di Angelides e Agius. Hoboken, NJ, USA: John Wiley & Sons, Inc., pp. 337–361. ISBN: 978-1-118-79644-3. DOI: 10.1002/9781118796443.ch12. URL: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/9781118796443.ch12>.
- Carpenter, Franke et al. (2003). *Thinking Mathematically: Integrating Arithmetic and Algebra in Elementary School*. Portsmouth, NH: Heinemann. 146 pp. ISBN: 978-0-325-00565-2.
- Carpenter, Levi et al. (feb. 2005). "Algebra in Elementary School: Developing Relational Thinking". In: *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* 37.1, pp. 53–59. ISSN: 1615-679X. DOI: 10.1007/BF02655897. URL: <http://link.springer.com/10.1007/BF02655897>.

- Chang et al. (set. 2016). "The Effects of an Educational Video Game on Mathematical Engagement". In: *Education and Information Technologies* 21.5, pp. 1283–1297. ISSN: 1360-2357, 1573-7608. DOI: 10.1007/s10639-015-9382-8. URL: <http://link.springer.com/10.1007/s10639-015-9382-8>.
- Chen et al. (giu. 2012). "An Accomplished Teacher's Use of Scaffolding During a Second-Grade Unit on Designing Games". In: *Research Quarterly for Exercise and Sport* 83.2, pp. 221–234. ISSN: 0270-1367, 2168-3824. DOI: 10.1080/02701367.2012.10599853. URL: <http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/02701367.2012.10599853>.
- Cobb et al., cur. (2000). *Symbolizing and Communicating in Mathematics Classrooms: Perspectives on Discourse, Tools, and Instructional Design*. Mahwah, N.J: Lawrence Erlbaum Associates. 411 pp. ISBN: 978-0-8058-2975-4.
- Connolly et al. (set. 2012). "A Systematic Literature Review of Empirical Evidence on Computer Games and Serious Games". In: *Computers & Education* 59.2, pp. 661–686. ISSN: 03601315. DOI: 10.1016/j.compedu.2012.03.004. URL: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0360131512000619>.
- Delacruz (2012). "Impact of Incentives on the Use of Feedback in Educational Videogames. CRESST Report 813." In: *National Center for Research on Evaluation, Standards, and Student Testing (CRESST)*.
- Demirbilek e Tamer (2010). "Math Teachers' Perspectives on Using Educational Computer Games in Math Education". In: *Procedia - Social and Behavioral Sciences* 9, pp. 709–716. ISSN: 18770428. DOI: 10.1016/j.sbspro.2010.12.222. URL: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S187704281002327X>.
- Denis e Jouvelot (15 giu. 2005). "Motivation-Driven Educational Game Design: Applying Best Practices to Music Education". In: *Proceedings of the 2005 ACM SIGCHI International Conference on Advances in Computer Entertainment Technology*. ACE05: International Conference on Advances in Computer Entertainment Technology. Valencia Spain: ACM, pp. 462–465. ISBN: 978-1-59593-110-8. DOI: 10.1145/1178477.1178581. URL: <https://dl.acm.org/doi/10.1145/1178477.1178581>.
- Dondlinger (2007). "Educational Video Game Design: A Review of the Literature". In: 4.1.
- Falkner et al. (1999). "Children's Understanding of Equality: A Foundation for Algebra". In: *Teaching Children Mathematics* 6.4, pp. 232–236. ISSN: 10735836. JSTOR: 41197398. URL: <http://www.jstor.org/stable/41197398>.
- Flavell (ott. 1979). "Metacognition and Cognitive Monitoring: A New Area of Cognitive-Developmental Inquiry." In: *American Psychologist* 34.10, pp. 906–911. ISSN: 1935-990X, 0003-066X. DOI: 10.1037/0003-066X.34.10.906. URL: <http://doi.apa.org/getdoi.cfm?doi=10.1037/0003-066X.34.10.906>.
- Garza (mag. 2009). "Latino and White High School Students' Perceptions of Caring Behaviors: Are We Culturally Responsive to Our Students?" In: *Urban Education* 44.3, pp. 297–321. ISSN: 0042-0859, 1552-8340. DOI: 10.1177/0042085908318714. URL: <http://journals.sagepub.com/doi/10.1177/0042085908318714>.

- Greenfield (1984). "A Theory of the Teacher in the Learning Activities of Everyday Life." In: *Everyday Cognition: Its Development in Social Context*. Cambridge, MA, US: Harvard University Press, pp. 117–138. ISBN: 0-674-27030-4 (Hardcover).
- Greeno et al. (1996). "Cognition and Learning." In: *Handbook of Educational Psychology*. London, England: Prentice Hall International, pp. 15–46. ISBN: 0-02-897089-6 (Hardcover).
- Gresalfi e Barnes (feb. 2016). "Designing Feedback in an Immersive Videogame: Supporting Student Mathematical Engagement". In: *Educational Technology Research and Development* 64.1, pp. 65–86. ISSN: 1042-1629, 1556-6501. DOI: 10.1007/s11423-015-9411-8. URL: <http://link.springer.com/10.1007/s11423-015-9411-8>.
- Hogan e Tudge (1999). "Implications of Vygotsky's Theory for Peer Learning." In: *Cognitive Perspectives on Peer Learning*. The Rutgers Invitational Symposium On Education Series. Mahwah, NJ, US: Lawrence Erlbaum Associates Publishers, pp. 39–65. ISBN: 0-8058-2447-2.
- Hogan e Pressley (1997). "Scaffolding Scientific Competencies within Classroom Communities of Inquiry." In: *Scaffolding Student Learning: Instructional Approaches and Issues*. Advances in Learning & Teaching. Cambridge, MA, US: Brookline Books, pp. 74–107. ISBN: 1-57129-036-2 (Paperback).
- Holton e Clarke (mar. 2006). "Scaffolding and Metacognition". In: *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology* 37.2, pp. 127–143. ISSN: 0020-739X, 1464-5211. DOI: 10.1080/00207390500285818. URL: <http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/00207390500285818>.
- Jacobs et al. (2007). "Professional Development Focused on Children's Algebraic Reasoning in Elementary School". In: *Journal for Research in Mathematics Education* 38.3, pp. 258–288. ISSN: 00218251, 19452306. JSTOR: 30034868. URL: <http://www.jstor.org/stable/30034868>.
- Kaput (1999). "Teaching and Learning a New Algebra". In: *Mathematics Classrooms That Promote Understanding*. Routledge, pp. 133–155.
- Katmada et al. (giu. 2014). "Implementing a Game for Supporting Learning in Mathematics". In: *Electronic Journal of e-Learning* 12, pp. 230–242.
- Ke (dic. 2008a). "A Case Study of Computer Gaming for Math: Engaged Learning from Gameplay?" In: *Computers & Education* 51.4, pp. 1609–1620. ISSN: 03601315. DOI: 10.1016/j.compedu.2008.03.003. URL: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0360131508000523>.
- (dic. 2008b). "Computer Games Application within Alternative Classroom Goal Structures: Cognitive, Metacognitive, and Affective Evaluation". In: *Educational Technology Research and Development* 56.5-6, pp. 539–556. ISSN: 1042-1629, 1556-6501. DOI: 10.1007/s11423-008-9086-5. URL: <http://link.springer.com/10.1007/s11423-008-9086-5>.
- Kilpatrick et al. (2001). *Adding It up: Helping Children Learn Mathematics*. Washington, DC: National Academy Press. ISBN: 978-0-309-50524-6.
- Kim e Hannafin (mag. 2011). "Scaffolding 6th Graders' Problem Solving in Technology-Enhanced Science Classrooms: A Qualitative Case Study". In: *Instructional Science* 39.3, pp. 255–282. ISSN: 0020-4277, 1573-1952. DOI: 10.1007/s11251-010-9127-4. URL: <http://link.springer.com/10.1007/s11251-010-9127-4>.

- Lai (2011). "Metacognition: A Literature Review". In: *Always learning: Pearson research report 24*, pp. 1–40.
- Lajoie (nov. 2005). "Extending the Scaffolding Metaphor". In: *Instructional Science* 33.5-6, pp. 541–557. ISSN: 0020-4277, 1573-1952. DOI: 10.1007/s11251-005-1279-2. URL: <http://link.springer.com/10.1007/s11251-005-1279-2>.
- Lampert (2001). *Teaching Problems and the Problems of Teaching*. Yale University Press.
- Langer e Applebee (1986). "Reading and Writing Instruction: Toward a Theory of Teaching and Learning". In: *Review of Research in Education* 13, p. 171. ISSN: 0091732X. DOI: 10.2307/1167222. URL: <http://links.jstor.org/sici?sici=0091-732X%281986%2913%3C171%3ARAWITA%3E2.0.CO%3B2-%23&origin=crossref>.
- Lemmo e Scafa Urbaz Vilchez (2022a). "A Videogame as a Tool to Orchestrate Productive Mathematical Discussions". In: *Proceedings of the 15th International Conference on Technology in Mathematics Teaching (ICTMT 15)*. A cura di Jankvist et al. Aarhus University. ISBN: 978-87-7507-525-6. DOI: 10.7146/au1.452ISBN:978-87-7507-525-6. URL: https://conferences.au.dk/fileadmin/conferences/2021/ICTMT15/ICTMT15_Proceedings_2022.pdf.
- (2022b). "Un Videogioco per Supportare Discussioni Di Classe Sul Pensiero Relazionale". In: *Annali della Didattica e della Formazione Docente, 14 (24) Processi di insegnamento-apprendimento della Matematica: aspetti significativi*. (V.14 N. 24 (2022): Processi di insegnamento-apprendimento della Matematica: aspetti significativi). ISSN: 2038-1034. DOI: 10.15160/adfd.v14i24.2585.
- Maffei et al. (2009). "Exploiting the Feedback of the Aplusix CAS to Mediate the Equivalence between Algebraic Expressions". In: *Proceedings of the 33th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education-in Search for Theories in Mathematics Education*. Vol. 4. PME, pp. 65–72.
- Malara (2008). "Approccio All'Early Algebra e Modalità Di Formazione Degli Insegnanti". In: *NOTIZIARIO DELLA UNIONE MATEMATICA ITALIANA* 35, inserto-speciale.
- Many (ott. 2002). "An Exhibition and Analysis of Verbal Tapestries: Understanding How Scaffolding Is Woven into the Fabric of Instructional Conversations". In: *Reading Research Quarterly* 37.4, pp. 376–407. ISSN: 00340553. DOI: 10.1598/RRQ.37.4.3. URL: <http://doi.wiley.com/10.1598/RRQ.37.4.3>.
- Martin et al. (feb. 2019). "Fading Distributed Scaffolds: The Importance of Complementarity between Teacher and Material Scaffolds". In: *Instructional Science* 47.1, pp. 69–98. ISSN: 0020-4277, 1573-1952. DOI: 10.1007/s11251-018-9474-0. URL: <http://link.springer.com/10.1007/s11251-018-9474-0>.
- Maybin et al. (1992). "'Scaffolding': Learning in the Classroom". In.
- Mayer e Wittrock (1996). "Problem-Solving Transfer." In: *Handbook of Educational Psychology*. London, England: Prentice Hall International, pp. 47–62. ISBN: 0-02-897089-6 (Hardcover).
- McLeod (1992). "Research on Affect in Mathematics Education: A Reconceptualization." In: *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning: A Project of the National Council of Teachers of Mathematics*. New York, NY, England: Macmillan Publishing Co, Inc, pp. 575–596. ISBN: 0-02-922381-4 (Hardcover).

- McNeill e Krajcik (lug. 2009). "Synergy Between Teacher Practices and Curricular Scaffolds to Support Students in Using Domain-Specific and Domain-General Knowledge in Writing Arguments to Explain Phenomena". In: *Journal of the Learning Sciences* 18.3, pp. 416–460. ISSN: 1050-8406, 1532-7809. DOI: 10.1080/10508400903013488. URL: <http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/10508400903013488>.
- Mercer e Littleton (2007). *Dialogue and the Development of Children's Thinking: A Sociocultural Approach*. London ; New York: Routledge. 163 pp. ISBN: 978-0-415-40478-5.
- Mind in Society: The Development of Higher Psychological Processes*. L. S. Vygotsky. (1978). Red. da Cole et al. Mind in Society: The Development of Higher Psychological Processes. L. S. Vygotsky. Oxford, England: Harvard U Press, pp. xi, 159. xi, 159. ISBN: 0-674-57628-4.
- Molins-Ruano et al. (feb. 2014). "Designing Videogames to Improve Students' Motivation". In: *Computers in Human Behavior* 31, pp. 571–579. ISSN: 07475632. DOI: 10.1016/j.chb.2013.06.013. URL: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0747563213002057>.
- Nathan e Kim (apr. 2009). "Regulation of Teacher Elicitations in the Mathematics Classroom". In: *Cognition and Instruction* 27.2, pp. 91–120. ISSN: 0737-0008, 1532-690X. DOI: 10.1080/07370000902797304. URL: <http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/07370000902797304>.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Newman et al. (1989). *The Construction Zone: Working for Cognitive Change in School*. The Construction Zone: Working for Cognitive Change in School. New York, NY, US: Cambridge University Press, pp. xv, 169. xv, 169. ISBN: 0-521-36266-0 (Hardcover).
- Novak e Tassell (dic. 2015). "Using Video Game Play to Improve Education-Majors' Mathematical Performance: An Experimental Study". In: *Computers in Human Behavior* 53, pp. 124–130. ISSN: 07475632. DOI: 10.1016/j.chb.2015.07.001. URL: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0747563215300121>.
- Palincsar e Brown (mar. 1984). "Reciprocal Teaching of Comprehension-Fostering and Comprehension-Monitoring Activities". In: *Cognition and Instruction* 1.2, pp. 117–175. ISSN: 0737-0008, 1532-690X. DOI: 10.1207/s15326900xc10102_1. URL: http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1207/s15326900xc10102_1.
- Pea (set. 1985). "Beyond Amplification: Using the Computer to Reorganize Mental Functioning". In: *Educational Psychologist* 20.4, pp. 167–182. ISSN: 0046-1520, 1532-6985. DOI: 10.1207/s15326985ep2004_2. URL: https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1207/s15326985ep2004_2.
- (lug. 2004). "The Social and Technological Dimensions of Scaffolding and Related Theoretical Concepts for Learning, Education, and Human Activity". In: *Journal of the Learning Sciences* 13.3, pp. 423–451. ISSN: 1050-8406, 1532-7809. DOI: 10.1207/s15327809jls1303_6. URL: http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1207/s15327809jls1303_6.
- Puntambekar e Hubscher (mar. 2005). "Tools for Scaffolding Students in a Complex Learning Environment: What Have We Gained and What Have We Missed?" In: *Educational Psychologist* 40.1,

- pp. 1–12. ISSN: 0046-1520, 1532-6985. DOI: 10.1207/s15326985ep4001_1. URL: http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1207/s15326985ep4001_1.
- Puntambekar e Kolodner (feb. 2005). “Toward Implementing Distributed Scaffolding: Helping Students Learn Science from Design”. In: *Journal of Research in Science Teaching* 42.2, pp. 185–217. ISSN: 0022-4308, 1098-2736. DOI: 10.1002/tea.20048. URL: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/tea.20048>.
- Raes et al. (ago. 2012). “Scaffolding Information Problem Solving in Web-Based Collaborative Inquiry Learning”. In: *Computers & Education* 59.1, pp. 82–94. ISSN: 03601315. DOI: 10.1016/j.compedu.2011.11.010. URL: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0360131511002806>.
- Rogoff (1990). *Apprenticeship in Thinking: Cognitive Development in Social Context*. Apprenticeship in Thinking: Cognitive Development in Social Context. New York, NY, US: Oxford University Press, pp. xiv, 242. xiv, 242. ISBN: 0-19-505973-5 (Hardcover).
- (apr. 1995). “Observing Sociocultural Activity on Three Planes: Participatory Appropriation, Guided Participation, and Apprenticeship”. In: *Sociocultural Studies of Mind*. A cura di Wertsch et al. 1^a ed. Cambridge University Press, pp. 139–164. ISBN: 978-0-521-47056-8. DOI: 10.1017/CB09781139174299.008. URL: https://www.cambridge.org/core/product/identifier/CB09781139174299A018/type/book_part.
- Saye e Brush (set. 2002). “Scaffolding Critical Reasoning about History and Social Issues in Multimedia-Supported Learning Environments”. In: *Educational Technology Research and Development* 50.3, pp. 77–96. ISSN: 1042-1629, 1556-6501. DOI: 10.1007/BF02505026. URL: <http://link.springer.com/10.1007/BF02505026>.
- Schoenfeld (ott. 1983). “Beyond the Purely Cognitive: Belief Systems, Social Cognitions, and Metacognitions As Driving Forces in Intellectual Performance*”. In: *Cognitive Science* 7.4, pp. 329–363. ISSN: 03640213. DOI: 10.1207/s15516709cog0704_3. URL: http://doi.wiley.com/10.1207/s15516709cog0704_3.
- (gen. 1992). “Learning to Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition, and Sense Making in Mathematics”. In: pp. 334–370.
- Searle (1984). “Scaffolding: Who’s Building Whose Building?” In: *Language Arts* 61.5, pp. 480–483. ISSN: 03609170, 19432402. JSTOR: 41405178. URL: <http://www.jstor.org/stable/41405178>.
- Smit et al. (ott. 2013). “A Conceptualisation of Whole-Class Scaffolding”. In: *British Educational Research Journal* 39.5, pp. 817–834. ISSN: 01411926. DOI: 10.1002/berj.3007. URL: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/berj.3007>.
- Stein et al. (ott. 2008). “Orchestrating Productive Mathematical Discussions: Five Practices for Helping Teachers Move Beyond Show and Tell”. In: *Mathematical Thinking and Learning* 10.4, pp. 313–340. ISSN: 1098-6065, 1532-7833. DOI: 10.1080/10986060802229675. URL: <http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/10986060802229675>.
- Stone (lug. 1998a). “The Metaphor of Scaffolding: Its Utility for the Field of Learning Disabilities”. In: *Journal of Learning Disabilities* 31.4, pp. 344–364. ISSN: 0022-2194, 1538-4780. DOI: 10.1177/002221949803100404. URL: <http://journals.sagepub.com/doi/10.1177/002221949803100404>.

- Stone (lug. 1998b). "Should We Salvage the Scaffolding Metaphor?" In: *Journal of Learning Disabilities* 31.4, pp. 409–413. ISSN: 0022-2194, 1538-4780. DOI: 10.1177/002221949803100411. URL: <http://journals.sagepub.com/doi/10.1177/002221949803100411>.
- Tharp e Gallimore (1988). *Rousing Minds to Life: Teaching, Learning, and Schooling in Social Context*. Rousing Minds to Life: Teaching, Learning, and Schooling in Social Context. New York, NY, US: Cambridge University Press, pp. xii, 317. xii, 317. ISBN: 0-521-36234-2 (Hardcover).
- Turkay et al. (3 apr. 2014). "Toward Understanding the Potential of Games for Learning: Learning Theory, Game Design Characteristics, and Situating Video Games in Classrooms". In: *Computers in the Schools* 31.1-2, pp. 2–22. ISSN: 0738-0569, 1528-7033. DOI: 10.1080/07380569.2014.890879. URL: <http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/07380569.2014.890879>.
- van de Pol et al. (set. 2010). "Scaffolding in Teacher–Student Interaction: A Decade of Research". In: *Educational Psychology Review* 22.3, pp. 271–296. ISSN: 1040-726X, 1573-336X. DOI: 10.1007/s10648-010-9127-6. URL: <http://link.springer.com/10.1007/s10648-010-9127-6>.
- van den Heuvel-Panhuizen et al. (mag. 2011). "Using ICT to Improve Assessment". In: Kaur e Wong. *Assessment in the Mathematics Classroom*. WORLD SCIENTIFIC, pp. 165–185. ISBN: 978-981-4360-97-5 978-981-4360-99-9. DOI: 10.1142/9789814360999_0008. URL: http://www.worldscientific.com/doi/abs/10.1142/9789814360999_0008.
- Watson e De Geest (feb. 2012). "LEARNING COHERENT MATHEMATICS THROUGH SEQUENCES OF MICROTASKS: MAKING A DIFFERENCE FOR SECONDARY LEARNERS". In: *International Journal of Science and Mathematics Education* 10.1, pp. 213–235. ISSN: 1571-0068, 1573-1774. DOI: 10.1007/s10763-011-9290-3. URL: <http://link.springer.com/10.1007/s10763-011-9290-3>.
- Wertsch (1991). *Voices of the Mind: A Sociocultural Approach to Mediated Action*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Wood, Bruner et al. (apr. 1976). "THE ROLE OF TUTORING IN PROBLEM SOLVING *". In: *Journal of Child Psychology and Psychiatry* 17.2, pp. 89–100. ISSN: 0021-9630, 1469-7610. DOI: 10.1111/j.1469-7610.1976.tb00381.x. URL: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1111/j.1469-7610.1976.tb00381.x>.
- Wood e Middleton (mag. 1975). "A STUDY OF ASSISTED PROBLEM-SOLVING". In: *British Journal of Psychology* 66.2, pp. 181–191. ISSN: 00071269. DOI: 10.1111/j.2044-8295.1975.tb01454.x. URL: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1111/j.2044-8295.1975.tb01454.x>.
- Xun e Land (giu. 2004). "A Conceptual Framework for Scaffolding III-structured Problem-Solving Processes Using Question Prompts and Peer Interactions". In: *Educational Technology Research and Development* 52.2, pp. 5–22. ISSN: 1042-1629, 1556-6501. DOI: 10.1007/BF02504836. URL: <http://link.springer.com/10.1007/BF02504836>.
- Zan et al. (ott. 2006). "Affect in Mathematics Education: An Introduction". In: *Educational Studies in Mathematics* 63.2, pp. 113–121. ISSN: 0013-1954, 1573-0816. DOI: 10.1007/s10649-006-9028-2. URL: <http://link.springer.com/10.1007/s10649-006-9028-2>.

Appendice A

Test

Nome _____

Orario di consegna _____

Test di matematica

a. Che cosa significa per te uguale?

b. Queste uguaglianze sono vere o false? Motiva la tua scelta

a. $5 + 8 \times 2 = 16$

b. $27 - 17 = 20 - 10$

c. $36+23=37+22$

c. Qual è il numero nascosto sotto il quadratino? Scrivi come hai fatto per trovare la risposta.

a. $5 + 10 = \blacksquare + 4$

b. $\blacksquare + 12 + 23 = 22 + 23$

c. $3 \times 7 = \blacksquare + 7$

d. ■ + 50 = 74 + 46

e. 75 - 47 = 70 - ■

$$f. 20 \times 8 = \blacksquare \times 80$$

Appendice B

Schede

Sperimentazione Matematica Superpiatta

Scheda 0

Nome e cognome dei membri

1. _____

2. _____

Classe

Data e ora di consegna

Le seguenti uguaglianze sono vere o false? Mettete una crocetta e motivate la vostra scelta.

$$1. 8 = 8$$

Vero	Falso
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

2. $3 + 5 = 3 + 5$

Vero	Falso

3. $2 \times 7 = 7 \times 2$

Vero	Falso

4. $3 + 5 = 8$

Vero	Falso

5. $8 = 3 + 5$

Vero	Falso

$$6. 4 \times 2 = 2 + 4$$

Vero	Falso

Sperimentazione Matematica Superpiatta

Scheda 1

Nome e cognome dei membri

1. _____

2. _____

Classe

Data e ora di consegna

Le seguenti uguaglianze sono vere o false? Mettete una crocetta e motivate la vostra scelta.

1. $9 + 5 = 14 + 5$

Vero	Falso
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

2. $5 + 10 - 5 = 5 + 5 - 10$

Vero	Falso

3. $10 \div 2 = 2 \div 10$

Vero	Falso

$$4. 5 + 8 \times 2 = 16$$

Vero	Falso
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

$$5. 9 \times 3 + 5 = 9 \times 8$$

Vero	Falso
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

6. $50 \times 4 \div 2 = 50 \times 2$

Vero	Falso
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Sperimentazione Matematica Superpiatta

Scheda 2

Nome e cognome dei membri del gruppo

1. _____

2. _____

3. _____

Classe e scuola

Data e ora di consegna

Le seguenti uguaglianze sono vere o false? Mettete una crocetta e motivate la vostra scelta.

1) $22 + 18 + 97 = 97 + 40$

Vero	Falso
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

2) $36 + 23 = 37 + 22$

Vero	Falso

3) $220 - 140 = 260 - 100$

Vero	Falso

4) $27 - 17 = 20 - 10$

Vero	Falso

5) $100 - 88 = 50 - 44$

Vero	Falso

6) $56 - 23 = 56 - 20 + 3$

Vero	Falso

7) $7 + 14 = 7 \times 4$

Vero	Falso

Sperimentazione Matematica Superpiatta

Scheda 3

Nome e cognome dei membri del gruppo

1. _____

2. _____

3. _____

Classe e scuola

Data e ora di consegna

Le seguenti uguaglianze sono vere o false? Mettete una crocetta e motivate la vostra scelta.

1) $15 \times 4 = 30 + 30$

Vero	Falso
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

2) $28 \times 4 = 28 \times 2 + 28 \times 2$

Vero	Falso

3) $36 \times 10 = 36 \times 5 + 5$

Vero	Falso

4) $20 \times 30 = 10 \times 15$

Vero	Falso

5) $5 \times 14 = 10 \times 7$

Vero	Falso

6) $120 \div 20 = 60 \div 10$

Vero	Falso

7) $36 \div 12 = 34 \div 10$

Vero	Falso

Sperimentazione Matematica Superpiatta

Scheda 4

Nome e cognome dei membri del gruppo

1. _____

2. _____

3. _____

Classe e scuola

Data e ora di consegna

Completate le seguenti uguaglianze e spiegate a parole vostre come avete trovato il numero mancante.

1) $51 + 76 = 51 + \dots$

$$2) 69 + 32 = 68 + \dots$$

$$3) 57 + 13 = \dots + 10$$

$$4) 72 + 27 - 27 = \dots$$

$$5) 67 + 37 - 35 = \dots$$

$$6) 92 - 47 = 90 - \dots$$

$$7) 85 - 77 = \dots - 7$$

Sperimentazione Matematica Superpiatta

Scheda 5

Nome e cognome dei membri del gruppo

1. _____

2. _____

3. _____

Classe e scuola

Data e ora di consegna

Completate le seguenti uguaglianze e spiegate a parole vostre come avete trovato il numero mancante.

1) $3 \times 7 = \dots + 14$

$$2) \quad 12 \times 4 = 24 + \dots$$

$$3) \quad 15 \times 3 \times \dots = 15 \times 6$$

4) $20 \times 8 = \dots \times 80$

5) $12 \times 8 = 80 + \dots$

6) $240 + \dots = 24 \times 11$

7) $280 \div 40 = \dots \div 4$